[~~Over~~ "Mehrfache Ordnungstypen" in Math. Ann.
Zoo blijkt dat de ruimte gevormd door het stellen (willekeurig) van 3 in plaats van 1 opvolgings-verbanden in de aftelbare hoeveelheid.
Maar die opv. verbanden zijn de genereering der hoeveelh., dus de hoeveelh. zelf.]

Nog te gaan: waarom is elke door 2 punten (van zijn) bepaalde kromme van een het vlak opvullende schaar steeds te beschouwen als minimaalmakend een integraal minimaalmakend (er zijn waarschijnlijk reeds steeds verschillende integraalelementen, waarin alleen de eerste afgeleide optreedt; maar bovendien natuurlijk nog veel andere, waarin ook de hoogere afgeleiden optreden.

Wel, dit volgt natuurlijk steeds uit de part. diff. vgl., die het omkeeringsprobleem der var. rekening is.

Het axioma der beweging van Hilbert is: bij elkaar gelegen punten blijven bij elke beweging bij elkaar.

Zijn er ∞ geodetische vlakken in R_3, dan zeker (want uit elk punt is ∞^2 directies) met 3 parameters.
Wij moeten bewijzen nu, dat als die ∞^3 vlakken bundels [illegible] lijnen (zoodat er maar ∞^4 in pl. van ∞^6 snijlijnen zijn) dat we dan de projectieve ruimte hebben.

Wie in de zon kijkt, wat schaamt hij zich voor zijn wiskunde!

(De gevolgen van de stelling van Desargues of de projectieve stellingen is nog niet, dat het stuk geschikte blaadjes in de 3 parameters lineair is, maar alleen dat de wijze van Verknüpfung binnen het beschouwde gebied [van de „Zahlenraum" dezelfde is, als van het lineaire systeem binnen een zeker gebied, maar buiten dat ~~daarom zeer~~ gebied kan de functie natuurlijk zeer goed een ander verloop hebben.)

[Later kunnen de volgens Schur p. 136 ... worden toegevoegd ... Voor dit is, vereeniging van dit begrip in een ... willek. een vorm hebben.

(men merke op, dat al deze constructies uitsluitend binnen het bepaalde gebied vallen cf. ... p. 342)

Op de wijze van getallenvorming van Klein ~~wordt~~ worden de punten der geometrie en tegelijk de representeerende getallen ~~ont~~ opgebouwd, en dan blijken de representeerende functies binnen het gebied lineair in de parameters, immers als parameters te hebben de coëfficiënten van een lineair syst. in de coördinaten.

Van al de dubbels (punten en (welke) lijnen binnen een convexe kromme) blijken alleen die, welke een 2de graads kromme tot begrenzing hebben, in zichzelf over ~~te voeren~~ door een groep (infinit.)

Want het is onmogelijk, dat een projectieve transformatie een gesloten kromme in zichzelf overvoert of het moet een tweedegraadskromme zijn. Vergl. Lie en Klein ~~Math. Ann.~~ 4; Lie III Theorie pag. ... en 88.

Wat is het kennisbegrip anders, dan het geven van een afbeelding van een oneindig aantal punten in eindigen vorm, uit te voeren met behulp van een eindig aantal waarden onder toepassing van een eindig aantal bepaalde mathematische inducties.

[Het gewerken van Hilbert is toch niets, dan gewoon toepassen van de methodes der gewone wiskunde; het zoekt geen grondslagen van de wiskunde: die liggen in het leven]

[Is in de alg. relativiteit niet waar, dat de rel. energie van 2 pos. ladingen het tegengestelde is van die van een pos. en een neg.? Zoodat dan uit de berekening toch de ware potentiaal zou zijn af te leiden?]

Russell Foundations p. 46.) Moet tusschen A en B juist een bepaald maatgetal bestaan, om te anders dan van het paar A en C? ~~[illegible]~~ steeds is ~~[illegible]~~ een willekeurig ~~[illegible]~~ postulaat, dat er een rechte lijn ~~[illegible]~~ tusschen de punten te vormen is; en dan nogeens, dat zoo'n lijn heeft ~~[illegible]~~ het ordetype der reëele getallen (intusschen blijkt deze aanname realiseerbaar; daartoe hoeven we als punt maar ~~een~~ 3 tallen getallen coördinaten te definieeren)

Op dezelfde rechte lijn?

~~[illegible]~~

[illegible]

[De potentiaal is het veld der aarde heeft geen rotatie, en daarom ben je na iedere rondreis een ander mensch; het moet echter, als de rondreis de beide polen der aarde scheidt.]

Russell beschouwt de hyperb. ruimte als heel iets anders, als de afbeelding daarvan op de Eucl., zóó, dat de afstand in de eerste wordt het maatverschil in de tweede; beschouwt hiermee echter als alleen bewezen, dat in de hyperb. ruimte geen tegenstrijdigheid zit; maar hij vindt de hyperb. ruimte in elk geval nog heel iets anders op zichzelf staands.

Zulke redeneeringen zijn die van een naieven jongen, die de klok heeft hooren luiden, en met alle geweld ook nu wil praten, en zoo het naieve gevangen standpunt, zonder verdere ontwikkeling d.i. reiniging, gaat verdedigen.

Je hoeft niets eerst te reinigen, als je het eerst vuil maakt. Dus is beter, heelemaal geen wiskunde te doen, dan achteraf je moeite voor je wiskunde te reinigen.

Bedenk, dat er niet de minste aanleiding is, om de onwaarneembaar kleine deeltjes binnen Euclidische ruimte — de atomen b.v. ook als Euclidisch aan ~~te nemen~~ (d.w.z. ook aan de groep te laten voldoen).

Zoodra je met behulp van die tegengestelde hypothesen een theorie inricht, dan had die toch slechts grappige jaartallen waarde, zooals ook b.v. het „geniale" naar Kronecker's argumentering C-atoom van Van 't Hoff.

Geen volkomen zou toch een niet-Euclidische of een ~~andere~~ een niet-Euclidische bewegingsgroep kunnen hebben.

Daar een begrip steeds een vaste afgrenzing is, kun je alleen in vaste afgrenzing ~~inrichting~~ inwerken op des menschen begrip dus aprioriën maken. Elk handelbaar iets is afgegrensd; de wiskunde is er ook een voorbeeld van.

Paedagogische „wetenschap" is zulke, die geen reiniging maar alleen raad voor het gevangen denken geeft.

~~Alle [illegible] zoo ook de [illegible] hebben [illegible] maar zijn daardoor ook waardeloos geworden.~~

~~Correctiepotentiaal voor magnetische [illegible] met 1 [illegible] in het elliptische [illegible]:~~

~~$\frac{2}{\pi}$ [illegible] $2k$ (6)~~

~~Deze formule blijft gelden voor de elliptische R_3~~

De grondformule der potentiaal in de Euclidische R_3 is: $\int \frac{(\nabla^2 u)\,d\tau}{r} = 4\pi u$ (dit geldt vooreerst voor een scalar, maar, daar ∇^2 een scalaroperator, ook voor de ongequaternion)

En hieruit, als we $\nabla u = v$ stellen:

$$\int \frac{(\nabla v)\,d\tau}{r} = 4\pi u. \qquad \mathrm{I}$$

$$\nabla \int \frac{(\nabla v)\,d\tau}{r} = 4\pi v. \qquad \mathrm{II}$$

Hierin is u een willekeurige quaternion, maar ook v een willekeurige quaternion; want bij elke quaternion is een potentiaalquaternion aan te wijzen. (De potentiaal van een scalar is de ~~kracht~~, uitgeoefend door ~~den~~ scalar als $4\pi \times$ agens beschouwd.)

Het is nu de vraag waarin de formules I en II overgaan in de elliptische ruimte.

Resultaat van de Maxwellsche phys. theorie.

De willekeurige vectordistr. is te splitsen in V_1 met alleen diverg. en V_2 met alleen rotatie.

Beide componenten zijn af te leiden uit hun ∇.

$$V_1 = \nabla \int \frac{(\nabla V_1)\, d\tau}{r}$$

$$V_2 = \nabla \int \frac{(\nabla V_2)\, d\tau}{r}$$

V_1 is dus te beschouwen als voortgebracht door scalar-agens ∇V_1 (waardoor het bepaald is en), waarvan de distributie geheel willekeurig in de ruimte mag worden aangenomen, tenzij dat bij nauwer toezien bemerkt, dat er evenveel pos. als neg. scalar-agens moet zijn; het agens blijkt dus aanwezig te zijn in den vorm van magneten. De elementaire vectordistributie voor V_1 (de willekeurige V_1 is dan een willekeurig ruimte-integraal er van) is dus de potentiaal van een elementairmagneet. (in de Eucl. R_3 mag die echter gesplitst worden voor de berekening in de potentialen der beide polen.)

