IV 1

[~~Lees~~ "Mehrfache Ordnungstypen" in Math. Ann.

Zoo blijkt het de ruimte gevormd door het stellen (willekeurig) van 3 in plaats van 1 opvolgings-verbanden in de aftelbare hoeveelheid.

blijkt

Maar die opv. verbanden zijn de generering der hoeveelh., dus de hoeveelh. zelf.]

de generering der

Nog te gaan: waarom is elke door 2 punten (van zijn) bepaalde kromme van een het vlak opvullende schaar steeds te beschouwen als minimaalmakend een integraal minimaalmakend (er zijn waarschijnlijk reeds steeds verschillende integraalelementen, waarin alleen de eerste afgeleide optreedt; maar bovendien natuurlijk nog veel andere, waarin ook de hoogere afgeleiden optreden.

Wel, dit volgt natuurlijk steeds uit de partieele differentiaalvergel., die het omkeeringsprobleem der var. rekening is.

Het axioma der beweging van Hilbert is: bij elkaar gelegen punten blijven bij elke beweging bij elkaar.

Zijn er gesloten vlakken in R_3, dan zeker (want niet elk punt is ∞^2 dimensies) met 3 parameters.

Wat moet te bewijzen zijn, dat als die ∞^3 vlakken bundels gesloten blijven (zoodat er maar ∞^4 in pl. van ∞ mogelijk zijn), dat we dan de projectieve ruimte hebben.

Wie in dezen kijkt, wat schaamt hij zich voor zijn wiskunde!

(De gevolgen van de stelling van Desargues of der projectieve stellingen is nog niet, dat het steeds geordende blabla in de 3 parameters lineair is, maar alleen dat de wijze van verknooping binnen het beschouwde gebied van den „Zahlenraum" dezelfde is, als van het lineaire systeem binnen een zeker gebied, maar ~~daarom~~ buiten dat gebied kan de functie natuurlijk een geheel ander verloop hebben.)

Later kunnen de volgens Schur pag. 4.36 ideale elementen worden toegevoegd. Voor dien is voorwaarde dat de bepalingen een willekeurig vorm hebben.

Op de wijze van getalleninvoering van Klein (men merke op, dat al deze constructies voortaan binnen het beperkte gebied volbracht worden, cf. pag. 34) ~~wordt~~ worden de punten der geometrie en tegelijk de representeerende getallen opgebouwd, en dan blijken de representeerende functies binnen het gebied lineair in de parameters, immers als parameters te hebben de coëfficiënten van een lineaire vgl. in de coördinaten.

getalleninvoering

Van al de ideale punten en (reëele) lijnen binnen een convexe kromme blijken alleen die, welke een 2de graads kromme tot begrenzing hebben, in zichzelf over ~~te voeren door een groep~~. (infinitesimaal)

Want het is onmogelijk, dat een projectieve transformatie een gesloten kromme in zichzelf overvoert of het moet een tweedegraadskromme zijn. (vgl. Lie en Klein ~~Math. Ann.~~ 4; Lie III ~~Theorie~~ pag. 8 en v.v.)

Wat is het Kroneckerbegrip anders, dan het geven van een afbeelding van een oneindig aantal punten in eindigen vorm, niet te voeren met behulp van een eindig aantal woorden onder toepassing van een eindig aantal bepaalde mathematische inducties.

[Het geruzie van Hilbert is toch niets, dan gewoon toepassen van de methodes der gewone wiskunde; het zoekt geen grondslagen van de wiskunde: die liggen in het leven]

[Is in de alg. relativiteit niet waar, dat de rel. energie van 2 pos. ladingen het tegengestelde is van die van een pos. en een neg.? Zoodat dan uit de teekenwisseling toch de ware potentiaal zou zijn af te leiden?]

Russell Foundations p. 46.) Moet tusschen A en B juist een bepaald maatgetal bestaan, om te anders dan van het paar A en C? ~~[illegible]~~ alleen: is een willekeurig ~~[illegible]~~ postulaat, dat er een rechte lijn ~~stel~~ tusschen de punten te vormen is; (nogeens, dat zoo'n lijn) en dan dat ~~het~~ heeft ~~[illegible]~~ het ordetype der reëele getallen (intusschen blijkt deze aanname realiseerbaar; daartoe hoeven we als punt maar ~~een~~ g tallen getallen coördinaten te definieeren)

Top derzelfde rechte lijn?

~~[illegible]~~

[De potentiaal is het veld der aarde heeft tekens rotatie, en daarom bij na iedere rondreis een ander mensch; het moet echter, als de rondreis de beide polen der aarde scheidt.]

scheidt

Russell beschouwt de hyperb. ruimte als heel iets anders, als de afbeelding daarvan op de Eucl., zóó, dat de afstand in de eerste wordt het maatverschil in de tweede; beschouwt hiermee echter als alleen bewezen, dat in de hyperb. ruimte geen tegenstrijdigheid zit; maar hij vindt de hyperb. ruimte in elk geval nog heel iets anders op zich zelf staande.

Zulke redeneeringen zijn die van een naieven jongen die de klok heeft hooren luiden, en met alle geweld ook nu wil praten, en zoo het naieven gevangen standpunt, zonder verdere ontwikkeling d.i. reiniging, gaat verdedigen.

Je hoeft niets eerst te reinigen, als je het eerst vuil maakt. Dus is beter, heelemaal geen wiskunde te doen, dan achteraf moeitevol je wiskunde te reinigen.

Bedenk, dat er niet de minste aanleiding is, om de onwaarneembaar kleine deeltjes eener Euclidische ruimte — de atomen b.v. ook als Euclidisch aan ~~te nemen~~ (d.w.z. ook aan de groep te laten voldoen).

~~Zoodat~~ je met behulp van de tegengestelde hypothesen een theorie inwendig[?], dan had die toch slechts gniepige [illegible] waarde, zooals ook b.v. het „geniale" — maar knoeierige argumentering C-atoom van Van 't Hoff.

Geen nadeel zou toch een niet-Euclidische (een niet-Euclidische) of een ~~andere~~ bewegingsgroep kunnen hebben.

vaste afgrenzing

Daar een begrensde steeds een vaste afgrenzing is, kun je alleen in vaste afgrenzing ~~in rusting~~ inwerken op der menschen begrip dus copieën maken. Elk handelsartikel is afgegrensd; de wiskunde is er ook een voorbeeld van.

Paedagogische?

Paedagogische „wetenschap" is zulke, die geen reiniging ~~maar~~ alleen rust voor het gevangen denken geeft.

rust, gevangen denken?

~~Alle [illegible] zoo ook de dislocaties, hebben zich [illegible] los gemaakt van de [illegible], maar zijn daardoor ook [illegible] genoegd.~~

~~[illegible] potentiaal voor magnetische [illegible] van de oorsprong met 1 [illegible] in het elliptische ruimte:~~

~~$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{k+[illegible]}}{\sqrt{1+k^2[illegible]}} \cdot \mathrm{bgtg} \frac{2 \cos}{2k}$~~

~~Deze formule blijft gelden voor de elliptische R_3~~

De grondformule der potentiaal in de Euclidische R_3 is:

$$\int \frac{(\nabla^2 u)\, d\tau}{r} = 4\pi u$$

(dezelfde voorm. voor een scalar, maar, daar ∇^2 een scalaroperatie, ook voor een quaternion)

En hieruit, als we $\nabla u = v$ stellen:

$$\int \frac{(\nabla v)\, d\tau}{r} = 4\pi u. \quad \text{I}$$

$$\nabla \int \frac{(\nabla v)\, d\tau}{r} = 4\pi v. \quad \text{II}$$

Hierin is u een willekeurige quaternion, maar ook v een willekeurige quaternion; want bij elke quaternion is een potentiaalquaternion aan te wijzen. (De potentiaal van een scalar is de kracht, uitgezonden door den scalar als ($4\pi \times$) agens beschouwd)

Het is nu de vraag waarin de formules I en II overgaan in de elliptische ruimte.

resultaat

Resultaat van de Maxwellsche pot. theorie.

Een willekeurige vectordistr. is te splitsen in V_1 met alleen diverg. en V_2 met alleen rotatie.

Beide componenten zijn af te leiden uit hun ∇.

$$V_1 = \nabla \int \frac{(\nabla V_1)\, d\tau}{r}$$

$$V_2 = \nabla \int \frac{(\nabla V_2)\, d\tau}{r}.$$

V_1 is dus te beschouwen als voortgebracht door scalar-agens (∇V_1), (waardoor het bepaald is en) waarvan de distributie geheel willekeurig in de ruimte mag worden aangenomen, tenzij (dat bij) men nauwer toezien bemerkt, dat er evenveel pos. als neg. scalar-agens moet zijn; het agens blijkt dus aanwezig te zijn in den vorm van ~~magneten~~. De elementaire vectordistributie voor V_1 (de willekeurige V_1 is dan een willekeurig ruimte-integraal er van) is dus de potentiaal van een elementairmagneet. (in de Encl. R_3 mag die vector gesplitst worden voor de berekening in de potentialen der beide polen.)

