

**Formeel Denken 2008**  
**Uitwerkingen Toets 3: Talen en automaten**

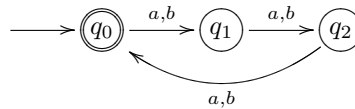
1. (a)

$$((a \cup b)(a \cup b)(a \cup b))^*$$

(b)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bA \mid \lambda \\ A &\rightarrow aB \mid bB \\ B &\rightarrow aS \mid bS \end{aligned}$$

(c)



2.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid \lambda \\ A &\rightarrow a \mid b \\ B &\rightarrow b \mid c \end{aligned}$$

3. (a) Ja,  $L_3$  is regulier want

$$L_3 = \mathcal{L}((aa)^*b^*)$$

(b)

$$S \rightarrow aaS \rightarrow aaSb \rightarrow aaSbb \rightarrow aabb$$

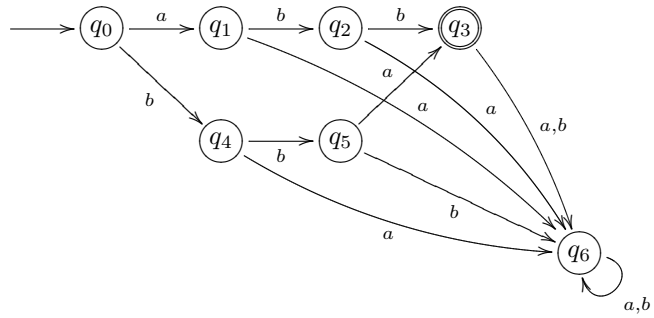
(c)

$$P(w) := w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s}$$

Dit is een goede invariant om te laten zien dat  $ba$  niet geproduceerd wordt door de grammatica, want:

- (i)  $P(S)$  geldt, want  $S$  bevat nul  $a$ 's, dat is een even aantal  $a$ 's.
- (ii) Als  $P(w)$  geldt, dan blijft het aantal  $a$ 's gelijk als we  $w$  herschrijven met  $S \rightarrow Sb$  of  $S \rightarrow \lambda$  en wordt het aantal  $a$ 's twee groter als we de regel  $S \rightarrow aaS$  gebruiken. In beide gevallen blijft het aantal  $a$ 's even.
- (iii)  $P(ba)$  geldt niet, want  $ba$  bevat één  $a$ , dat is een oneven aantal  $a$ 's.

4.



5. Nee,  $\emptyset\{\lambda\} = \{\lambda\}$  geldt niet, want  $\emptyset\{\lambda\} = \emptyset$ . De elementen van  $\emptyset\{\lambda\}$  bestaan uit een element van  $\emptyset$  en een element van  $\{\lambda\}$  achter elkaar geplakt, en  $\emptyset$  heeft helemaal geen elementen.