V_2 is dus te beschouwen als voortgebracht door vector-agens ∇V_2, waardoor het bepaald is en waarvan de distributie alleen aan de flux-eigenschap heeft te voldoen. Als elementaire agens (waarvan de willekeurige V_2 een geheel willekeurige ruimteintegraal moet zijn) moet hier dus worden genomen een zeer klein gesloten vectorbuisje. En het willekeurig agens blijkt aanwezig te zijn in den vorm van willekeurig verdeelde electrische stroomen.

8

Voor de elliptische ruimte blijft de willekeurige vector distributie beschouwbaar als een ruimte-integraal van de potentiaal van een elementair magneet en van een elementair stroompje.]

[De operator $\nabla = i\frac{d}{dx} + j\frac{d}{dy} + k\frac{d}{dz}$ kan natuurlijk voor elk punt t.o.v. 3 andere onderl. loodrechte assen onderstellen. Voor een niet Eucl. ruimte kan de distributie dezer assrichtingen dus nog willekeurig worden aangenomen.

We kunnen daar dus een Gord nemen in elk punt de 3 lijnen, rechts evenwijdig met de 3 coörd. assen in den oorsprong.]

[In de Euclidische ruimte kan het veld van het elementair stroompje voor het rekenen worden opgebouwd uit dat van rechtl. stroomelementen; maar zoo'n veld van een stroomelement is een fictie (overigens heeft het in de heele ruimte rotatie; een zuivere vector distributie als rotatievector is dus wel gemakkelijk te splitsen in velden van gesloten elem. stroompjes — daartoe maken we maar op de rotatie van den rotatievector — maar niet van (rechtl.) stroomelementen), die voor de Eucl. ruimte toevallig heel licht gaat; van den zelfden aard en waarde, als de splitsing van het veld van een magneet in die van afz. polen.]

Stelling. Ook in de elliptische ruimte is de rotatievector V_2 (bij een vectordistrib. V) een flux.

Bewijs. Het volgende bewijs is geldig voor elke R_3 onafh. van de krommingseigenschappen: Neem een willekeurig gesloten oppervlak en bepaal $\int V_2\, d\sigma$ [redacted] dat oppervlak naar buiten. Nu is $\int V_2\, d\sigma$ = de integr. van V langs den omtrek van dO. Maar de omtrekken dezer elementjes en evenwijdige (dus) integralen van V daarlangs vernietigen elkaar over het geheele oppervlak. Derhalve $\int V_2\, dO = 0$.

Het veld van het elem. stroompje zal ook in de ell. ruimte waarsch. hetzelfde zijn als van een dubbelpunt.

En de splitsing van een distributie in velden van stroomelementen kun je pas opschrijven, als je die in velden van stroomkringen al (eerst) hebt opgeschreven. Want dat veld van een stroomelement heeft overal rotatie; ik kan dus niet door rotatievector van het resulteerend veld in een punt A iets besluiten omtrent het stroomelement in dat punt A (immers de rotatievector daar wel gesplitst worden in verschillende rotatievectoren, behoorend bij de verschillende componeerende velden. Het zgn. veld van een stroomelement is feitelijk goed beschouwd een veld van [redacted] een zekere ~~samengestelde~~ distributie van eindige stroomen.

Van ~~mijn~~ bewijs van de hoofdstelling, dus rekenkundig, kan Mannoury toegeven dat het te veel nog intuïtief is, en in de "mathematische logica" geen plaats heeft.

10

Mijn bewijs faalt er overigens van uit, dat de uittelbaarheid wezenlijk – zonder inductie – uitvoerbaar is. Dit nu heeft geen zin in het systeem van Mannoury, maar wel in het mijne, dat alleen hoeveelheden, die opgebouwd worden kunnen, hetzij door aftellen, hetzij door inductie.

P: Nog het postulaat bij het bewijs;

Grondslagen der wiskunde zoeken is de nieuwere wisk. Engl. theorie niet; slechts uitbreiding van de centraliseerings- en samenvattingsvormen van het rekenwerk.

Voeren we als element voor de potentiaal der ell. inwerkende het dubbelpunt in, dan sluit dat niet direct in de kennis vooruit, dat het veld van een lijn van dubbelpunten alleen afhankelijk is van de uiteinden van die lijn, niet van den gevolgden weg.

Wel wordt dat ingesloten als we als elementen nemen de verschillende agens (dimensieloze) punten, waar met het contraire ~~[illegible]~~ agens in een willekeurig vast punt (b.v. den oorsprong; al die ingevoerde agentia in O heffen dan elkaar op). Het potentiaalelement wordt dan een magneet met een der polen in den oorsprong en dat veld is een functie van de sterkte en de plaats der andere pool (buiten O), dat is van de divergentiedistributie der gegeven vectordistributie.

Dat de hemellichamen altijd maar in elliptische banen om elkaar heen bewegen, „niet duurzaam van elkaar weg kunnen" schijnt te verklaren te zijn uit de elliptische ruimte.

Lorentz' gravitatietheorie komt uit de elliptische ruimteopvatting direct te voorschijn.

(anders natuurlijk de Herwinning en centralisering)

Het centraliseeren van een fantasie (door de menschen) is haar bemachtigen, door haar bestendigheid, gelijkberechtigdheid met haar verschillend geaarde polaire tegenstellingen, en daardoor ook weer haar van zelfsprekendheid te zien.

(in de beschouwing)

Maar het is altijd maar een gedeelte der fantasie, dat gecentraliseerd wordt. Het centraliseeren is altijd het oprichten van een eenigheid, en geschiedt met opoffering van veel aspecten der fantasie.

Maat en maatverhoudingen is a priori gegeven uit de optelgroep. [redacted] Daarom bestaat tegen de [redacted] „opbouw" der proj. meetk. als meng geometrie geen bezwaar.

(in de meetkunde) De stelling van Desargues (van harm. punten) spreekt vanzelf; immers dat ~~[illegible]~~ zijn de 2 die apart gelijkberechtigd zijn, worden op precies dezelfde wijze afgeleid, als ik de 2 segmenten van de basislijn verwissel.

(als we niet aprioristisch aan de continuiteit willen appelleeren, wat het zuiverste is)
De eenige manier, om de perfecte Menge op te bouwen (wat toch vereischt wordt), zal wel zijn volgens Cantor M. Ann. 46 pag. 408.

Zijn nu geen classificeeringen van de getallen (in 't algemeen transcendente) aan te geven op grond van die Cantorsche formule? De gewone transcendente en reëele getallen, als sin 3, e^2, $\sqrt{\pi}$ enz. zijn natuurlijk in dit systeem slechts zeer bijzondere en niet van de eenvoudigste volgens deze nomenclatuur.

En ook we kan best nog meer getallen tusschen deze Cantorsche getallen kunnen aannemen; maar alleen is dat voorloopig niet noodig voor het rekenen.

Bij de projectieve methode zal men wel niet komen met (d.i. de bewegingsmethode) de rationale getallen. Bij de metrische komt de irrationaliteit slechts tot den tweeden graad, (dit is niet te [illegible].

~~De continuiteit is vereischt voor de meting met (toch in een Menge?) een onafhankelijke [illegible]. Met [illegible] de meting in het eendimensionaal continuum, en dan de betrekking van het [illegible] op het [illegible] met alle [illegible] tot [illegible] maar [illegible]~~

Ik kan niet spreken van zich[illegible] Fundamentele [illegible] tot defin. v. d. afgeslotenheid. Ik kan alleen nemen de limiet van de gestalten tusschen van verschill. grenzen
(Maar deze onderstelling altijd in voorkeur voor bepaalde punten van uitgang)

De defin. v. Verhouden der Stetigheid kunnen we nemen als experimenteele eigenschappen v. h. continuum.

Of kan ik de beweging ook in de rationale vlakte uitvoeren, zonder dat de raaklijnen in de fund. kegelsneden (die als dubbelelementen optreden) bij irrationaal worden; en de dubbelverbinding ~~waarom~~ mogelijke hoeken ontstaat met Bij [illegible]) anders dan als ~~[illegible]~~ ideale elementen optreden?

~~Het standpunt in continuum, dat dat absolute zooals zijn is, niet precies, met het betrekkelijk, maar ik kan het toch niet opbouwen zonder het denken continuum tot hulp te nemen. Daarom gaat men allerlei functies opstellen, al zijn dat ook maar een klein deel van alle mogelijke functies, om allerlei (Captie) samenstellingen te kunnen beschrijven; ook al komt men zoo nooit tot de meest algemeene functies.~~

~~Want het intuïtieve continuum kan ik zonder behulp van functies niet verder meten; [illegible] op het plaats van die termen [illegible] tabellarische en [illegible] zooals men de [illegible] een [illegible] continue tusschen [illegible] opschoon bij [illegible] werkelijkheid [illegible] in differentiaal [illegible]~~

De afstand(s)formule (element) uitgedrukt als $\sqrt{(x\,dx + y\,dy)}$ in de 2 onafh. coörd. x en y. Dit is de eenvoudigste wijze van opbouwen voor de Euclidische meetkunde.