V_2 is dus te beschouwen als voortgebracht door vector-agens (∇V_2), waardoor het bepaald is en waarvan de distributie alleen aan de flux-eigenschap heeft te voldoen. Als elementair agens (waarvan de willekeurige V_2 een geheel willekeurige ruimteintegraal moet zijn) moet hier dus worden genomen een zeer kleine gesloten vectorbuis. En het willekeurige agens blijkt aanwezig te zijn is dus in den vorm van willekeurig verdeelde elektrische stroomen.

Voor de elliptische ruimte blijft de willekeurige vectordistributie beschouwbaar als een ruimte-integraal van de potentiaal van een elementair magneet en van een elementairstroompje.]

[De operator $\nabla = i\frac{d}{dx} + j\frac{d}{dy} + k\frac{d}{dz}$ kan natuurlijk voor elk punt t.o.v. 3 andere onderl. loodrechte assen ondersteld. Voor een niet-Eucl. ruimte kan de distributie dezer assrichtingen dus nog willekeurig worden aangenomen.

Wij kunnen daar dus een geval nemen in elk punt de 3 lijnen, rechtsomwendig met de 3 coörd. assen in den oorsprong.]

[In de Euclidische ruimte kan het veld van het elementairstroompje ~~voor~~ het rekenen worden opgebouwd uit dat van rechtl. stroomelementen; maar zoo'n veld van een stroomelement is een fictie (overigens heeft het in de heele ruimte rotatie; een gegeven vector distributie als rotatievector is dus wel gemakkelijk te splitsen in velden van gesloten elem. stroompjes — daartoe maken we maar op de rotatie van den rotatievector — maar niet van rechtl. stroomelementen), die voor de Eucl. ruimte toevallig heel licht gaat; van den zelfden aard en graad, als de splitsing van het veld ~~dat~~ van een magneet in die van zijn polen.]

eerst onderaan volgende pag.

Stelling. Ook in de elliptische ruimte is de rotatievector V_2 (bij een vectordistrib. V) een flux.

Bewijs. Het volgende bewijs is geldig voor elke R_3 onafh. van de krommingseigenschappen: Neem een willekeurig gesloten oppervlak en bepaal $\int V_2 \, do$ [redacted] dat oppervlak naar buiten. Nu is $V_2 \, do$ = de integr. van V langs den omtrek van dO. Maar de omtrekken dezer elementjes en evenzoo (dus) de integralen van V daarlangs vernietigen elkaar over het geheele oppervlak. Derhalve $\int V_2 \, dO = 0$.

Het veld van het elem. stroompje zal ook in de ell. ruimte waarsch. hetzelfde zijn als van een dubbelpunt.

En de splitsing van een distributie in velden van ~~rotat.~~ stroomelementen kun je pas opschrijven, als je die in velden van stroomkringetjes al (eenmaal) hebt opgeschreven. Want dat veld van een stroomelement heeft overal rotatie; ik kan dus uit de rotatievector van het resulteerend veld in een punt niets besluiten omtrent het stroomelement in dat punt (immers de rotatievector daar zal gesplitst worden in verschillende rotatievectoren, behoorend bij de verschillende componeerende velden. Het zgn. veld van een stroomelement is feitelijk goed beschouwd een veld van [redacted] een zekere ~~samengestelde~~ (lijn) distributie van eindige stroomen.

Van ~~mijn~~ bewijs van de hoofdstel. des rekenkunde kan Mannoury terecht zeggen dat het te veel nog intuïtief is, en in de "Mathematische logica" geen plaats heeft.

Nog dit bij het bewijs:
P..........
Q..........
Is P dat w schaal en Q en toevoeg; heeft door een vermenigvuldiging van Z in Q [illegible] het gevolg van P, dat Q [illegible] [illegible] in [illegible] [illegible] is door een [illegible] aantal 2-[illegible] [illegible]

Mijn bewijs gaat er overigens van uit, dat de uittelbaarheid wettelijk-zonder-inductie-uitvoerbaar is. Dit nu heeft geen zin in het systeem van Mannoury, maar wel in het mijne, dat alleen hoeveelheden, die opgebouwd worden kent; het zij door aftellen, hetzij door inductie.

Grondslagen der wiskunde zullen is de nieuwe niet-Eucl. theorie niet; slechts uitbreiding van de centraliseerings- en samenvattingsvormen van het rekenwerk.

Voeren we als element voor de potentiaal der el. [illegible] het dubbelpunt in, dan sluit dat niet direct in de kennis voorinl, dat het veld van een lijn van dubbelpunten alleen afhankelijk is van de uiteinden van die lijn, niet van den gevolgden weg.

Wel wordt dat ingesloten als we als elementen nemen de verschillende agens (diverging [illegible]) punten, telkens met het contraire ~~[illegible]~~ agens in een willekeurig vast punt (b.v. den oorsprong; al die ingevoerde agentia in O heffen dan elkaar op). Het potentiaalelement wordt dan een magneet met een der polen in den oorsprong en dat veld is een functie van de sterkte en de plaats der andere pool (buiten O), dat is van de divergentiedistributie der gegeven vectordistributie.

Dat de hemellichamen altijd maar in elliptische banen om elkaar heen bewegen, „niet duurzaam van elkaar weg kunnen" schijnt te verklaren te zijn uit de elliptische ruimte.

Lorentz' gravitatietheorie komt uit de elliptische ruimteopvatting direct te voorschijn.

[illegible] de Heerschzuchtigen centraliseering

Het centraliseeren van een fantasie (door de menschen) is haar bemachtigen, door haar betrekkelijkheid, gelijkwaardigheid met haar verschillend geaarde polaire tegenstellingen, en daardoor ook weer haar van [illegible] te zien.

(in de beschaving)

Maar het is altijd maar een gedeelte der fantasie, dat gecentraliseerd wordt. Het centraliseeren is altijd het oprichten van een eenzijdigheid, en geschiedt met opoffering van veel aspecten der fantasie.

Maat en maatverhoudingen is a priori gegeven, uit de opstellings[illegible] [redacted]. Daarom bestaat tegen de „opbouw" der proj. meth. als meng-geometrie geen bezwaar.

(in de menggeometrie)

De stelling van Desargues (van harm. punten) spreekt vanzelf; immers daar zijn de 2 diagonalen gelijkgerechtigd, worden op precies gelijke wijze afgeleid, als ik de 2 segmenten van de basislijn verwissel.

in grens

(als we niet a posteriori aan de continuiteit willen appelleeren, wat het zuiverste is)
De eenige manier, om de perfecte „Menge" op te bouwen" (wat toch vereischt wordt), zal wel zijn volgens Cantor M. Ann. 46 pag. 408.

Menge

Zijn nu geen classificeeringen van de getallen (in 't algemeen transcendente) aan te geven op grond van die Cantorsche formule? De gewone transcendente en reëele getallen, als sin 3, e^2, √? enz. zijn natuurlijk in dit systeem slechts een bijzondere en niet van de eenvoudigste volgens deze nomenclatuur.

tussen ? de ?

En ook zou men best nog wel getallen tusschen deze Cantorsche getallen kunnen aannemen; maar alleen is dat voorloopig niet noodig voor het rekenen.

Bij de projectieve meetkunde (d.i. de bewegingsmeetkunde) zal men wel uitkomen met de rationale getallen. Bij de metrische komt de irrationaliteit slechts tot den tweeden graad, (als dit uit te spreken).

~~De continuiteit (ook in een Menge) is vereischt voor de meting, maar even onafhankelijk van [illegible].~~
~~Mijn onderstel echter de meting in het eendimensionaal continuum, en dan de betrekking van het [illegible] op het [illegible], wat altijd [illegible] is [illegible] tot meerdere meetkundige [illegible].~~

Ik kan niet spreken van zich fundamentale [illegible] tot defin. v.d. afgeslotenheid. Ik kan alleen nemen de limiet van de getallenlichamen van verschill. graad.
(Maar deze onderstelling altijd in voorkeur voor bepaalde [illegible] van uitgaf [illegible])

De defin. v. [illegible] der stetigheid kunnen we nemen als experimenteele eigenschap v.h. continuum.

Of kan ik de beweging ook in de rationale vlakte uitvoeren, zonder dat de raaklijnen aan de fund. kegelsneden (die als dubbelelementen optreden) door irrationaal worden; en de dubbelverbonding voorloopige [illegible] waarom ontstaat met [illegible]) anders dan als ~~[illegible]~~ ideale elementen optreden?

