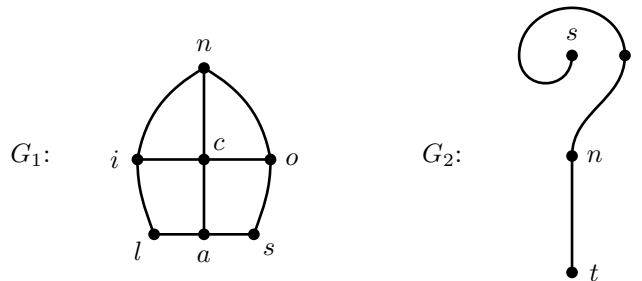


Formeel Denken 2012
Toets 4: Discrete wiskunde
(5/12/12)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel! Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

1. Beantwoord de volgende vragen voor elk van deze twee grafen G_1 en G_2 . (35 punten)
Geef telkens een korte verklaring van je antwoord.



- (a) Is de graaf een boom?
(b) Heeft de graaf een Euler-pad?
(c) Heeft de graaf een Hamilton-cykel?
(d) Is de graaf bipartite?
(e) Wat is het kleurgetal van de graaf?
2. Heeft de graaf G_1 uit de vorige opgave een deelgraaf (d.w.z., een graaf waarvan de punten en lijnen deelverzamelingen zijn van die van G_1) die isomorf is aan G_2 ? Zo ja, geef zo'n deelgraaf en een isomorfisme. Zo nee, waarom bestaat zo'n deelgraaf niet? (10 punten)
3. Bekijk de recursieve definitie: (25 punten)

$$a_0 = 0$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(2 + 5a_n - 3a_n^2) \quad \text{voor } n \geq 0$$

Geef de eerste vijf termen in deze reeks, en leg uit hoe je die hebt berekend. Bewijs vervolgens met inductie dat $a_n \in \{0, 1, 2\}$ voor alle $n \geq 0$.

4. Op hoeveel manieren kan Zwarte Piet drie cadeautjes en één roe halen uit een zak met zes cadeautjes, drie roes en één jongen die lachte om Sinterklaas? (Je mag aannemen dat alle tien items verschillend zijn.) Geef aan waar in de driehoek van Pascal de binomiaalcoëfficiënten staan die corresponderen met het antwoord op deze vraag. Verklaar je antwoorden. (20 punten)