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Daar spreken alleen is het samen voelen van elkanders wil, en dus gericht op de buitenwereld, kan ook de wiskunde alleen handelen over de uitwendige wereld, en de grondslagen der wiskunde zijn [illegible] abstraheeren van de wiskundige actie op de buitenwereld (ten slotte geheel in de binnenkamer geconcentreerd in een gesteld systeem van entities, geabstraheerd uit de buitenwereld.)

De math. logici zeggen nu: het gebeuren in de physica dekt zich logisch met het door mij opgestelde systeem; maar dat is onzin; primair is het physische en het logische ding heeft alleen zin als verstarring uit de physica, niet onafhankelijk er van.

Van al de eigenschappen der „Geordnete Gruppe" van Vahlen volgt het Existenzbeweis evenals bij de gewone getallen.

Het oppervlak van Clifford („of zero curvature and finite extent") is een gewone Euclidische rechthoek, waarvan de overstaande zijden tegen elkaar zijn gebogen tot een ring.

Het „door onderscheiding wijs geworden": „zoo is de wereld" (ook het wiskundige) wordt zelfgenoegzaam berustend gezegd, alsof de wereld niet zóó was door eigen slechtheid.

~~Het [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] dat [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] in de wiskunde is gemaakt, dat op die manier de [illegible] zelf kunnen worden op-gebouwd.~~

Men moet weigeren, wiskunde te doen. Maar nu het eenmaal zoo is, moet men toch weigeren, den tweeden stap te doen, n.l. de mathem. Logica.

Het [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] geheele [illegible]

Het [illegible] [illegible] [illegible] want [illegible] [illegible] de [illegible] [illegible] rekenkunde [illegible] [illegible] [illegible]) want rekenen is een apriorische operatie, systeem, [illegible] zoodanig het element zelf [illegible] willekeurig [illegible] algemeene [illegible] [illegible] [illegible] te zijn [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] rekenkunde [illegible] opgebouwd), doch [illegible]

te zoeken —; de wiskunde echter is een empirische wetenschap, en diens axioma's kunnen worden gevonden, lijst gemaakt, immers ook: de bouwbaar is in de meerdimens. arithmetiek.
(Wat echter van de methode is, de quasi-geometrische samenvatting in meerdimensionale arithmetiek: die is natuurlijk weer aprioristisch.)

~~De bol met ∞ str. in hyp. meetkunde heeft~~ ~~eenEucl. meetkunde~~; dit moet zijn: natuurlijk want een bol heeft per se bolgestalte, in elke soort van meetkunde

Hebben op een gegeven projectief tweedimensionaal grondopp. die punten bepaalde projectieve verhoudingen? Geen ~~[illegible]~~
~~[illegible] die, en de [illegible]~~
~~[illegible] op dat oppervlak?~~

(1) unicitietsbewijs
Eerst werd de inhoud van Euclides juist gevonden; de logica werd slechts als latere beschouwing daarna werd het als logisch systeem(1) onvolledig gevonden; daarna weer de logische woordsysteem wel juist.

Ik kan niet samenvattend spreken over alle punten van een 2. lijn, en daarover dingen, eigenschappen zeggen; ik kan alleen voortdurend punten vormen op een continuum, maar dan geeft ik ze.
Een [illegible] uit het grondslag — is juist; bij andere betekenis [redacted] was onjuist. Bij twee ~~[illegible]~~ andere ingaan weer juist; dit ~~[illegible]~~ verklaren kan een voorbeeld geven. Wel lettertypen [illegible] juist [illegible]
Zo de eigenschappen, grondslagen "zijn" wiskundig primair aangenomen gestalten —, maar feitelijk zijn ze uit de laatste

opgebouwd; als je grondheid maakt je dat de laatste opvatting de primaire is.

18

Een „Menge" (die ik kan aftellen) ~~kan~~ niet aan een deel van zichzelf „ähnlich" zijn. Hieruit volgt de grondslag der rekenkunde.

(Zermelo Ann. 59. 2)) Hoe legt hij hem dat, zóó'n Beweging of uitspreken of aanduiden?

~~Als~~ pendant van elkaar de Mannigfaltigkeitsgrondslagen en de interne verordening.

(Alles zouden als komend uit de waan van een ~~[illegible]~~ kiest, waardoor het telbare ontstaat; ~~[illegible]~~ Bolland ziet dat analoog maar als iets physisch geschiedends, niet iets metaphysisch.

(Dedekind, Was sind § 4) Daar praat daar weer over „Abbildung ~~[illegible]~~ in sich selbst" in 't algemeen, zonder over de (en of deze eindige verzameling op te geven) wijze ~~daarvan~~ iets toe te lichten. Het geheel gedoe krijgt pas zin, als er voorbeelden komen; maar dan dien ik die voorbeelden primair aan te brengen, en mag ze niet definieeren met behulp der voorafgegane „graue Theorie".

Ja, over de mogelijkheid er van; er is toch een Existenzbeweis noodig.

Gaat het niet, om de A_0 van Dedekind te definieeren als $\mathfrak{D}(A, A', A'' \ldots$ — $)$ het een aftelbaar aantal oneindigheden van afbeeldingen toe? Dan spreekt van zelf dat A_0 in zichzelf is afgebeeld; ~~immers zijn beelden A_0 dan [illegible] $A^{(p)}$~~ ~~dan~~ immers zij s binnen A_0, binnen $A^{(p)}$, dan is s' binnen $A^{(p+1)}$, dus ook binnen A_0.

Is het niet mogelijk, een classificatie van de in eindigen vorm op te nemen „afbeeldingen van een systeem in zichzelf" te maken?

Al die menschen van de grondslagen der „théorie des nombres" redeneeren in abstracto, maar hebben altijd het oog op bepaalde veralgemeeningen der eindige getallen.

Gegeven ~~dan~~ nu, dat de [redacted] strijd om het bestaan de heerschende energie in het binnen bedrijf brengt (welke individuen daar daaraan deel hebben, doet er weinig toe), dan zien wij dat spontaan als een afsterven van de aarde. (dit is logisch de welis waar ~~zonder~~ zin)

~~[illegible]~~

De weerlegging van Poincaré dient gevolgd door: Alles is overigens te weerleggen, voor Poincaré met een [illegible] doordringen.

De dieren zijn de ten onder gaande „middenstand" tusschen menschen en planten.

De meer abstract-wiskundige heeft den reëel wiskundige noodig, deze den technicus; deze den werkman. Zoo heeft elke verder ontwikkelde fase noodig het parasiteeren op hen, die nog de lagere fase verrichten, en hij dwingt hen daartoe, omdat hij hen kan wonden ~~[illegible]~~ (hoewel van lager ras).

Het als gesteld vastzetten van eenige dingen (waaruit dan weer andere, evenals vastgesteld kunnen worden gevormd) doe ik intuïtief (dus stel ik ook de eindige hoeveelheden intuïtief)

Midden in het redeneeren, om de eindige hoeveelheden af te leiden, spreek ik van een eerste telling eener G.G.H. en van een tweede; deze zijn dan die twee gevoeld en dus gesteld als een eindige hoeveelheid van twee tellingen.

dergelijke hier practisch voorkomende cardinaalgetallen, ordin. en cardinaalgetal. 2 zijn juist het [illegible] bewijs voor het math.-logische element 12 (terwijl men dat systeem volgens Hilbert wiskundig wil opbouwen.)

Het existentiebewijs voor de arithmetiek is de werkelijkheid in de practiseering ~~van~~ der wilhandel.

Het existentiebewijs voor de mathem. logica is de arithmetiek.

Zoo kan die mathem. logica alleen als een centraliseering gelden van de arithmetiek, ontleent haar leven aan de arithmetiek.

De weinige dingen in de natuur die als wetten zijn te zien (waarop de mogelijke [illegible] vermetelheid vat heeft) in hun waan van zelfverzekering, daarvan maken ze niet alleen in hun leven gebruik, maar zeggen zelfs dat, alles in de natuur eenvoudig(er) is, omdat hun veroveringsgebied zich beperkt tot wat uitbreidt.