~~Het Cantor'sche continuum, dat dat „[illegible]" zoo zijn, is wel precies, met het [illegible] waar ik kan het toch niet opbouwen zonder het [illegible] continuum [illegible]. Daarom gaat men allerlei functies opvatten, al zijn dat ook maar een klein deel van alle mogelijke functies, om allerlei [illegible] op te vatten [illegible] kunnen [illegible]; ook al komt men zoo nooit tot de meest algemeene functies.~~

~~Want het intuïtieve continuum kan ik zonder behulp van functies niet verder [illegible] worden; [illegible] met behulp van [illegible] „[illegible]" [illegible] zoodat men [illegible] [illegible] differentiaal [illegible]~~

De afstand ~~zuivere~~ [illegible] uitgedrukt als (x dx + y dy) in de 2 maatk. coörd. x en y. Dit is de eenvoudigste wijze van opbouw voor de Euclidische meetkunde.

~~Opmerk. [illegible] het continuum [illegible] [illegible] [illegible] het continuum [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] zelf [illegible] [illegible] [illegible] meetbaarheid der vessch. [illegible] [illegible]~~

~~[illegible] is [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]~~

Daar spreken alleen is het samenvoelen van elkanders wil, en dus gericht op de buitenwereld, kan ook de wiskunde alleen handelen over de uitwendige wereld, en de grondslagen der wiskunde zijn het centraliseeren van de wiskundige actie op de buitenwereld (tenslotte geheel in de binnenkamer geconcentreerd in een gesteld systeem van entiteiten, geabstraheerd uit de buitenwereld.).

De math. logici zeggen nu: het geheel van de physica dekt zich logisch met het door mij opgestelde systeem; maar dat is onzin: primair is het physische en het logische ding heeft alleen zin als verstaning uit de physica, niet onafhankelijk er van.

Van al de eigenschappen der „Geordnete Gruppen" van Vahlen volgt het Existenzbeweis eerst bij de gewone getallen.

Het oppervlak van Clifford („of zero curvature and finite extent") is een gewone Euclidische rechthoek, waarvan de overstaande zijden tegen elkaar zijn gebogen tot een ring.

Het „door ondervinding wijs geworden"; „zoo is de wereld" (ook het wiskundige) wordt veel genoegzaam berustend gezegd, alsof de wereld niet zóó was door eigen slechtheid.

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Men moet weigeren, wiskunde te doen. Maar nu het eenmaal zoo is, moet men toch weigeren, den tweeden stap te doen, n.l. de mathem. logica.

weigeren

---

later geschreven?

Het [illegible] (deel II) [illegible] gehele [illegible] en [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

Het verlangen naar wisk. onfeilbaarheid — de axioma's der rekenkunde [illegible] want rekenen is een aprioristisch operatie-systeem, en als zoodanig het element zelf, [illegible] willekeurig, dat wij het veel [illegible] en [illegible] uit alleen opgeschoppen teekens [illegible] [illegible] systeem [illegible] [illegible] [illegible] — dan [illegible] [illegible] (en daarom zelfs algemeen [illegible] te zijn [illegible] [illegible] ingewikkelde rekenkunde zijn opgebouwd), doet niets ter zake —; de meetkunde echter is een empirische wetenschap, en diens axioma's kunnen worden geanalyseerd; immers, ook ik bouw haar op in de meerdim. arithmetiek.

(iets anders dan de meetkunde is de quasi-geometrische samenvatting van meerdimensionale arithmetiek: die is natuurlijk weer aprioristisch.)

~~[illegible]~~

[straal? en hyp]

De bol met ∞ str. in hyp. meetkunde heeft ~~analoog Eucl. meetkunde~~; dit moet te saam natuurlijk want een bol heeft per se bolgeometrie, in elke soort van meetkunde

[tweede graads opp.]

Hebben op een gegeven projectief ~~tweede~~ graadsopp. die punten bepaalde projectieve verhoudingen? geen ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Ik kan niet samenvattend spreken over alle punten van een r. lijn, en daarover dingen, eigenschappen zeggen; ik kan alleen voortdurend punten vormen op een continuum, maar dan genereer ik ze. [genereer]

[redeneermethode]

Een ~~redeneermethode~~ in de grondslagen is juist; bij ~~[illegible]~~ andere beteekenis weer onjuist. Bij weer ~~[illegible]~~ anders is het weer juist; dit moet ~~[illegible]~~ verklaren bij een voorbeeld geven. [illegible]

En de eigenschappen, grondslagen "zijn" quaterniones primair aan gewone getallen —, maar feitelijk zijn ze niet de laatste

(1) unicititeitsbewijs

Eerst werd de inhoud van Euclides juist gevonden; de logica werd slechts als hulpmiddel gebruikt; daarna werd het als logisch systeem onmogelijk gevonden; daarna weer als logisch woordsysteem wel juist.

opgebouwd; als je grondheid [illegible] dat je de laatste opvatting de juiste is.

(die ik Kern aftelb)
Een „Menge" kan niet aan een deel van zichzelf „ähnlich" zijn. Hieruit volgt de grondslag der rekenkunde.

(Zermelo Am. 59. 2)) Hoe legt hij hem dat, zóó is Bolzano's uitspraken of aandurialen?

Als pendanten (pendanten?) van elkaar de Mannigfaltigkeits Grondslagen en de interne verwondering.

(Alles ziende (ziende) als komend (komend) uit de waan van een „Staat" kind, waar door het telbare ontstaat; Bolland ziet dat analoog maar als iets physisch geschiedends, niet iets metaphysisch.

(Dedekind, Was sind §4) Dat staat daar weer over „Abbildung" „in zichzelf" ~~punt~~ in 't algemeen, zonder over de (en of op primitieve vorm is op te geven) wijze waarvan iets toe te lichten. Het geheele gedoe krijgt pas zin, als er voorbeelden komen, maar dan dien ik die voorbeelden primair aan te brengen, en mag ze niet definieeren met behulp der voorafgegane „grane theorie".

Ja, over de mogelijkheid ervan. Er is toch een Existenzbeweis van noodig.

Egal het niet, om de N_0 van Dedekind te definieeren als $M(A, A', A'' \dots)$ tot en aftel. kan oneindigheid van afbeeldingen toe? Dan spreekt van zelf dat A_0 in zichzelf is afgebeeld; ~~immers zij s binnen A_0 dan~~ immers zij s binnen A_0 b.v. in $A^{(p)}$, dan is s' binnen $A^{(p+1)}$, dus ook binnen A_0.

Is het niet mogelijk, een classificatie van de in eindigen vorm op te nemen „afbeeldingen" van een systeem in zichzelf" te maken?

Al die menschen van de grondslagen der „théorie des nombres" redeneeren in abstracto, maar hebben altijd het oog op bepaalde veralgemeeningen der eindige getallen.

Gegeven ~~dan~~ nu, dat de [redacted] strijd om het bestaan de heerschende energie in het boosen bedrijf brengt (welke individuen dan daaraan deel hebben, doet er weinig toe), dan zien wij dat spontaan als den afsterven van de aarde. (dit is logisch en weliswaar zonder zin)

~~[illegible]~~

De weerlegging van Poincaré dient gevolgd door: Alles is overigens Dweerlegging, van Poincaré moet men bij zonder zijn doordringen.

De dieren zijn de ten onder gaande, middenstand tusschen menschen en planten.

De meer abstract-wiskundige heeft den reëel wiskundige noodig, deze den technicus; deze den werkman. Zoo heeft elke verder ontwikkelde fase noodig het parasiteeren op hen, die nog de lagere fase verrichten, en hij dwingt hen daartoe, omdat hij hen kan wonden ~~[illegible]~~ (hoewel van lager ras).

Het als gesteld vastzetten van eenige dingen (waarmee dan weer andere, evenals vastgestaan kunnen worden gevormd) doe ik intuitief (dus stel ik ook de eindige hoeveelheden intuitief) Midden in het redeneeren, om de eindige hoeveelheden af te leiden, spreek ik van een eerste telling eener G.G.H. en van een tweede; deze zijn dan die twee gevoeld en dus gesteld als een eindige hoeveelheid van twee tellingen.

Ongelijkheden ~~hier~~ practisch voorkomende ~~voor~~ ordin. en cardinaalgt. 2 zijn juist het Zeitschr. bewijs van het math.-logische element 12. (Tenzij men dat systeem volgens Hilbert mathem. wil opbouwen.)

Het existentiebewijs voor de arithmetiek is de ~~werkelijkheid in de~~ practiseering ~~van~~ der ~~wiskunde~~ del.

Het existentiebewijs voor de mathem. logica is de arithmetiek.

Zoo kan die mathem. logica alleen als een centraliseering gelden van de arithmetiek, ontleent haar leven aan de arithmetiek.

natuur

De weinige dingen in de natuur, die als wetten zijn te zien (waarop de menschelijke zondige vernuftigheid vat heeft) (in hun naam van zelfverdediging), daarvan maken ze niet alleen in hun leven gebruik, maar zeggen zelfs dat, alles in de natuur eenvoudig (aan) is, omdat hun veroveringsgebied zich begrenzend [illegible] wat uitbreidt.

