

Formeel Denken 2009 Tentamen

Dit tentamen heeft 15 opgaven en iedere opgave is 6 punten waard. De eerste 10 punten voor deze toets zijn gratis en het cijfer is het aantal punten gedeeld door tien. Veel succes!

1. In deze opgave gebruiken we de interpretatie:

E	ik eet
V	ik heb eten
H	ik heb honger
L	ik doe aan de lijn

Formaliseer de volgende Nederlandse zin als formule van de propositielogica:

Hoewel ik honger heb, eet ik niet, tenzij ik niet aan de lijn doe en eten heb.

Geef voorts de betekenis van de volgende formule van de propositielogica in het Nederlands:

$$E \rightarrow V \wedge \neg(H \vee L)$$

2. Geef de waarheidstabel van de propositielogische formule

$$a \rightarrow b \wedge \neg a \vee c$$

3. Geldt de volgende equivalentie?

$$a \leftrightarrow b \equiv a \wedge b \vee \neg a \wedge \neg b$$

Verklaar je antwoord.

4. In deze opgave gebruiken we de interpretatie:

D	het domein van de objecten
$K(x)$	x is koud
$W(x)$	x is warm
$N(x, y)$	y is natter dan x

Formaliseer de volgende Nederlandse zin als formule van de predikaatlogica met gelijkheid:

Er is precies één object dat natter is dan alle warme objecten.

Geef voorts de betekenis van de volgende formule van de predikaatlogica met gelijkheid in het Nederlands:

$$\exists x \in D \forall y \in D (y = x \vee N(x, y) \rightarrow K(y))$$

5. Wat betekent het symbool \models in de volgende uitspraak?

$$\models \forall x \in D (K(x) \leftrightarrow \neg W(x))$$

Geldt deze uitspraak? Verklaar je antwoord.

6. Geef een model M en een interpretatie I in dat model zodanig dat

$$(M, I) \models \exists x_1, x_2 \in D (x_1 \neq x_2 \wedge \forall y \in D (y = x_1 \vee y = x_2))$$

7. Geef een reguliere expressie voor de taal van alle woorden over het alfabet $\{a, b\}$ waarin het deelwoord ba niet voorkomt. Verklaar je antwoord.

8. De contextvrije grammatica G heeft als productieregels

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid Bbb \\ A &\rightarrow Sb \\ B &\rightarrow S \mid \lambda \end{aligned}$$

Iemand claimt dat de eigenschap

$$P(w) := \text{het aantal symbolen in } w \text{ uit } \{a, b, A\} \text{ is even}$$

een invariant is die aantoonde dat $aaaaabbbbbbb \notin L(G)$. Is dit correct? Verklaar je antwoord.

9. Geef een eindige automaat die de taal herkent die geproduceerd wordt door de volgende rechtslineaire grammatica:

$$S \rightarrow aaS \mid ba$$

10. Geef een graaf met vier punten die niet een boom is, en waarin wel een Eulerpad bestaat maar niet een Eulercykel. Is de graaf die je hebt gegeven planair? Verklaar je antwoorden.

11. We definiëren de rij a_n met de recursievergelijkingen

$$\begin{aligned} a_2 &= 1 \\ a_{n+1} &= a_n^2 + a_n + 1 \quad \text{als } n \geq 2 \end{aligned}$$

Geef de waarde van a_5 en laat zien hoe je deze hebt berekend. Bewijs voorts met inductie dat a_n oneven is voor alle $n \geq 2$.

12. Iemand heeft een vaas met vijf witte en vijf zwarte ballen. Op hoeveel manieren kan hij vijf ballen uit die vaas halen zodat twee van die ballen wit en drie van die ballen zwart zijn? Verklaar je antwoord.

Als je bij je antwoord binomiaalcoëfficiënten hebt gebruikt, geef aan waar die te vinden zijn in de driehoek van Pascal.

13. In deze opgave gebruiken we de interpretatie:

Z	het is zomer
B	je gaat naar buiten

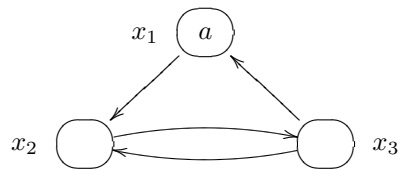
Formaliseer de volgende Nederlandse zin als formule van de epistemische logica:

Je weet dat het geen zomer is, maar je weet niet dat je het weet.

Geef voorts de betekenis van de volgende formule van de deontische logica in het Nederlands:

$$Z \rightarrow \Diamond B \wedge \neg \Box B$$

14. Geef aan in welke werelden van het Kripke-model



de uitspraak

$$\Diamond \Box \Diamond \Box \Diamond a$$

waar is. Verklaar je antwoord.

15. Formaliseer de volgende eigenschap als LTL formule:

Iedere keer dat a waar wordt is precies één stap daarna zowel a als b waar.