Er is niets geen reden om voor de eenheid, ~~dat~~ die hulpfictie voor de beweging van vaste lichamen, met alle rationele gevolgen aan te nemen. (Daarom immers is toch b.v. een wetenschap ~~zoo~~ dichtbij het plaatsen als men wil)

~~Het was dus [illegible] als met de eenheid te continu postuleert [illegible] maar voor de zijde van een willekeurig gebied [illegible] een continu verloop [illegible] willekeurig [illegible]~~

Bij de physische problemen dus voor rekening kunnen we op physische continuïteit voor de physische wetten, maar voor de daar gezochte krommen hebben we feitelijk verkapte Differenzenrekening. (Zoo b.v. voor de brachistochroon wordt voor de ~~vormend~~ een stel punten gerekend die telkens langs rechte lijntjes worden verbonden) waar geen continuïteit hoeft ondersteld te worden ~~wordt~~ ~~punten~~

En dit rechtvaardigt dan ons voor de rekening alleen continue krommen in te voeren en zelfs differentieerbare (b.v. onderstelt men bij de brach. [illegible] dat [illegible] en [illegible])

Behalve nog dat men physisch een bewegingsrichting, die niet plotseling kan veranderen, uit het inertiebeginsel moet aannemen.

We weten alleen, dat voor ~~dat~~ fictieve stel van ruimte en tijd, dat als ondergrond dient voor de beweging van vaste lichamen (en ander stel, dan het [illegible]) betrekkelijk eenvoudige physische wetten gelden; maar dat is geen wonder.

Misschien overigens ~~zouden~~ door het stel ruimte-tijd te wijzigen (b.v. discontinu te stellen) X vele physische wetten eenvoudiger worden.

X of door niet op dat stel, maar op iets anders te betrekken

dit recht overigens niets dan invoeren van andere coördinaten, continue of discontinue

[Er zullen wel Euclidische gesloten ruimtes zijn ook]

 (physisch)

Maar tenslotte is [illegible] het betrekken op „maat" „een dergelijke„ voorstellingen", waarop men zou kunnen betrekken. Want dat zaar dappelen is anderen aan tastbaarheden nog denzelfde waarde zouden hebben, is onzin. Om dat het de makkelijkste (trouwens, dat men in 't hoofd zich houdt opgesloten) voorstelling is, is het daarom niet de betrouwbaarste. Beter nog richt men zich naar een gevoel van warmte of van gemak. Het ~~[illegible]~~ naar een gevoel van sympathie, als men voor „iets betreffende."

> het is goed als hulpmiddel; ~~als~~ waardeering van wat voor jezelf en anderen goed is voor het tot voedselverschaffing en dergelijke. Maar het is een raar ding om de wereld wiskundig meester te worden.

Het eendimensionaal continuum is een „groep" van transformaties van eenige punten. Voor die „groep" noemt men de punten lineair [illegible]

(de lineaire groep is als groep ondubbelzinnig [illegible] (formeel))

Voor van deze „groepen" heeten ze planair, geordend.

> X opgebouwd als (we hebben het wel intuitief; maar dat we juist dat [illegible] kunnen noemen, komt, omdat we alleen zoo'n weten, dat we voor alleen [illegible] groepen, die we een „heel" zullen bouwen, nooit punten te kort zullen komen)

In de quaternionen heeft men een voorbeeld, hoe de meerdimensionale groep door één teeken wordt voorgesteld (dat dat [illegible] ind. teekens van het lineair continuum desverkiezende kan worden opgesplitst, doet niets ter zake.) (die teekens van de eendimensionale groep zijn hele meest „gelijkvig"; — maar ze zijn niet de elementaire of zoiets — en daarom beschrijft men ze graag op.)

> Dedekind bouwt de reeks ook op als groep.

Eigenlijk moet men niet de dingen, maar alleen de operatiegroep beschouwen. Alleen [illegible] aan die groep ontleenen de dingen hun zoogenaamde „ordening".

~~Het~~ is waar (Mannoury), dat men bij het noemen van een getal b.v. het steeds denkt aan een bepaalde lineaire groeps-orde, waarin die groep van vier is ontstaan, zoals men de steeds groeiende lengte van een rechte lijn ook in een bepaalde volgorde ontstaan. Van een cardinaalgetal is voorshands geen sprake.

Het zien van de wiskunde als een spel van associaties van symbolen is mogelijk, maar het is een bedriegelijke, doode, eenzijdige projectie, ~~analoog~~ aan het zien van het (physiek) denken, als een stel van associatiebanen, op een anatomische plaat. Het heeft niets met de levende werkelijkheid te maken.

Oorspr. was de levende passie van het meten, d.i. tellen, ~~begonnen~~ toegepast op het continuum, dat bestond uit de aarde, die straf onzer zonde, en van het gewone tellen. Beide werken (ordinaalgetallen, voor de begeerte van grootst- en kleinstgezienste) als cardinaalgetallen; het was een toevallige tuimeling, te merken, dat dit ging, het werken met cardinaalgetallen, en ~~zekerheid~~ gaf; een vragen op een abnormale indruk zonder gewetensvraag, zoals een hond, op de kachel ~~vragend~~ ontdekt en er op, er bij gaat liggen.

Analoog in andere gedeelten der wiskunde; meetkunde, dat voor bepaalde ruimte-abstracties een zekere logische voorstelling van ruimte-eigenschappen ("gaat"), maar daarom ~~is~~ of het niet.

want het blijken abstracte dingen voor eenmaal als abstractmatig bepalen groepen.

(een bewijs uit bouwpraging)

Bijb. waren dus ~~[illegible]~~ Hemelwaarheden Williams merkt men achteraf, dat (het cardinaalgetal kan tegen volgordeverandering omvat) de onafhankelijkheid van het cardinaalgetal widersinnig zou (Zeg) (Ik hang b.v. aan 7 boomen $\overset{a\ b\ c\ d\ e\ f\ g}{}$ de bordjes 1 – 2 – – 7; hang dan 7 op c, waar ik 7 houden wil, maar tegelijk nu 3 op g; hang zoo achtereenvolgens elk cijfer op zijn plaats; steeds blijven alle ~~boomen~~ bezet (gewezen groepen)) ~~maar bij dat vasthouden aan alle boomen is het bewijs logisch in gesteld~~ maar dat doet niet ~~af~~, dat het feit van de tweeëenheid met het geval van de „Widersinn" en die niets is als een vastneming van het intellect binnen de tweeëenheid (in haar merken dat het geval) empirisch was.

Want waarom loopt er intusschen geen boom weg, onder de cijfer verhanging? 2(1) Je zou zeggen: dan zou ik hem missen, maar hoe weet ik dan, dat de voorstellingsgroep in mijn hoofd niet wisselt? Neen ik weet alleen, ik vind rust bij de voorstelling van cardinaalgetal.

(1) Hiervan wordt trouwens ook gebruik gemaakt bij de logistici.

Nog duidelijker — hoewel in denzelfden zin — is (tweeëenheid in de) de mogelijkheid der meetkunde.

Maar nu worden de bijzondere formules physisch empirisch in ~~nieuwen~~ zin.

26

Ten slotte komt de centrale nieuwe intuïtie der Mengenlehre die stelselmatig empirisch ~~.. van~~ van het tellen uitgaat, en die de meetkunde heeft ondergebracht in de Mengenlehre als hypothese tot samenvatting van die physische verschijnselen.

De oorspronkelijke triomfen van het tellen, vergefelijk als spelen met vuur van kinderen, en imitatie ~~van~~ door groote kinderen, wordt zoo omgezet in bewuste, welbegrepen, zondigheid.

Dan zou zijn dwaas geven, als na bewustwording van de naieve zonde, is het niet vooral teruggekeerd; maar uit (continuïteit, enz), als uit ... of en deel men gaat nu zijn zonde deelen met satanisch genoegen en nog bij uitoefenen.

Het verstand leidt de hartstochten, door een beperkt gebied te concentreeren, waarop ze zich mogen ontketenen. Immers na zijn verwikkeling te hebben geworpen, dwingt het nu niet alleen de natuur daarin, maar ook de eigen hartstochten; en daarmee komt de straf voor de overwinning.

(Vroeger was alles gelijktijdig in de menschelijke wissel-werking.)

Dat de verstandsbeperking kon ontstaan op de aarde, was een teeken van haren ouderdom. De verstandsmenschen konden de anderen, die niet mee deden, dooden. Het gevoel is dood of in slavernij. Alles wordt op het deelgebied betrokken, en zelfstandige andere emanaties door de duivelsche macht van het verstand buitengehouden. Vrees, dat is het betere niet op zijn terrein willen ontmoeten. ~~Begeerte~~, dat is het betere willen lokken op eigen terrein, om het te vernietigen of beheerschen.

27 Een veld, dat eigenlijk, zoowel voor 2 als 3 dimensies, ~~snel divergeert in~~ [illegible] uit een zuivere uitzetting van het op pag. 6 van dit cahier doorgehaalde veld met krachtlijnen in ~~[illegible]~~ [illegible] van verschillende grootte.)