Er is ook geen reden om voor de ruimte, ~~dat~~ die hulp fictie voor de beweging van vaste lichamen, niet alleen rationale punten aan te nemen. (daarmee immers is toch b.v. een willekeurig ~~zoo~~ dichte te benaderen als men wil)

~~Het is dezelfde reden als met de ruimte te continu postuleert; postuleert men voor de tijd van een willekeurig gebeuren legt men een continu verloop (het opzicht van een willekeurig fenomeen wat op de continue coördinaat van [illegible] [illegible] rechte [illegible] telt door [illegible] rationele getallen niet continu [illegible] alles [illegible] [illegible] naar [illegible] volgorde [illegible] richting naar [illegible] moeten, wat toch eigenlijk [illegible] is~~

Bij de physische problemen dus voor rekening bouwen we op physische ~~continuiteit~~ voor de physische ~~wetten~~, maar voor de daargezochte krommen hebben we feitelijk verkapte Differenzenrechnung. (Zoals voor de brachistochroon wordt voor de ~~vormen~~ (vormen) een ~~stel~~ punten gerekend die telkens langs rechte lijntjes worden bereikt) waar ~~geen continuiteit hoeft ondersteld te worden~~ ~~wordt~~ punten

En dit rechtvaardigt dan om voor de „rekening" alleen ontstaan krommen in te voeren en zelfs differentiëren, maar ondertusschen bij de brach. niet zien, dat anderen er pas zoo langer over doen.

Behalve nog dat men physisch een bewegingsrichting, die niet plotseling kan veranderen, met het inertiebeginsel moet aannemen.

We weten alleen, dat voor ~~dat~~ fictieve stel van ruimte en tijd, dat als ondergrond dient voor de beweging van vaste lichamen (een ander stel, dan het filosofischmoreele) betrekkelijk eenvoudige physische wetten gelden; maar dat is geen ~~wonder~~

Misschien overigens ~~zouden~~ door het ~~stel~~ ruimte-tijd ~~te~~ uit te zijn (be discontinu te stellen) X vele physische wetten eenvoudiger worden.

X of door niet op dat stel, maar op iets anders te betrekken

dit rugt overigens niets dan invoeren van andere coördinaten, continue of discontinue

[Er zullen wel Euclidische gesloten ruimtes zijn ook.]

 (physisch)

Maar tenslotte is het betrekken op
„maat" eendimensionale „Verwachtingen", waarop
men zou kunnen betrekken. Want dat
zaken daarbij en andere onafhankelijk nog
dezelfde waarde zouden hebben, is onzin. Om
dat het de maakbaarheid (bestaande, dat men
in 't hoofd zich houdt opgesloten) verstarring is, is
het daarom niet de betrouwbaarste. Beter nog
richt men zich naar een gevoel van warmte
of van gemak. Het liefst naar een gevoel van
sympathie, als norm voor „alle betrekkingen."

het is goed als het zuiver duidelijk; als waardeering van wat voor jezelf en anderen goed is voert het tot voedselverwaarlozing en dergelijke. Maar het is een raar, taai ding om de wereld wiskundig meester te worden.

Het eendimensionaal continuum is een „groep" van
transformaties van enige punten. Voor die
„groep" noemt men de punten lineair geordend
(de lineaire groep is als groep eenduidig polydimensionaal)
Voor van deze „groepen" heten ze planair geordend.

X opgebouwd als we hebben het wel intuïtief; maar dat we juist dat [redacted] kunnen nemen, komt, omdat we alleen zoo weten, dat we voor alle ~~punten~~ groepen, die we even 'na zullen bouwen, nooit punten te kort zullen komen.)

In de quaternionen heeft men een voorbeeld, hoe
de meerdimensionale groep door één teeken wordt
voorgesteld — (dat dat [redacted] in 4 teekens van het
lineair continuum desverkiezende kan worden
gesplitst — daar niets ter
sprake.) (die teekens van de eendimen-
sionale groep zijn hele maal „gelijkvormig";
— maar ze zijn niet de elementaire of zooiets — en
daarom beschrijft men ze graag op.)

Eigenlijk moet men niet de dingen, maar alleen
de operatiegroep beschouwen; alleen [redacted] aan
die groep ontleenen de dingen hun zoogenaamde „ordening".

De dikte bouwt de reeks u ook op als groep.

~~Het~~ is waar (Mannoury), dat men bij het noemen van een getal b.v. vijf steeds denkt aan een bepaalde lineaire groeps-orde, waarin die groep van vijf is ontstaan, zoovals men de steeds groeiende lengte van een rechte lijn ook in een bepaalde volgorde ontstaan. Van een cardinaalgetal is voorshands geen sprake.

Het zien van de wiskunde als een spel van associaties van symbolen is mogelijk, maar het is een bedriegelijke, doode, eenzijdige projectie, analoog aan het zien van het physieke denken, als een stel van associatiebanen, op een anatomische plaats. Het heeft niets met de levende werkelijkheid te maken.

Oorspr. was de levende passie van het meten, d.i. tellen, ~~toegepast~~ toegepast op het continuum, dat bestond uit de aarde, die straf onzer zonde, en van het gewone tellen. Beide werken ordinaalgetallen, voor de begeerte van groots en kleins gevoelens met cardinaalgetallen; het was een toevallige tuimeling, te merken, dat dit ging; het werken met cardinaalgetallen, en rustheid gaf; en reageeren op een abnormale indruk zonder gewoonte, zoals een hond, die de kachel ontdekkend reageert, er bij gaat liggen.

Analoog is in onze gedachte der wiskunde: een punt, dat voor bepaalde "samen te krijgen een rechte grafische voorstelling voor hetzelfde eigenschappen" gaat", maar daarom is 't het niet.

want het blijken afzonderlijke dingen voor eenmaal
als abstraatig bekeken groepen.

(een bewijs uit boomgroepering) Blijkt daarom dus herinneringswaarheden. Wiskunde merkt men achteraf, dat de onafhankelijkheid (het cardinaalgetal kan tegen volgordeverandering omgezet)
van het cardinaalgetal widersinnig zou zijn (zag
b.v. aan 7 boomen a b c d e f g de bordjes 1 – 2 – – 7; hang dan 7
op c, waar ik 7 houden wil, maar tegelijk nu 3 op g;
hang zoo achtereen volgens elk cijfer op zijn plaats;
steeds blijven alle boomen bezet) ~~maar bij dat vasthouden aan alle boomen in het bewijs loopt ik~~ maar dat doet niet af, dat
het feit van de trimelijg met het gevoel van de
„Widersinn“ e die niets is als een vastnemung van het
intellect binnen de trimeling in haar merken dat het gaat ~~empirisch was~~.

(1) Hiervan wordt trouwens ook gebruik gemaakt bij de logistici.

Want waarom loopt er intusschen geen
boom weg, onder de cijferverhanging?(1) Je zou zeggen:
daar zou ik hem missen, maar hoe weet ik dan, dat
de voorstellingsgroep in mijn hoofd niet wisselt?
Neen ik weet alleen, ik vind rust bij
de voorstelling van cardinaalgetal.

Nog duidelijker – hoewel in den zelfden zin – is
de mogelijkheid der meetkunde.

Maar nu worden de trigonom. formules gelijk ook
empirisch in ~~ruimeren~~ zin. fysisch

(der Mengenlehre)

Ten slotte komt de centrale wensch uitwisschen[?] die stelselmatig ~~[illegible]~~ van ~~om~~ het tellen uitgaat, empirische en die de natuur leert onderbrengen in de Mengenlehre als hypothese ter samenvatting van die physische verschijnselen.

De oorspronkelijke tintelingen van het tellen, vergefelijk als spelen met vuur van kinderen, en imitatie door groote kinderen, wordt zoo omgezet in bewuste, welbegrepen, zondigheid.

Deze zou zijn te vergeven, als na vereeniging van de naïeve zonde, in het niet teruggekeerd; maar uit een deel ((continuiteit, enz.), als uitbreiding) gaat men zijn vrije deelen met Satanisch genoegen nog bij uitoefenen.

Het verstand leidt de hartstochten, door een beperkt gebied te concentreeren, waarop ze zich mogen ontketenen. Immers na zijn verinnerlijking te hebben geworpen, dringt het niet alleen de natuur daarin, maar ook de eigen hartstochten; en daarmee komt de straf voor de overwinning.

(Vroeger was alles gelijktijdig in de momentele wisselwerking.)

