

## Formeel Denken 2006 Toets 2: Predicatenlogica

Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien, waarbij de eerste tien punten gratis zijn. De eerste twee opgaven zijn ieder 32 punten waard, de derde opgave is 14 punten waard, en de laatste opgave is 12 punten waard. Veel succes!

In de eerste twee opgaven gebruiken we het volgende ‘woordenboek’:

$W$	wezens
$V$	voedsel; eetbare dingen
$i$	ik
$j$	jij
$K(x)$	$x$ is een (klein) kind
$H(x)$	$x$ is een heks
$S(x)$	$x$ is een spook; $x$ is een geest
$C(x)$	$x$ is snoep (‘candy’ in het Engels)
$L(x, y)$	$x$ lust $y$ ; $x$ vindt $y$ lekker; $x$ houdt van $y$
$B(x, y)$	$x$ is bang voor $y$ ; $y$ maakt $x$ aan het schrikken
$G(x, y, z)$	$x$ geeft $y$ aan $z$

1. Formaliseer de volgende zinnen in predicatenlogica met gelijkheid:

- (a) *Heksen zijn geen spoken.*
- (b) *Heksen zijn dol op kleine kinderen.*
- (c) *Als je me geen snoep geeft dan maak ik je aan het schrikken.*  
(In het Engels is dit ‘trick or treat!’)
- (d) *Er is precies één spook waar ik niet bang voor ben.*

2. Vertaal de volgende formules naar het Nederlands:

- (a)  $\exists x \in V \forall y \in W \neg L(y, x)$
- (b)  $\forall x, y \in W (S(y) \rightarrow B(x, y))$
- (c)  $\forall x \in V (C(x) \leftrightarrow \forall y \in W [K(y) \rightarrow L(y, x)])$
- (d)  $\exists x \in V \forall y \in V (y = x \leftrightarrow G(i, y, j))$

3. (a) Geef een model  $M_3$  en een interpretatie  $I_3$  in dit model zodat

$$(M_3, I_3) \models \forall x \in E (R(x, x) \rightarrow \forall y \in F R(x, y))$$

(b) Geef een model  $M'_3$  en een interpretatie  $I'_3$  in dit model zodat

$$(M'_3, I'_3) \not\models \forall x \in E (R(x, x) \rightarrow \forall y \in F R(x, y))$$

4. (a) Geldt:  $\forall x \in D P(x) \models \exists x \in D P(x)$  ?

(b) Geldt:  $\exists x \in D P(x) \models \forall x \in D P(x)$  ?

Verklaar beide antwoorden. (Leg uit waarom het zo is, of geef een model en interpretatie in dat model die laten zien dat het niet zo is.)