En ook voor n dimensies (denk hypersfeer; het vlak i.p.v. magn. bepaald 2 assen, één vlak; het punt P is dan het eindpunt van een gelijkvormige boog op dat vlak, en alle krachtbuizen met AB zijn convergent [illegible] zich van AB naar een der punten P.

Stel voor een veld opgesloten in een vat. Is dan als het veld bekend is, niet af te leiden, hoe het zich zal wijzigen bij een kleine bepaalde wijziging van den wand?

Aan de diff. vgl. v. Laplace voor ellipt. ruimte voldoet b.v.

$$\psi = \operatorname{bg\,tg} \frac{r\cos\varphi}{2k} \quad (\mathrm{I})$$

d.i. de projectie van de voerstraal op de poolas, elliptisch op de hypersfeer gemeten; we zouden als coörd. kunnen voeren deze: β [illegible] en de voerstraal: α [illegible]

De pot. v. h. dubbelpunt in de ell. ruimte is misschien nog te vinden door een inversie (omdat we er toch vlakke krachtbuizen hebben, n.l. in de ~~[illegible]~~ meridiaan-vlakken.)

Bepaal eens de differentiaal van deze functie voor een oneindig kleine draaiing om oorsprong over $d\varphi$. Die differentiaal voldoet natuurlijk ook.

(gelost) Dan komt voor de som het veld van den harmonisch magnetisch belegde lijn. (die voor het Euclidische veld in 't oneindige ligt, maar dat doet aan de algemeenheid van het veld voor de ell. ruimte niet af.) Nu moet een enkel magn. dubbelpunt zijn te sommeeren uit harmonisch geloste magnetische lagen de lijn van de as van het dubbelpunt.

Maar ook uit het magnetische equivalent (met [illegible] draaiing) (hoogere) van het veld (I) (zie boven) moet het enkele dubbelpunt zijn te integreeren. Beide (velden) ~~[illegible]~~ (overigens) zijn „toch” algemeen

Het veld (I) wordt bepaald door een vlak met een lijn er in; het veld v.h. dubbel punt — door een punt met een lijn er door.

[Is dat de [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible] potentiaal in alle ruimte [illegible] punt

Formule van Lorentz voor de potentiaal

$$T_p = -\frac{1}{8\pi}\int \frac{[illegible]}{[illegible]}\, d\omega$$

[illegible] P [illegible]

[illegible]

[Lorentz neemt ter verklaring der gravitatie aan, dat ongelijkn. electr. zich iets sterker aantrekken, dan gelijkn. zich afstooten]

[illegible]

~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible] potentiaal [illegible]

[illegible]

[illegible]

voor een punt P dan wordt [illegible] zo als [illegible] het deel dat
van de bovenhelft van P ligt op de eenheids [illegible]
[illegible]. Dat deel is $\frac{\pi - \varphi_P}{\pi}$

Sommeeren we [illegible] functies (1) volgens φ_P [illegible] tot
tot een willekeurige pool P, dan komt er een functie in P
en die is gelijk aan de sommatie der functies $\cos\varphi_P$ volgens
(1), hetgeen [illegible] blijkt weer een zonale bolfunctie
[illegible] van [illegible] type (Immers sommeeren we van [illegible]
der doubletpunten met pos. pool naar boven gericht en
[illegible] of de [illegible] der [illegible]
doubletpunten met pos. pool naar beneden gericht,
dan komt weer een doubletpunt uit.
Dus werkelijk is uit (1) ook (3) af te
leiden door integratie.]

[Het laatste is niet volkomen [illegible] afgedaan. Bedenk [illegible]:
(1) en (3) zijn zonale bolfuncties. En [illegible] van 2 zonale bolfuncties
P en Q die $\bar{P} = \int P\,Q\,d\omega$ [illegible] bolfunctie [illegible]
beschouwen, is [illegible] als functie van den afstand [illegible]
der beide polen. Die zonale bolfunctie is dan te beschouwen
1e als integraal over den bol van de cos functie Q met [illegible]
2e " " " " " " P met [illegible]
Sommeeren we dan is [illegible] mogelijk de cos [illegible] functies [illegible]
met [illegible] cos functie $\cos\varphi$ dan [illegible] $\frac{d\varphi}{2\pi}$
de superpositie van de cos functies (1) volgens [illegible]
wordt hetzelfde als de superpositie van cos functies (3) [illegible] (1), anders
dat wordt weer een functie (3).]

[Uit den voorgaanden redeneering volgt op analoge wijze, dat niet elke zoodanige bolfunctie tot functie in z kan worden geïntegreerd.]

[Tusschen twee algebraïsche irrationaliteiten behoeft niet altijd een relatie met rationale coëfficienten te bestaan. (Jahresber. 15. 1. pag. 34 Schoenflies)]

[Het continuum [illegible], [illegible] op de opvatting; het [illegible] continuum is heel iets anders; dat moeten we helemaal kunnen construeeren uit eindige getallen = individualiteiten. (het ontstaan van [illegible] [illegible] eigenschappen veranderingen, dus continu [illegible] [illegible])]

Het boogelement $\sqrt{\sum_2 dx_p dx_q}$ volgt uit de voorwaarde, dat het oppervlak zich in 't oneindig kleine gedraagt als een Euclidisch plat vlak.

(Vahlen) „Der Grundsatz der relativen Dichte fordert noch weniger als die Messbarkeit und ist zugleich der am wenigsten fordernde Grundsatz der zur Begründung der projektiven Geometrie hinreicht."

(Zie Schönflies Jahresber. 15. 1. p. 26)

[Veronese schijnt buiten de Cantorsche Wohlgeordneten Menge der zweiten Zahlenklasse nog $\frac{\omega}{2}$ enz. toe te laten. Volgens Cantor is $\frac{\omega}{2} = \omega$; wat is hiervan de oplossing?]

De zerlegging der wetenschap in een voorlopige – primaire – ~~ontbe~~ dingen en bewerkingen, is daarom zoo onzinnig, omdat toch ook die primaire dingen slechts zin hebben, toegepast op het volle leven, dus op de spontaniteit. De spontaniteit, die we wilden ontvluchten, blijft dus in haar vollen omvang een vereischte –

[Gaan we $\text{bg tg}\, r\frac{\cos\vartheta}{2k}$ volgens $\cos\psi$ over den bol integreeren, dan komt de integraal als functie van ω, den sferischen afstand van de polen der beide zonale bolfuncties en van r. We krijgen

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\text{bg tg}\,\frac{r\cos\vartheta}{2k}\right](\cos\vartheta\cos\omega+\sin\vartheta\sin\omega\cos\varphi)\sin\vartheta\, d\varphi\, d\vartheta$$

of: $\cos\omega\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\,\sin\vartheta\cos\vartheta\,\text{bg tg}\,\frac{r\cos\vartheta}{2k}+\sin\omega\int_0^{2\pi}\cos\varphi\, d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\,\sin^2\vartheta\,\text{bg tg}\,\frac{r\cos\vartheta}{2k}$

of: $\cos\omega\, f_1(r)+\sin\omega\, f_2(r)\equiv\tau$

In plaats van de integralen $f_1(r)$ en $f_2(r)$ uit te rekenen, substitueeren we liever τ in de oorspr. diff. vgl. voor de potentiaal. We zien dan direct, dat $f_2(r)$ weg moet vallen×, en houden voor $f_1(r)$ naar r een lineaire diff. vgl. der 2^e orde, n.l.

× wat overigens ook direct in de integraal staat.

$$2xy'+x^2y''-\frac{8k^2}{x^2+4k^2}y=0 \quad (1)$$

[N.B. Het grensgeval voor de Eucl. ruimte geeft $2xy'+x^2y''-2y=0$, en hiervoor komt werkelijk als algemeene oplossing $y=c_1x+c_2x^{-2}$]

Intusschen kunnen we ook, nu we zien, dat de term met $\sin\omega$ moet wegvallen, voor den term met $\cos\omega$ de integratie uitvoeren. Die geeft: (2π maal) $-\frac{2k}{r}+\frac{r^2+4k^2}{r^2}\,\text{bg tg}\,\frac{r}{2k}$.

Werkelijk blijkt bij substitutie deze uitkomst aan de diff. vgl. (1) te voldoen.]

De wiskunde wordt toegepast op het continuum; het continuum verschaft de plaats voor al de nieuwe getallen, maar is zelf heel iets anders, als alle Punktmengen.

Zoo werkt het verstand in de wetenschap op de werkelijkheid; maar is zelf geheel iets anders.