Dat de verstandsbeperking kon ontstaan op de aarde, was een teeken van haren ouderdom. De verstandsmenschen konden de anderen, die niet meededen, dooden. Het gevoel is dood of in slavernij. Alles wordt op het deelgebied betrokken en zelfstandige „andere" emanaties door de duivelsche macht van het verstand buitengehouden. Vrees, dat is het beter niet op zijn terrein willen ontmoeten. Begeerte, dat is het beter willen lokken op eigen terrein, om het te vernietigen of beheerschen.

27 [Een veld, dat eigenlijk, zoowel voor 2 als 3 dimensies, ~~rechtstreeks in~~ [illegible] uit een [illegible] uitbreiding van het op pag. 6 van dit cahier, voorgestelde veld met krachtlijnen in [illegible] cirkels van verschillende grootte.)

En ook voor n dimensies (denk hypersferen; het vlak v. h. magnetisme bepaald 2 assen, in vlak; het punt P is dan het eindpunt van een willekeurige loodlijn op dat vlak, en alle krachtbuizen zijn homothetisch met AB, en verkleinen zich naar een der punten P.

[Stel voor een veld op gesloten in een vat. Is dan als het veld bekend is, eenvoudig te leiden, hoe het zich zal vertonen bij een kleine bepaalde verwijdering van den wand?]

[Aan de diff. vgl. v. Laplace voor elliptische ruimte voldoet b.v.

$$\varphi = \operatorname{bg}\operatorname{tg}\frac{r\cos\varphi}{2k}\quad (\mathrm{I}$$

(d.i. de projectie van de voerstraal op de poolas, elliptisch op de hypersferen gemeten; we vonden als de vorige. Kunnen we voeren deze: β etc. en de voerstraal: α etc.

[De pot. v. h. dubbelpunt in de ell. ruimte is misschien nog te vinden door een inversie (omdat we er toch vlakke krachtbuizen hebben, n.l. in de "meridiaan"-vlakken.)]

[Bepaal eens de differentiaal van deze functie voor een oneindig kleine draaiing om oorsprong over $d\beta$. Die differentiaal voldoet natuurlijk ook.]

(gevonden) [Dan komt voor de som het veld van een harmonisch magnetisch belegde lijn. (die voor het Euclidische beeld in 't oneindige ligt, maar dat doet aan de algemeenheid van het veld voor de ell. ruimte niet af.) Nu moet een enkel magn. dubbelpunt zijn te sommeren uit harmonisch geordende magneten langs de lijn van de as van het dubbelpunt.
Maar ook uit het (homogeen) magnetische agens-vlak (met gewijzigde draaiing) van het veld (I) (zie boven) moet het enkele dubbelpunt zijn te integreeren. Beide (velden) ~~[illegible]~~ zijn (overigens) in den algemeen

Het veld (I) wordt bepaald door een vlak met een lijn er in; het veld v.h. dubbel punt — door een punt met een lijn er door.]

[Is niet de bol functie [illegible]

[illegible] $f(\varphi)_{\varphi=0} = 1$

[illegible] $f(\varphi) = \cos\varphi$

~~[illegible]~~ [illegible] potentiaal [illegible] ruimte [illegible]

Formule van Lorentz voor de potentiaal

$$\Gamma_p = -\frac{1}{8\pi\kappa}\int \frac{[illegible]}{[illegible]}\, d\omega$$

$U = \int$ [illegible] vlak door P [illegible]

[illegible]

(Lorentz neemt ter verklaring der gravitatie aan, dat ongelijkn. elektr. zich iets sterker aantrekken, dan gelijkn. zich afstoten)

[illegible]

~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible] punten [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

voor een punt P [illegible] zijn, als zijn [illegible] het deel [illegible] van de bovenhelft van P ligt op de [illegible] bovenhelft. Dat deel is $\frac{\pi - \psi_P}{\pi}$

Sommeren we de bolfunctie (1) volgens ψ_P, als ψ_P de afstand tot een willekeurige pool P, dan komt er een functie van P en die is gelijk aan de sommatie [illegible] $\cos \psi_P$ volgens (1), hetgeen [illegible] blijkt weer een zonale bolfunctie [illegible] te zijn [Immers sommeren we [illegible] der dubbelpunten met pos. pool naar boven gericht en trekken daarvan af de ~~[illegible]~~ [illegible] der dubbelpunten met pos. pool naar beneden gericht, dan komt weer een dubbelpuntenveld. Dus werkelijk is uit (1) en veld (3) af te leiden door integratie.]

[Het laatste is niet volkomen [illegible] afgedrukt. Beter aldus: (1) en (3) zijn zonale bolfuncties. En tussen 2 zonale bolfuncties P en Q die $\Gamma = \int PQ\, d\omega$ [illegible] zonale bolfunctie te bestemmen, [illegible] als functie van den afstand [illegible] der beide polen. Die zonale bolfunctie is dan te bestemmen
1e als integraal over den bol van de cos functies [illegible] P
2e [illegible] P [illegible]
Sommeren we dus in ons vraagstuk de cos zonale functies [illegible] met coeff. volgens een [illegible] zonale functie cos φ dan komt in [illegible] de superpositie van de cos functies (1) volgens een zonale functie (3), dat wordt hetzelfde als de superpositie van cos functies (3) volgens een zonale functie (1) en dat wordt weer een functie (3).]

[Uit de voorgaande redeneering volgt op analoge wijze, dat niet elke zonale bolfunctie der functie zelf kan worden geïntegreerd.]

[Tusschen twee algebraische irrationalen behoeft niet altijd een relatie met rationale coefficienten te bestaan. (Jahresber. 15. 1. pag. 34 Schoenflies)]

[Het continuum is intuïtief, evident op de tijdsintuïtie; het mathematische „continuum" is heel iets anders; dat moeten we helemaal kunnen construeren uit eindige getallen en inductie etc. (het ontstaan van oorspronkelijke ... zonder eigenschap-verandering, dus continuïteit is vol van oorspronkelijkheden)]

Het boogelement $\sqrt{\sum_2 dx_p dx_q}$ volgt uit de voorwaarde, dat het oppervlak zich in 't oneindig kleine gedraagt als een Euclidisch plat vlak.

(Vahlen) „Der Grundsatz der relativen Dichte fordert noch weniger als die Meszbarkeit und ist zugleich der am wenigsten fordernde Grundsatz der zur Begründung der projektiven Geometrie hinreicht."

(Zie Schönflies Jahresber. 15. 1. p. 26)

[Veronese schijnt buiten de Cantorsche Wohlgeordnete Menge der zweiten Zahlenklasse nog $\frac{\omega}{2}$ enz. toe te laten. Volgens Cantor is $\frac{\omega}{2} = \omega$; wat is hiervan de oplossing?]

zerlegung ?

De Zerlegung der wetenschap in eenvoudiger — primaire — ~~ontl~~ denkzaken en bewerkingen, is daarom zoo onzinnig, omdat toch ook die primaire dingen slechts zin hebben, toegepast op het volle leven, dus op de spontaniteit. De spontaniteit, die we wilden ontvluchten, blijft dus in haar vollen omvang een vereischte —

[Gaan we $bgtg\, r\frac{\cos\vartheta}{2k}$ volgens $\cos\psi$ over den bol integreeren, dan komt de integraal als functie van ω, den sferischen afstand van de polen der beide zonale bolfuncties en van r. We krijgen $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[bgtg\frac{r\cos\vartheta}{2k}\right](\cos\vartheta\cos\omega+\sin\vartheta\sin\omega\cos\varphi)\sin\vartheta\, d\varphi\, d\vartheta$

of: $\cos\omega\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\,\sin\vartheta\cos\vartheta\, bgtg\frac{r\cos\vartheta}{2k}+\sin\omega\int_0^{2\pi}\cos\varphi\, d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\,\sin^2\vartheta\, bgtg\frac{r\cos\vartheta}{2k}$.

of: $\cos\omega\, f_1(r)+\sin\omega\, f_2(r)\equiv\tau$

In plaats van de integralen $f_1(r)$ en $f_2(r)$ uit te rekenen, substitueeren we liever τ in de oorspr. diff. vgl. voor de potentiaal. We zien dan direct, dat $f_2(r)$ weg moet vallen* en houden voor $f_1(r)$ naar r een (lineaire) diff. vgl. der 2de orde, n.l.

* verklaring: ook direct in de integraal staat.

$$2xy'+x^2y''-\frac{2k}{x^2+4k^2}y=0.\ (1)$$

[N.B. Het grensgeval voor de Eucl. ruimte geeft $2xy'+x^2y''-2y=0$, en hiervoor komt werkelijk als algemeene oplossing $y=c_1x+c_2x^{-2}$]

Intusschen kunnen we ook, nu we zien, dat de term met $\sin\omega$ moet wegvallen, voor den term met $\cos\omega$ de integratie uitvoeren. Die geeft: (2π maal) $-\frac{2k}{r}+\frac{r^2+4k^2}{r^2}\,bgtg\frac{r}{2k}$.

