

Formeel Denken 2007 Tentamen

Dit tentamen heeft 18 opgaven, en iedere opgave is 5 punten waard. De eerste 10 punten voor deze toets zijn gratis en het cijfer is het aantal punten gedeeld door tien. Veel succes!

1. Formaliseer de volgende zin als een formule van de propositielogica:

“Ik adem als ik slaap” is hetzelfde als “ik slaap als ik adem”.

Gebruik hiervoor als woordenboek:

| | |
|-----|----------|
| A | ik adem |
| S | ik slaap |

2. Geef de waarheidstabel voor de formule

$$a \vee b \wedge a \vee c$$

3. Geldt de uitspraak

$$\models a \vee a$$

Verklaar je antwoord.

4. Laat zien dat de formule

$$a \vee (a \rightarrow b)$$

logisch equivalent is aan een formule waar het atoom b niet in voorkomt.

5. Formaliseer de volgende zin als een formule van de predicaatlogica met gelijkheid:

Iemand is het beste.

Gebruik hiervoor als woordenboek:

| | |
|-----------|--------------------------|
| H | het domein van de mensen |
| $B(x, y)$ | x is beter dan y |

6. Geef een model M en interpretatie I in dit model, waaronder de volgende formule waar is:

$$(\exists x \in D \forall y \in D R(x, y)) \wedge (\exists x \in D \forall y \in D R(y, x))$$

7. Leg uit wat het verschil in betekenis is tussen

$$\forall x \in M \exists y \in F L(x, y)$$

en

$$\exists y \in F \forall x \in M L(x, y)$$

met woordenboek:

| | |
|-----------|---------------------------|
| M | het domein van de mannen |
| F | het domein van de vrouwen |
| $L(x, y)$ | x houdt van y |

8. Geldt voor iedere taal L dat

$$L^* = L \cup \{\lambda\}?$$

Zo ja, bewijs dit. Zo nee, geef een tegenvoorbeeld.

9. Geef een reguliere expressie voor de taal L_1 van de woorden over het alfabet $\{a, b\}$ die zowel een a als een b bevatten. Hierbij hoeft de a niet noodzakelijk vóór de b te staan, dus zowel ab als ba zitten in L_1 .
10. Geef een niet-rechtslineaire contextvrije grammatica voor de taal L_1 uit de vorige opgave. (Pas op! De grammatica mag dus *niet* rechtslineair zijn!)
11. Voor de contextvrije grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid B \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

wilde iemand laten zien dat bb niet in de taal van deze grammatica zit met als invariant:

$$P(w) = w \text{ is van de vorm } a^n b$$

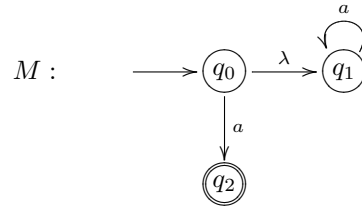
Was dit correct? Verklaar je antwoord. (Als dit geen goede invariant is, dan hoef je niet een alternatieve $P(w)$ te geven die wél een invariant is.)

12. Schrijf de graaf K_3 als een paar $\langle P, L \rangle$.
13. Beschouw het Nederlandse spoorwegnet als een graaf, waarbij de stations de punten en de verbindingen tussen de stations de lijnen zijn. Is deze graaf een boom? Verklaar je antwoord.
14. We definiëren een rij getallen (de zogenaamde *getallen van Fibonacci*) met recursie door:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_1 &= 1 \\ a_n &= a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{als } n \geq 2 \end{aligned}$$

Geef de eerste acht getallen in deze rij.

15. Geef de waarde van $\binom{4}{2}$. Leg uit hoe je aan dit antwoord bent gekomen.
16. Geef door middel van het tekenen van een toestandsdiagram een deterministische eindige automaat die de taal L_1 uit opgave 9 herkent.
17. Geef alle berekeningen met input aa van de non-deterministische eindige automaat M met alfabet $\{a, b\}$ die gegeven is door het volgende toestandsdiagram:



18. Geef door middel van het tekenen van een toestandsdiagram een deterministische eindige automaat die dezelfde taal herkent als de non-deterministische automaat M uit de vorige opgave.