De eenzijdige blik, die de wereld der werking is; vgl. b.v. de blik van een kruidenier op de wereld om hem in zijn buurtje; alles wordt naar koopkracht en drukke tijd en goede klanten afgemeten.

[De potentiaal van het „dubbelpunt zonder mes" in de ell. ruimte wordt nu: as φ met

$$\left(1+\frac{4k^2}{r^2}\right)\left(1-\frac{\operatorname{bgtg}\frac{r}{2k}}{\frac{1}{2}\pi}\right)+\frac{4k}{\pi r} \qquad 1+\frac{4k^2}{r^2}+\frac{4k}{\pi r}-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{r^2+4k^2}{r^2}\operatorname{bgtg}\frac{r}{2k}.$$

of als r elliptisch als α wordt gemeten:

$$1+\cot^2\alpha+\frac{2}{\pi}\cot\alpha-\frac{2}{\pi}(1+\cot^2\alpha)\alpha.$$

of: $\frac{1}{\sin^2\alpha}\left(1-\frac{2\alpha}{\pi}\right)+\frac{2}{\pi}\cot\alpha.$

of als β het complement van α:

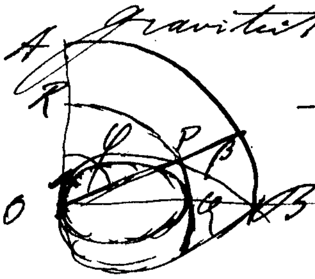
$$\frac{1}{\cos^2\beta}\cdot\frac{2\beta}{\pi}+\frac{2}{\pi}\operatorname{tg}\beta.$$

of als we den factor π nog schrappen:

$$\frac{\beta}{\cos^2\beta}+\operatorname{tg}\beta.$$

Deze potentiaal is onafh. van de constante $\underline{k}$; ook de diff. vgl. waren onafh. van k geweest, als we die in $\underline{\beta}$ en $\underline{\varphi}$ hadden geschreven.

Het is nu niet onmogelijk, dat, als we weer in $\underline{r}$ en $\underline{\varphi}$ gaan rekenen en k zeer groot denken, we een attractie tusschen 2 magneten vinden, uit 2 termen bestaande, waarvan de eene voert tot de gravitatie voor eindige afstanden.



Om de grenskrachtlijn te vinden, schrijven we op als voorwaarde, dat de totale stroom door den bolschijf, die door wenteling van PR ontstaat gelijk moet zijn aan den ~~tot~~ alen stroom door den bol, die met AB door wenteling (ook om OR) ontstaat, ~~dat is~~ de grensbol.

Nu wordt die integraal: $\int^{\varphi} \frac{2\cos\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)}{\cos^2\beta} \times \sin\varphi\cos\beta \times \cos\beta\,d\varphi$ (krachtlijn β richting; draaiarmlengte om OR; boogelement op PR)

$= \sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)$.

Voor den grensbol wordt dit: 1.

Dus moet voor de grenskromme: $\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)=1$.

Voor de krachtlijn door O en Q moet in 't tweede lid komen $K > 1$ (= krachtstroom door gebroken lijn ABQ).

Voor een krachtlijn aan den anderen kant van de grenskromme wordt $K < 1$.

Wat is dus het gedeelte van de totale (halve) uitstroom uit de pos. pool van het dubbelpunt, dat door boog AB gaat, (op de hypersfeer) en niet in de eigen negatieve pool, maar in de antipodaire negatieve pool terug komt? [m.a.w. in de Riemannsche ruimte: welk gedeelte van de krachtlijnen verdeelt het meridiaanvlak in tweeën?]

Wel dat is: $\dfrac{[\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)]_{\varphi=\frac{1}{2}\pi;\,\beta=0}}{[\sin^2\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)]_{\varphi=\frac{1}{2}\pi;\,\beta=\frac{1}{2}\pi}} = \dfrac{1}{\infty} = 0.$

Wat natuurlijk is, want elk der beide polen zendt een oneindig grooten krachtstroom uit.

Rekenen we analoog de potentiaal voor een elliptisch plat vlak uit, dan wordt de diff. vgl.

De twee eerste termen uit: $\frac{d}{dr}\left\{\frac{dV}{dr}\cdot\frac{r\sqrt{r^2+4k^2}}{2k}\right\}$

$$\frac{d^2V}{dr^2}\cdot\frac{r(r^2+4k^2)}{2k} + \frac{dV}{dr}\cdot\frac{r^2+2k^2}{k} + \frac{d^2V}{d\varphi^2}\cdot\frac{2k}{r} = 0.$$

Stel V functie van r alleen:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{dV}{dr}\cdot\frac{r\sqrt{r^2+4k^2}}{2k}\right) = 0.$$

$$\frac{dV}{dr} = c\,\frac{2k}{r\sqrt{r^2+4k^2}}.$$

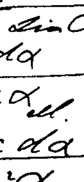
$$\frac{dV}{d\frac{r}{2k}} = \frac{c}{\frac{r}{2k}\sqrt{\frac{r^2}{4k^2}+1}}.$$

$$V = c\,l\,\frac{-1+\sqrt{1+\frac{r^2}{4k^2}}}{\frac{r}{2k}} = c\,l\,tg\,\tfrac{1}{2}\alpha_{ell},$$

Hetgeen direct waren te vinden geweest uit de krachtl., die voor 2 dim. $= \frac{c}{\sin\alpha_{ell}}$ en voor 3 dim. $= \frac{c}{\sin^2\alpha_{ell}}$, dus pot. = (voor 2 dim.) $\int\frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha_{ell}} = c\,l\,tg\,\tfrac{1}{2}\alpha_{ell}$.

(voor 3 dim.) $\int\frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha_{ell}} = c\cot\alpha_{ell}$.

Hieruit volgt dan uit een boldriehoekje



voor pot. van dubbelpunt (met compl. agens in poollijn)

(voor 2 dim.): $\int_0^{\alpha} \frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha} - \int_0^{\alpha - l\cos\varphi} \frac{c\,d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{c\,l\cos\varphi}{\sin\alpha} = C\frac{\cos\varphi}{\sin\alpha}$

(voor 3 dim.): $\int_0^{\alpha} \frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha} - \int_0^{\alpha - l\cos\varphi} \frac{c\,d\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{c\,l\cos\varphi}{\sin^2\alpha} = C\frac{\cos\varphi}{\sin^2\alpha}$.

Stel V functie van φ alleen; dan $V = c\varphi$. {Dit is, voor de oorsprong (des leukers verplaatst naar) ~~gaat in~~ (een) punt van X-as en poollijn de bekende formule (zoowel voor 2, als voor 3 dimensies):

$c\,\mathrm{bgtg}\,\frac{r\cos\varphi}{2k}$. (functie van $x = r\cos\varphi$)}.

~~De~~ analoge formule voor 3 dimensies wordt hier:

$V = c\,l\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\varphi$.

~~Het geheel op de dubbel oorsprong verplaatst geeft:~~

~~$c\left\{\sqrt{\frac{4k^2}{r^2\cos^2\varphi}+1} - \frac{2k}{r\cos\varphi}\right\}$ (functie van $x = r\cos\varphi$)~~

Is het nu misschien waar, dat de functie ~~van~~ „ alleen" voor n dimensies gelijk is aan die van „α alleen" voor $n-1$ dimensies? Ja, want bij beide nemen de overeenkomstige oppervlakken ~~van~~ ($n-1$ resp. $n-2$) ~~van~~ afmetingen, wat hun hyperoppervlak binnen een krachtbuis betreft, toe evenredig met $\sin^{n-2}\varphi$ resp. $\sin^{n-2}\alpha_{ell.}$

~~Elk lineair element neemt toe even. met $\sin\varphi$ resp. $\sin\alpha_{ell.}$ voor~~

(voor de φ hebben we een niet-Eucl. kegel — beschr. lijnen zijn lang $\frac{1}{2}\pi$; maar elk lineair element van dien (hyper)omtrek van het grondvlak neemt toe even. met $\sin\varphi$; die omtrek is van $n-2$ afm.; voor de $\alpha_{ell.}$ daarentegen hebben we een bolopp. van $n-2$ afm., waarvan elk lineair element groeit even. met $\sin^{n-2}\alpha_{ell.}$)

~~Tuschgesp.~~ $\cancel{\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int \sin\vartheta\, d\vartheta\, \lg tg \left\{ \frac{\chi\cos\omega}{2k}\cos\vartheta + \frac{2\sin\omega\cos\varphi}{2k}\sin\vartheta \right\} d\vartheta}$

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\pi} 2\sin\vartheta\cos\vartheta\, d\vartheta\, \lg tg \left\{ \cos\vartheta \cdot \frac{2\cos\omega}{2k} + \sin\vartheta \cdot \frac{2\sin\omega\cos\varphi}{2k} \right\}.$$