Werkelijk blijkt bij substitutie deze uitkomst aan de diff. vgl. (1) te voldoen.]

De wiskunde wordt toegepast op het continuum; het continuum verschaft de plaats voor al de nieuwe getallen, maar is zelf heel iets anders, als alle Punktmengen.

Zoo werkt het verstand en de wetenschap op de werkelijkheid, maar is zelf geheel iets anders.

De eenzijdige blik, die de wereld der werkingen is; vgl. b.v. de blik van een kruidenier op de wereld om hem in zijn buurtje; alles wordt naar koopkracht en drukke tijd en goede klanten afgemeten.

[De potentiaal van het „dubbelpunt zonder mes" in de ell. ruimte wordt nu: as φ nul

$$\left(1+\frac{4k^2}{r^2}\right)\left(1-\frac{\mathrm{bgtg}\frac{r}{2k}}{\frac{1}{2}\pi}\right)+\frac{4k}{\pi r}$$

$$1+\frac{4k^2}{r^2}+\frac{4k}{\pi r}-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{r^2+4k^2}{r^2}\,\mathrm{bgtg}\frac{r}{2k}.$$

of als r elliptisch als α wordt gemeten:

$$1+\cot^2\alpha+\frac{2}{\pi}\cot\alpha-\frac{2}{\pi}\left(1+\cot^2\alpha\right)\alpha.$$

of: $\frac{1}{\sin^2\alpha}\left(1-\frac{2\alpha}{\pi}\right)+\frac{2}{\pi}\cot\alpha.$

of als β het complement van α:

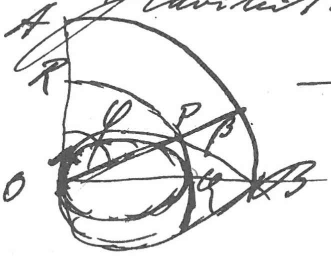
$$\frac{1}{\cos^2\beta}\,\frac{2\beta}{\pi}+\frac{2}{\pi}\,\mathrm{tg}\,\beta.$$

of als we den factor π nog schrappen:

$$\frac{\beta}{\cos^2\beta}+\mathrm{tg}\,\beta.$$

Deze potentiaal is onafh. van de constante $\underline{k}$; ook de diff. vgl. ware onafh. van k geweest, als we die in $\underline{\beta}$ en $\underline{\varphi}$ hadden geschreven.

Het is nu niet onmogelijk, dat, als we weer in $\underline{z}$ en $\underline{\varphi}$ gaan rekenen en k zeer groot denken, we een attractie tusschen 2 magneten vinden, uit 2 termen bestaande, waarvan de eene voert tot de graviteit voor eindige afstanden.



Om de grenskrachtlijn te vinden, schijnen we op als voorwaarde, dat de totale stroom door den bolschijf, die door wenteling van PR ontstaat, [illegible] gelijk moet zijn aan den totalen stroom door den bol, die uit AB door wenteling (ook om OR) ~~ontstaat, dat is~~ de grensbol.

Nu wordt die integraal: $\int^{\varphi} \underbrace{\frac{2\cos\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)}{\cos^2\beta}}_{\text{krachtlijn-richting}} \times \underbrace{\sin\varphi\cos\beta}_{\text{draaicirkel om OR}} \times \underbrace{\cos\beta\,d\varphi}_{\text{boogelement op PR}}$

$= \sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)$.

Voor den grensbol wordt dit: 1.

Dus moet voor de grenskromme: $\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)=1$.

Voor de krachtlijn door O en Q moet in 't tweede lid komen $K > 1$ (= krachtstroom door gebroken lijn ABQ).

Voor een krachtlijn aan den anderen kant van de grenskromme wordt $K < 1$.

Wat is dus het gedeelte van de totale (halve) uitstroom uit de pos. pool van het dubbelpunt, dat door boog AB (op de hypersfeer) gaat, en niet in de eigen negatieve pool, maar in de antipodaire negatieve pool terecht komt?

[m.a.w. in de Riemannsche ruimte: welk gedeelte van de krachtlijnen verdeelt het meridiaanvlak in tweeën?]

Wel dat is: $\dfrac{[\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)]_{\varphi=\frac12\pi;\,\beta=0}}{[\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)]_{\varphi=\frac12\pi;\,\beta=\frac12\pi}} = \dfrac{1}{\infty} = 0.$

Wat natuurlijk is, want elk der beide polen zendt een oneindig groote krachtstroom uit.

Rekenen we analoog de potentiaal voor een elliptisch plat vlak uit, dan wordt de diff. vgl.

De twee eerste termen uit: $\dfrac{d}{dr}\left\{\dfrac{dV}{dr}\cdot\dfrac{r\sqrt{r^2+4k^2}}{2k}\right\}$

$$\frac{d^2V}{dr^2}\cdot\frac{r(r^2+4k^2)}{2k} + \frac{dV}{dr}\cdot\frac{r^2+2k^2}{k} + \frac{d^2V}{d\varphi^2}\cdot\frac{2k}{r} = 0.$$

Stel V functie van r alleen:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{dV}{dr}\cdot\frac{r\sqrt{r^2+4k^2}}{2k}\right) = 0.$$

$$\frac{dV}{dr} = c\,\frac{2k}{r\sqrt{r^2+4k^2}}.$$

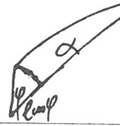
$$\frac{dV}{d\frac{r}{2k}} = \frac{c}{\frac{r}{2k}\sqrt{\frac{r^2}{4k^2}+1}}.$$

$$V = c\,l\,\frac{-1+\sqrt{1+\frac{r^2}{4k^2}}}{\frac{r}{2k}} = c\,l\,tg\,\tfrac12\alpha_{ell}.$$

Hetgeen direct was te vinden geweest uit de kracht, die voor 2 dim. $= \dfrac{c}{\sin\alpha_{ell}}$ en voor 3 dim. $= \dfrac{c}{\sin^2\alpha_{ell}}$, dus pot. = (voor 2 dim.) $\displaystyle\int\frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha_{ell}} = c\,l\,tg\,\tfrac12\alpha_{ell}$.

(voor 3 dim.) $\displaystyle\int\frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha_{ell}} = -c\cot\alpha_{ell}$.

Hieruit volgt dan uit een boldriehoekje



voor pot. van dubbelpunt (met compl. agens in poollijn)

(voor 2 dim.): $\int_0^{\alpha} \frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha} - \int_0^{\alpha - l\cos\varphi} \frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{c\,l\cos\varphi}{\sin\alpha} = C\frac{\cos\varphi}{\sin\alpha}$

(voor 3 dim.): $\int_0^{\alpha} \frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha} - \int_0^{\alpha - l\cos\varphi} \frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{c\,l\cos\varphi}{\sin^2\alpha} = C\frac{\cos\varphi}{\sin^2\alpha}$.

Stel V functie van φ alleen; dan $V = c\varphi$. {Dit is, voor de oorsprong ~~geacht in~~ (die hoeken verplaatst naar) (een) punt van X-as en poollijn de bekende formule (zowel voor 2, als voor 3 dimensies):

$c\,\mathrm{bgtg}\,\frac{r\cos\varphi}{2k}$. (functie van $x = r\cos\varphi$) }.

~~De~~ analoge formule voor 3 dimensies wordt hier:

$V = c\,l\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}\varphi$.

~~[illegible]~~

~~$c\left\{\sqrt{\frac{4k^2}{r^2\cos^2\varphi}+1} - \frac{2k}{r\cos\varphi}\right\}$ (functie van $x = r\cos\varphi$)~~

Is het nu misschien waar, dat de functie van "φ alleen" voor n dimensies gelijk is aan die van "α_{ell} alleen" voor $n-1$ dimensies? Ja, want bij beide nemen de overeenkomstige oppervlakken van ($n-1$ resp. $n-2$) afmetingen, wat hun hyperoppervlak binnen een krachtbuis betreft, toe evenredig met $\sin^{n-2}\varphi$ resp. $\sin^{n-2}\alpha_{ell}$.

~~Elk lineair element neemt toe even. met $\sin\varphi$ resp. $\sin\alpha_{ell}$ voor~~

(voor de φ hebben we een niet-Eucl. kegel — beschr. lijnen zijn lang $\frac{1}{2}\pi$; maar elk lineair element van den (hyper) ontrek van het grondvlak neemt toe even. met $\sin\varphi$; die ontrek is van $n-2$ afm.; voor de α_{ell} daarentegen hebben we een bolopp. van $n-2$ afm., waarvan elk lineair element groeit even. met $\sin^{n-2}\alpha_{ell}$.)

