

**Formeel Denken 2008**  
**Uitwerkingen Inhaaltoets**

1.

$$S \rightarrow \neg(W \vee E)$$

2.

$$((P(c) \rightarrow ((\forall x \in D Q(c)) \rightarrow P(c))) \leftrightarrow \neg Q(c))$$

3. De invariant

$$P(w) := w \text{ bevat een element van } \{S, a\}$$

werkt:

- (a)  $P(S)$  geldt, want het woord  $S$  bevat het symbool  $S$  en  $S \in \{S, a\}$ .
- (b) Als  $P(v)$  geldt, en  $v'$  ontstaat uit  $v$  door een regel van de grammatica toe te passen dan geldt  $P(v')$  ook. Als een regel die  $S$  vervangt wordt toegepast, dan wordt deze  $S$  altijd vervangen door een woord dat of  $S$  of  $a$  bevat. Als een regel die  $A$  vervangt wordt toegepast, dan blijft het element van  $\{S, a\}$  dat in  $v$  zit in het woord  $v'$ , want dat element is natuurlijk niet  $A$ .
- (c)  $P(bb)$  geldt niet, want  $bb$  bevat een  $S$  noch een  $a$ .

4. We bewijzen dit met **inductie naar**  $n$ :

**Basisstap:**  $n = 0$ . Er geldt per definitie  $a_0 = 0$ , en ook  $0^2 = 0$ , dus inderdaad  $a_0 = 0^2$ .

**Inductiestap:** We nemen als **inductiehypothese** aan dat

$$a_n = n^2 \tag{IH}$$

en we laten zien dat daaruit volgt dat  $a_{n+1} = (n+1)^2$ . Dit is inderdaad het geval:

$$a_{n+1} \stackrel{\text{def}}{=} a_n + 2n + 1 \stackrel{\text{IH}}{=} n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

5.

$$(a \wedge \neg b) \cup (\mathcal{G}(b \wedge \neg a))$$