Integreeren deze $\int_0^{\pi} \lg tg \{a\cos\vartheta + b\sin\vartheta\}\, d\vartheta \sin^2\vartheta =$

$$= \left[\sin^2\vartheta \lg tg \{a\cos\vartheta + b\sin\vartheta\}\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin^2\vartheta \frac{-a\sin\vartheta + b\cos\vartheta}{1+(a\cos\vartheta + b\sin\vartheta)^2}\, d\vartheta.$$

$$-\sqrt{a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sin^2(\psi-\alpha)\frac{\cos\psi\, d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}$$

$$2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha \int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\, d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (1)\ -\sqrt{a^2+b^2}\cos^2\alpha\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin^2\psi\cos\psi\, d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (2)\ -\sqrt{a^2+b^2}\sin^2\alpha\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\cos^3\psi\, d\psi}{1+(a^2+b^2)\sin^2\psi}\ (3)$$

$$\frac{2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{1+a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\, d\psi}{1-\frac{a^2+b^2}{1+a^2+b^2}\cos^2\psi}$$

$$\frac{2\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{1+a^2+b^2}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\sin\psi\cos^2\psi\, d\psi}{1-\frac{a^2+b^2}{1+a^2+b^2}\cos^2\psi}$$

$$\frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\int^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{x^2\, dx}{1-x^2}$$

$$\frac{4\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\int_0^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{x^2\, dx}{1-x^2}$$

$$\boxed{-4\frac{b\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2} + \frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\, l\{\sqrt{1+a^2+b^2}+b\} - \frac{2\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{a^2+b^2}\, l\{\sqrt{1+a^2+b^2}-b\}}$$

De integralen van (2) en (3) en evenzo de laten we die integraal naar φ (gevoegen) levert geen moeilijkheden. ~~Wel~~ de laten naar φ van (1), die geeft:

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\sqrt{\frac{\chi^2}{2k^2}-a^2}} db \frac{\sqrt{1+a^2+b^2}\sin\alpha\cos\alpha}{(a^2+b^2)\sqrt{\frac{\chi^2}{2k^2}-a^2-b^2}}\int_0^{\frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}}\frac{dx}{1-x^2}.$$

Zie Volgenummer voor n afm.: pot. dubbelpunt (met magnetische poolrium en bijv.) $\frac{\cos\varphi}{\sin^{n-1}\chi}$.

Correctie potentiaal [redacted] komt weer uit integratie van bgtg $\frac{r\cos\varphi}{2k}$ volgens $\cos\varphi$ over de hypersfeer. Dit geeft: $\cos\omega\int_0^\pi\int_0^\pi \sin^{n-2}\vartheta\,\sin^{n-3}\varphi\,\cos\vartheta\;\mathrm{bgtg}\frac{r\cos\vartheta}{2k}\,d\vartheta\,d\varphi$.

Hierin [redacted] $\int_0^\pi \sin^{n-3}\varphi\, d\varphi$ als constante figureren, en er komt: $c\cos\omega\int_0^\pi \sin^{n-2}\vartheta\cos\vartheta\;\mathrm{bgtg}\frac{r\cos\vartheta}{2k}\,d\vartheta$.

[Hetgeen direct was in te zien geweest, daar natuurlijk moet komen $\cos\omega$ maal de waarde der integraal voor samenvallende polen der beide bolfuncties)

Nu is de integraal:

$$c\int_0^\pi \sin^{n-2}\varphi\cos\varphi\;\mathrm{bgtg}\frac{r\cos\varphi}{2k}\,d\varphi = 2k\int_0^\pi \sin^{n}[redacted]\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi}$$

En de laatste integraal is te herleiden volgens:

$$r^2\int_0^\pi\frac{\sin^n\varphi\,d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} = (4k^2+r^2)\int_0^\pi\frac{\sin^{n-2}\varphi\,d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - \int_0^\pi\sin^{n-2}\varphi\,d\varphi.$$

Denk nu eerst n oneven $= 2n+1$, en noem T_1 de functie van [redacted] r, waarin $\cos\omega$ moet worden vermenigvuldigd. Dan is:

$$r^{2n}T_1 = [redacted]\, r^{2n+1}\int_0^\pi \sin^{2n+1}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi}$$

$$r^{2n}T_1 = [redacted]\,(4k^2+r^2)\int_0^\pi \sin^{2(n-1)+1}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-1}\int_0^\pi\sin^{2(n-1)+1}\varphi\,d\varphi.$$

$$= r^{2n-3}(4k^2+r^2)^2\int_0^\pi\sin^{2n-3}\varphi\,\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-3}(4k^2+r^2)\int_0^\pi\sin^{2n-3}\varphi\,d\varphi - r^{2n-1}\int_0^\pi\sin^{2n-1}\varphi\,d\varphi.$$

$$\boxed{\int_0^\pi\sin^{2n+1}\varphi\,d\varphi = 2\cdot\frac{2n(2n-2)\cdots 2}{(2n+1)(2n-1)\cdots 3.1}}$$

$$\boxed{\int_0^\pi\sin^{2n}\varphi\,d\varphi = \frac{(2n-1)(2n-3)\cdots 3.1}{2n(2n-2)\cdots 2}\,\pi.}$$

[redacted] $\int_0^\pi \sin^{2n+1}\varphi\,d\varphi = \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+1)!}$

en $\int_0^\pi \sin^{2n}\varphi\,d\varphi = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\,\pi.$

$$= r^{2n-5}(4k^2+r^2)^3\int_0^\pi\frac{\sin^{2n-5}\varphi\,d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - r^{2n-5}(4k^2+r^2)^2\int_0^\pi\sin^{2n-5}\varphi\,d\varphi - r^{2n-3}(4k^2+r^2)\int_0^\pi\sin^{2n-3}\varphi\,d\varphi - r^{2n-1}\int_0^\pi\sin^{2n-1}\varphi\,d\varphi.$$

38

~~$\frac{z}{2k}$ ... $\int \frac{\rho \sin\omega \sin\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1+\rho^2}} = x$. $\quad \int \frac{\rho \sin\omega \cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1+\rho^2}} = dx$.~~

~~Dus valt te rekenen:~~

~~$$-\frac{(1+\rho^2)\cos\omega}{\rho^3}\int dx \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\left(1-\frac{1+\rho^2}{\rho^2}x^2\right)^2}\,\log\left\{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{\frac{\rho^2\sin^2\omega}{1+\rho^2}-x^2}\right\}\sqrt{1+\rho^2}$$~~

~~Dus valt te rekenen:~~

~~partieel integreeren.~~

~~$$\int_0^{\frac{\sin\omega}{\sqrt{1+\rho^2}}} dx \cdot \frac{\sqrt{1-x^2}}{\left(1-\frac{1+\rho^2}{\rho^2}x^2\right)^2}\,\log\left\{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{\frac{\rho^2\sin^2\omega}{1+\rho^2}-x^2}\right\}$$~~

Stel $T_1 = 2T_1$ dan:

$$z^{2n}I = \frac{(4k^2+z^2)^n}{2k}\,\mathrm{bgtg}\,\frac{z}{2k} - z(4k^2+z^2)^{n-1}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin\varphi\, d\varphi$$

$$- z^3(4k^2+z^2)^{n-2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^3\varphi\, d\varphi$$

$$\vdots$$

$$- z^{2n-5}(4k^2+z^2)^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n-5}\varphi\, d\varphi$$

$$- z^{2n-3}(4k^2+z^2)\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n-3}\varphi\, d\varphi$$

$$- z^{2n-1}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n-1}\varphi\, d\varphi.$$

$$\frac{(4k^2+z^2)^n}{2k}\,\mathrm{bgtg}\,\frac{z}{2k} - z(4k^2+z^2)^{n-1}$$

$$- z^3(4k^2+z^2)^{n-2}\,\frac{2}{3}$$

$$- z^5(4k^2+z^2)^{n-3}\cdot\frac{2.4}{3.5}$$

$$\text{-------}$$

$$- z^{2n-3}(4k^2+z^2)\,\frac{2.4\ldots(2n-4)}{3.5\ldots(2n-3)}$$

$$- z^{2n-1}\cdot\frac{2.4\ldots(2n-4)(2n-2)}{3.5\ldots(2n-3)(2n-1)}$$

$$2k\,T' = \alpha\cdot\frac{1}{\sin^{2n}\alpha} - \cot\alpha\cdot\frac{1}{\sin^{2n-2}\alpha}$$
$$-\frac{2}{3}\cot\alpha\cdot\frac{1}{\sin^{2n-4}\alpha}$$
$$-\frac{2.4}{3.5}\cot\alpha\cdot\frac{1}{\sin^{2n-6}\alpha}$$
$$\vdots$$
$$-\frac{2.4\cdots(2n-4)}{3.5\cdots(2n-3)}\cot\alpha\,\frac{1}{\sin^{2}\alpha}$$
$$-\frac{2.4\cdots(2n-4)(2n-2)}{3.5\cdots(2n-3)(2n-1)}\cot\alpha.$$