~~Fintegreren~~ $\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\sin\vartheta\cos\vartheta\,bg\,tg\left\{\frac{r\cos\omega}{2k}\cos\vartheta+\frac{r\sin\omega\cos\varphi}{2k}\sin\vartheta\right\}d\vartheta$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}2\sin\vartheta\cos\vartheta\,d\vartheta\;bg\,tg\left\{\cos\vartheta\,\frac{r\cos\omega}{2k}+\sin\vartheta\,\frac{r\sin\omega\cos\varphi}{2k}\right\}$$

Integreren dus $\int_0^{\pi}bg\,tg\{a\cos\vartheta+b\sin\vartheta\}\,d.\sin^2\vartheta=$

$$=\Big[\sin^2\vartheta.\,bg\,tg\{a\cos\vartheta+b\sin\vartheta\}\Big]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\sin^2\vartheta.\,\frac{-a\sin\vartheta+b\cos\vartheta}{1+(a\cos\vartheta+b\sin\vartheta)^2}\,d\vartheta.$$

$$-\sqrt{a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\sin^2(\psi-\alpha)\,\frac{\cos\psi\,d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}$$

$$2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\,d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (1)\ -\sqrt{a^2+b^2}\cos^2\alpha\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin^2\psi\cos\psi\,d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (2)\ -\sqrt{a^2+b^2}\sin^2\alpha\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\cos^3\psi\,d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (3)$$

$$\frac{2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{1+a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\,d\psi}{1-\frac{a^2+b^2}{1+a^2+b^2}\cos^2\psi}$$

$$\frac{2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{1+a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\,d\psi}{1-\frac{a^2+b^2}{1+a^2+b^2}\cos^2\psi}$$

$$\frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\int_{-\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{x^2\,dx}{1-x^2}$$

$$\frac{4\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\int_0^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{x^2\,dx}{1-x^2}$$

$$\boxed{-4\frac{b\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}+\frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\,l\{\sqrt{1+a^2+b^2}+b\}-\frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\,l\{\sqrt{1+a^2+b^2}-b\}}$$

De integratie van (2) en (3) en evenzo gevonden de laten uit die integraal naar ρ levert geen moeilijkheden. Wel de laatste naar ρ van (1), die geeft:

$$[illegible]\int_0^{\sqrt{\frac{r^2}{2k^2}-a^2}}db\,\frac{\sqrt{1+a^2+b^2}\,2\sin\alpha\cos\alpha}{(a^2+b^2)\sqrt{\frac{r^2}{2k^2}-a^2-b^2}}\int_0^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{dx}{1-x^2}.$$

Zie t algemeen voor n afm.: pot. dubbelpunt (met magnetische poolrumd en bij:) $\frac{\cos\varphi}{\sin^{n-1}\chi}$.

~~Correctie~~ potentiaal [redacted] komt weer uit integratie van $bgtg\,\frac{r\cos\varphi}{2k}$ volgens $\cos\varphi$ over de hypersfeer.

Dit geeft: $\cos\omega\int_0^\pi\int_0^\pi \sin^{n-2}\vartheta\,\sin^{n-3}\varphi\,\cos\vartheta\; bgtg\,\frac{r\cos\vartheta}{2k}\,d\vartheta\, d\varphi$

Hierin ~~geeft~~ $\int_0^\pi \sin^{n-3}\varphi\, d\varphi$ als constante figureeren, en er komt: $c.\cos\omega\int_0^\pi \sin^{n-2}\vartheta\cos\vartheta\; bgtg\,\frac{r\cos\vartheta}{2k}\,d\vartheta$.

[Hetgeen direct was in te zien geweest, daar natuurlijk moet komen $\cos\omega$ maal de waarde der integraal voor samenvallende polen der beide bolfuncties]

Nu is de integraal:

$$c\int_0^\pi \sin^{n-2}\varphi\cos\varphi\; bgtg\,\frac{r\cos\varphi}{2k}\,d\varphi = 2k\,c\int \sin^{n}\text{[redacted]}\varphi\;\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi}$$

En de laatste integraal is te herleiden volgens:

$$r^2\int_0^\pi\frac{\sin^n\varphi\, d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} = (4k^2+r^2)\int_0^\pi\frac{\sin^{n-2}\varphi\, d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - \int_0^\pi\sin^{n-2}\varphi\, d\varphi.$$

Denk nu eerst n oneven $= 2n+1$, en noem T_1 de functie van [redacted] r, waarmee $\cos\omega$ moet worden vermenigvuldigd. Dan is:

$$r^{2n}\, T_1 = \text{[redacted]}\int_0^\pi \sin^{2n+1}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi}$$

$$r^{2n}\, T_1 = \text{[redacted]}\, r^{2n-1}(4k^2+r^2)\int_0^\pi \sin^{2(n-1)+1}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-1}\,\text{[redacted]}\int_0^\pi \sin^{2(n-1)+1}\varphi\, d\varphi.$$

$$= r^{2n-3}(4k^2+r^2)^2\int_0^\pi \sin^{2n-3}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-3}(4k^2+r^2)\int_0^\pi\sin^{2n-3}\varphi\, d\varphi - r^{2n-1}\int_0^\pi\sin^{2n-1}\varphi\, d\varphi.$$

$$\boxed{\int_0^\pi \sin^{2n+1}\varphi.\, d\varphi = 2.\frac{2n.(2n-2)\cdots\cdots 2}{(2n+1)(2n-1)\cdots\cdots 3.1}}$$

$$\boxed{\int_0^\pi \sin^{2n}\varphi.\, d\varphi = \frac{(2n-1)(2n-3)\cdots\cdots 3.1}{2n(2n-2)\cdots\cdots 2}\,\pi.}$$

[redacted] $\int_0^\pi \sin^{2n+1}\varphi\, d\varphi = \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+1)!}$

en $\int_0^\pi \sin^{2n}\varphi\, d\varphi = \frac{(2n)!}{2^{2n}.(n!)^2}\,\pi.$

$$= r^{2n-5}(4k^2+r^2)^3\int_0^\pi\frac{\sin^{2n-5}\varphi\, d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-5}(4k^2+r^2)^2\int_0^\pi\sin^{2n-5}\varphi\, d\varphi - r^{2n-3}(4k^2+r^2)\int_0^\pi\sin^{2n-3}\varphi\, d\varphi - r^{2n-1}\int_0^\pi\sin^{2n-1}\varphi\, d\varphi.$$

~~Dus valt te rekenen:~~

$$\cancel{-\frac{(1+\rho^2)\sin\omega}{\rho^3}\int dx\,.\,\sqrt{1-x^2}\,.\,\frac{1}{\left(1-\frac{1+\rho^2}{\rho^2}x^2\right)^2}\,l\left\{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{\frac{\rho^2\sin^2\omega}{1+\rho^2}-x^2}\right\}\sqrt{1+\rho^2}}$$

~~Dus valt te rekenen:~~ ~~partieel integreeren.~~

$$\cancel{\int_0^{\frac{\sin\omega}{\sqrt{1+\rho^2}}} dx\,.\,\frac{\sqrt{1-x^2}}{\left(1-\frac{1+\rho^2}{\rho^2}x^2\right)^2}\,l\left\{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{\frac{\rho^2\sin^2\omega}{1+\rho^2}-x^2}\right\}}$$

Stel $T_1 = 2T_2$ dan:

$$r^{2n}\Gamma = \frac{(4k^2+r^2)^n}{2k}\,\mathrm{bgtg}\,\frac{r}{2k} - r(4k^2+r^2)^{n-1}\int_0^{\frac12\pi}\sin\varphi\,d\varphi$$

$$- r^3(4k^2+r^2)^{n-2}\int_0^{\frac12\pi}\sin^3\varphi\,d\varphi$$

$$\vdots$$

$$- r^{2n-5}(4k^2+r^2)^2\int_0^{\frac12\pi}\sin^{2n-5}\varphi\,d\varphi$$

$$- r^{2n-3}(4k^2+r^2)\int_0^{\frac12\pi}\sin^{2n-3}\varphi\,d\varphi$$

$$- r^{2n-1}\int_0^{\frac12\pi}\sin^{2n-1}\varphi\,d\varphi.$$

$$\frac{(4k^2+r^2)^n}{2k}\,\mathrm{bgtg}\,\frac{r}{2k} - r(4k^2+r^2)^{n-1}$$

$$- r^3(4k^2+r^2)^{n-2}\,\frac{2}{3}$$

$$- r^5(4k^2+r^2)^{n-3}\,.\,\frac{2.4}{3.5}$$

$$- - - - - - -$$

$$- r^{2n-3}(4k^2+r^2)\,\frac{2.4\ldots(2n-4)}{3.5\ldots(2n-3)}$$

$$- r^{2n-1}\,.\,\frac{2.4.\ldots(2n-4)(2n-2)}{3.5\ldots(2n-3)(2n-1)}$$

$$2k\,T' = \alpha \cdot \frac{1}{\sin^{2n}\alpha} - \cot\alpha \cdot \frac{1}{\sin^{2n-2}\alpha}$$
$$- \frac{2}{3}\cot\alpha \cdot \frac{1}{\sin^{2n-4}\alpha}$$
$$- \frac{2.4}{3.5}\cot\alpha \cdot \frac{1}{\sin^{2n-6}\alpha}$$
$$\vdots$$
$$- \frac{2.4 \cdots (2n-4)}{3.5 \cdots (2n-3)}\cot\alpha\,\frac{1}{\sin^{2}\alpha}$$
$$- \frac{2.4 \cdots (2n-4)(2n-2)}{3.5 \cdots (2n-3)(2n-1)}\cot\alpha.$$