De eindpotentiaal, die zuiveren dubbelpuntspotentiaal wordt voor $2n+1$ afm.: $\frac{\beta}{\cos^{2n}\beta} + \operatorname{tg}\beta\left\{\sec^{2n-2}\beta + \frac{2}{3}\sec^{2n-4}\beta + \frac{2.4}{3.5}\sec^{2n-6}\beta + \cdots \frac{2.4\cdots(2n-2)}{3.5\cdots(2n-1)}\right\}$

of: $\frac{1}{\cos^{2n}\beta}\left\{\beta + \sin\beta\left[\cos\beta + \frac{2}{3}\cos^{3}\beta + \frac{2.4}{3.5}\cos^{5}\beta + \cdots \frac{2.4\cdots(2n-2)}{3.5\cdots(2n-1)}\cos^{2n-1}\beta\right]\right\}$

Voor ellipt. plat vlak komt voor de correctiefunctie:

$$\frac{\cos\omega}{r}\left\{r^2\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\varphi\,d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi}\right\} = \frac{\cos\omega}{r}\left\{(4k^2+r^2)\int_0^{\pi}\frac{d\varphi}{4k^2+r^2\cos^2\varphi} - \int_0^{\pi}d\varphi\right\}.$$

Voor de eerste integraal wordt $\operatorname{tg}\varphi = x$ gesteld, dan komt ten slotte: $\cos\omega\left\{\sqrt{1+\frac{4k^2}{r^2}} - \frac{2k}{r}\right\} = \cos\omega\left\{\frac{1}{\sin\alpha} - \cot\alpha\right\}$

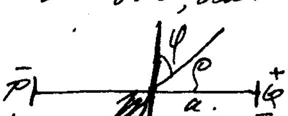
De eindpotentiaal wordt: $\cos\omega\cot\alpha$ of $\frac{2k}{r}\cos\omega$. De potentiaalniveaus zijn dus dezelfde, als voor Euclidische meting; niet echter de krachtlijnen.

Een hypersfeer (H_7) van 7 afm. voor te stellen: plaats in R_8 met assen $OX_1, -OX_1, OX_2, \ldots OX_8, -OX_8$. Van X_1 ga ik naar een H_6 in $X_2 \ldots X_8$ volgens een halve H_7 over sfer. afst. van 0 tot $\frac{1}{2}\pi$ (vandaar weer door naar $-OX_1$). In H_6 ga ik volg. afst. 0 tot $\frac{1}{2}\pi$ van X_2 naar een H_5 in $X_3 \ldots X_8$ (vandaar weer door naar $-X_2$). In H_5 een Het dubbelpunt sta in X_1 en wijze naar X_2. Ik krijg nu alle punten van de hypersfeer eenduidig door alle punten van de H_5 door een halven cirkel te vereenigen met den cirkel door $\pm X_1, \pm X_2$; van de ell. R_7 (evenzeer eenduidig behalve voor de H_5 zelf, waarvan de punten tweemaal geteld worden), door alle punten van de H_5 te vereenigen met de ell. rechte lijn door X_1 en X_2 een half elliptisch plat vlak. In die halve

bollen, resp. halve ell. pl. vlakken loopen de krachtlijnen van het dubbelpunt.
Het veld bij $\mathrm{tg}\frac{r\cos\psi}{2k}$, dat geldt voor H_3, moet ook gelden voor H_n, want trekken de krachtlijnen volgens dat veld in elk der bedoelde halve bollen, waarvan sprake is, dan is binnen dat vlak de div. 0, maar beschouw nu voor een H_n twee willekeurige (dicht bij elkaar) van die H_3's en twee overeenkomstige krachtlijnen er in, dan is de verbindingslijn van twee overeenk. punten op de beide krachtlijnen 1e loodrecht op die krachtlijnen en 2e constant over de hele lengte der krachtlijnen. De ruimte door de overeenk. punten van alle ~~krachtlijnen~~ overeenk. krachtlijnen dicht bij elkaar, heeft dus 1e constante inhoud binnen de krachtbuizen, is 2e loodrecht op de krachtbuis. Zoodat de flux-eigenschap voor dat veld, ook voor een willek. aantal afmetingen, behouden blijft.

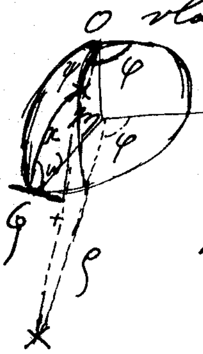
De zooeven gevonden dubbelpuntspotentialen zijn algemeen door elliptische ruimtes, maar nog niet voor hypersferen. Maar voor hypersferen hebben we gevonden: dubbelpunt + gelijk dubbelpunt in tegenpunt. Maar ook volgens Abeling: dubbelpunt + tegengest. dubbelpunt in tegenpunt. Door sommeering van beide krijgt het algemeen dubbelpunt op de hypersfeer.

Dubbelpunt in ell. R_2 of 2 gelijke dubbelpunten in tegenpunten op gewone bol is ook te vinden door conforme afbeelding uit het platte vlak. Zet daarin ⊥ pl. vlak maar 2 parallel en tegengest. gerichte dubbelpunten, en projecteer ze dan zoo op den bol, dat ze in tegenpunten ~~uitkomen~~.



Potentiaal $\frac{4a^2\rho^2\sin\varphi\cos\varphi}{(\rho^2+a^2)^2-4a^2\rho^2\sin^2\varphi}$ (van)

De cirkel om M door P en Q is de projectiebol middel, 0 vlak. We projecteeren uit den bovenpool O.



We nemen op den bol als coörd. eerst: ψ voerstr.; φ poolh.
Dan: x voerstr.; ω poolhoek.

$\psi = 2\,\mathrm{bgtg}\frac{a}{\rho}$; $\cos\psi = \sin x\sin\omega$. $\cot\varphi = \mathrm{tg}\,x\cos\omega$.

$$\rho^2 = a^2\frac{1+\cos\psi}{1-\cos\psi} = a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}; \quad \rho^2\sin^2\varphi = a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}\cdot\frac{\cos^2x}{\cos^2x+\sin^2x\cos^2\omega} =$$

$$= a^2\frac{1+\sin x\sin\omega}{1-\sin x\sin\omega}\cdot\frac{\cos^2x}{1-\sin^2x\sin^2\omega} = \frac{a^2\cos^2x}{(1-\sin x\sin\omega)^2}$$

$$\rho^2\sin\varphi\cos\varphi = \frac{a^2\sin x\cos x\cos\omega}{(1-\sin x\sin\omega)^2}$$

Potentiaal wordt $\cot x\cos\omega$, die ook uitkomt.

Nu het enkele dubbelpunt op den bol: 2 gelijke dubbelpunten: $\cos\omega\cot x$.
som 2 tegengest. dubbelpunten: $\cos\omega\,\mathrm{cosec}\,x$.

(1) zooals ook direct komt door conforme afbeelding

Een enkel dubbelpunt $= \cos\omega\cot\frac{1}{2}x$ (1) De correctiepotentiaal was $\cos\omega\,\mathrm{tg}\frac{1}{2}x$, was dus van een dubbelpunt in het tegenpunt. Dat zal waarschijnlijk wel van alle correctiepotentialen voor n dimensies gelden. Natuurlijk, want die correctiepotentialen zijn het verschil van de potentiaal met gelijke dubbelpunten in tegenpunten, en die met tegengest. dubbelpunten in tegenpunten.

Gang van het betoog ~~voor~~ of hypersfeer H_n. Dubbelpunt P_1 en antipodische P_2 hebben velden V_1 en V_2. Dus is V_1+V_2 bekend. Ook is ~~bekend~~ V_3, het veld van een harmonische belegging met . . . van de pool-H_{n-1}, van P_1 en P_2. $V_1+V_2+V_3$ is 0 in H_{n-1}. Daar V_1 en V_2 in H_{n-1} gelijk zijn, is $V_1+V_3=0$ in H_{n-1}, dus ook over $(H_n)_1$, d.i. de naar P_1 gekeerde helft van H_n. Evenzoo is $(V_2+V_3)_1=0$. Dus is (V_1-V_2) bekend $=(V_1+V_3)_1=(V_1+V_2+2V_3)_1$. En dus: $(V_1)_1=(V_1+V_2)_1+(V_1-V_2)_1$; $(V_2)_2=-(V_3)_2$.