De eindpotentiaal, de zuivere dubbelpuntspotentiaal wordt voor $2n+1$ afm.: $\frac{\beta}{\cos^{2n}\beta} + \operatorname{tg}\beta\left\{\sec^{2n-2}\beta + \frac{2}{3}\sec^{2n-4}\beta + \frac{2.4}{3.5}\sec^{2n-6}\beta + \frac{2.4\cdots(2n-2)}{3.5\cdots(2n-1)}\right\}$

of: $\frac{1}{\cos^{2n}\beta}\left\{\beta + \sin\beta\left[\cos\beta + \frac{2}{3}\cos^{3}\beta + \frac{2.4}{3.5}\cos^{5}\beta + \cdots \frac{2.4\cdots(2n-2)}{3.5\cdots(2n-1)}\cos^{2n-1}\beta\right]\right\}$

~~[illegible]~~

Voor ellipt. plat vlak komt voor de correctiefunctie:

$$\frac{\cos\omega}{z}\left\{z^2\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\varphi\,d\varphi}{4k^2+z^2\cos^2\varphi}\right\} = \frac{\cos\omega}{z}\left\{(4k^2+z^2)\int_0^{\pi}\frac{d\varphi}{4k^2+z^2\cos^2\varphi} - \int_0^{\pi}d\varphi\right\}.$$

Voor de eerste integraal wordt $\operatorname{tg}\varphi = x$ gesteld, dan komt ten slotte: $\cos\omega\left\{\sqrt{1+\frac{4k^2}{z^2}} - \frac{2k}{z}\right\} = \cos\omega\left\{\frac{1}{\sin\alpha} - \cot\alpha\right\}$

De eindpotentiaal wordt: $\cos\omega\cot\alpha$ of $\frac{2k}{z}\cos\omega$. De potentiaalniveaus zijn dus dezelfde, als voor Euclidische meting; niet echter de krachtlijnen.

Een hypersfeer (H_7) van 7 afm. ~~alleen~~ voor te stellen: plaats in R_8 met assen OX_1, $-OX_1$, OX_2 ------ OX_8, $-OX_8$. Van X_1 ga ik naar een H_6 in $X_2 \cdots X_8$ volgens een halve H_7 over sfer. afst. van 0 tot $\frac{1}{2}\pi$ (vandaar weer door naar $-OX_1$). In H_6 ga ik volgens afst. 0 tot $\frac{1}{2}\pi$ van X_2 naar een H_5 in $X_3 \cdots X_8$ (vandaar weer door naar $-X_2$). In H_5 een

Het dubbelpunt sta in X_1 en wijze naar X_2. Ik krijg nu alle punten van de hypersfeer eenduidig door alle punten van de H_5 door ~~[illegible]~~ een halven bol te vereenigen met den cirkel door $\pm X_1$, $\pm X_2$; van de ell. R_7 (eveneens eenduidig behalve voor de H_5 zelf, welker punten tweemaal geteld worden), door alle punten van de H_5 te vereenigen met de ell. rechte lijn door X_1 en X_2 ~~volgens~~ een half elliptisch plat vlak. In die halve

40) bollen, resp. halve ell. pl. vlakken loopen de krachtlijnen van het dubbelpunt. Het veld bij $\mathrm{tg}\,\frac{r\cos\psi}{2k}$, dat geldt voor H_3 moet ook gelden voor H_n, want teeken de krachtlijnen volgens dat veld in elk der bedoelde halve bollen, waarvan sprake is, dan is binnen dat vlak de div. 0, maar beschouw nu voor een H_n twee willekeurige (dicht bij elkaar) van die H_3's en twee overeenkomstige krachtlijnen er in, dan is de verbindingslijn van twee overeenk. punten op de beide krachtlijnen 1e. loodrecht op die krachtlijnen en 2e constant over de hele lengte der krachtlijnen. De ruimte tusschen de overeenk. punten van alle ~~krachtlijnen~~ overeenk. krachtlijnen dicht bij elkaar, heeft dus 1e constante inhoud binnen de krachtbuis en is 2e loodrecht op de krachtbuis. Zoodat de flux-eigenschap van dat veld, ook voor een willek. aantal afmetingen, behouden blijft.

De zooeven gevonden dubbelpuntspotentialen zijn algemeen voor elliptische ruimten, maar nog niet voor hypersferen. Maar voor hypersferen hebben we gevonden: dubbelpunt + gelijk dubbelpunt in tegenpunt. Maar ook volgens Schering: dubbelpunt + tegengest. dubbelpunt in tegenpunt. Door sommeering van beide komt het algemeene dubbelpunt op de hypersfeer.

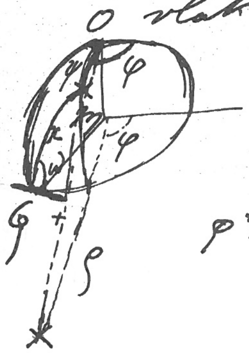
Dubbelpunt in ell. R_2 of 2 gelijke dubbelpunten in tegenpunten op gewone bol is ook te vinden door conforme afbeelding uit het platte vlak. Zet daarin $\perp$ pl. vlak maar 2 parallel en tegengest. gerichte dubbelpunten, en projecteer ze dan zoo op den bol, dat ze in tegenpunten ~~uitkomen~~.

Potentiaal $\dfrac{4a^2\rho^2\sin\varphi\cos\varphi}{(\rho^2+a^2)^2-4a^2\rho^2\sin^2\varphi}$ (van)

De cirkel om M door P en Q is de projectiebol middel. vlak. We projecteeren uit den bovenpool O.

We nemen op den bol als coörd. eerst: ψ voerstr.; φ poolh.

Dan: x voerstr.; ω poolhoek.



$\psi = 2\,\mathrm{bgtg}\,\frac{a}{\rho}$; $\quad \cos\psi = \sin x\sin\omega$.

$\cot\varphi = \mathrm{tg}\,x\cos\omega$.

$\rho^2 = a^2\frac{1+\cos\psi}{1-\cos\psi} = a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}$; $\rho^2\sin^2\varphi = a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}\cdot\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 x\cos^2\omega} =$

$= a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}\cdot\frac{\cos^2 x}{1-\sin^2 x\sin^2\omega} = \frac{a^2\cos^2 x}{(1-\sin x\sin\omega)^2}$

$\rho^2\sin\varphi\cos\varphi = \frac{a^2\sin x\cos x\cos\omega}{(1-\sin x\sin\omega)^2}$

Potentiaal wordt $\cot x\cos\omega$, de oude uitkomst.

Nu het enkele dubbelpunt op den bol: 2 gelijke dubbelpunten: $\cos\omega\cot x$.

dan 2 tegengest. dubbelpunten: $\cos\omega\,\mathrm{cosec}\,x$.

(1) zooals ook direct komt door conforme afbeelding

Een enkel dubbelpunt $= \cos\omega\cot\frac{1}{2}x$ (1). De correctiepotentiaal was $\cos\omega\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}x$, was dus van een dubbelpunt in het tegenpunt. Dat zal waarschijnlijk wel van alle correctiepotentialen voor n dimensies gelden. Natuurlijk, want die correctiepotentialen zijn het verschil van de potentiaal met gelijke dubbelpunten in tegenpunten, en die met tegengest. dubbelpunten in tegenpunten.

Gang van het betoog over de hypersfeer H_n. Dubbelpunt P_1 en antipodische P_2 hebben velden V_1 en V_2. Dan is V_1+V_2 bekend. Ook is bekend V_3, het veld van een harmonische belegging met ogen van de pool-H_{n-1}, van P_1 en P_2. $V_1+V_2+V_3$ is 0 in H_{n-1}. Daar V_1 en V_2 in H_{n-1} gelijk zijn, is $V_1+V_3=0$ in H_{n-1}, dus ook overal $(H_n)_1$, d.i. de naar P_1 gekeerde helft van H_n. Evenzoo is $(V_2+V_3)_1=0$. Dus is (V_1-V_2) bekend $=(V_1+V_3)_1=(V_1+V_2+2V_3)_1$. En dus: $(V_1)_1=(V_1+V_2)_1+(V_1-V_2)_1$; $(V_2)_2=-(V_3)_2$