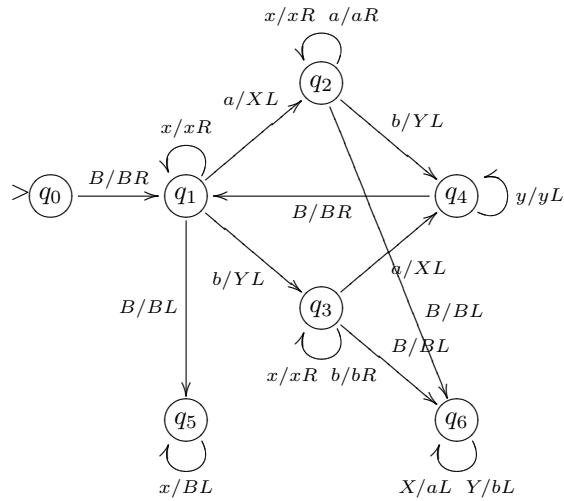


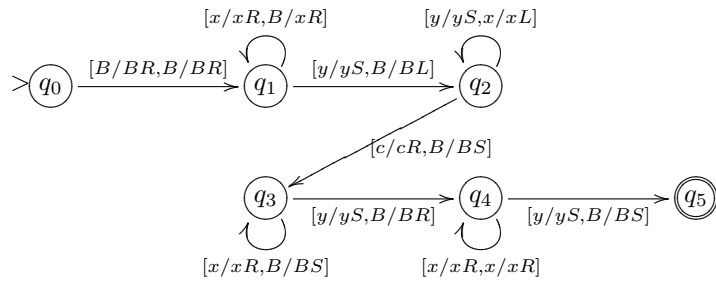
Berekenbaarheid 2008, uitwerkingen tentamen

1.



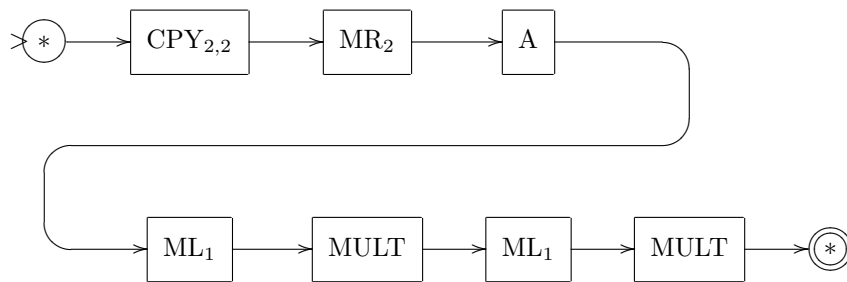
met $x \in \{X, Y\}$ en $y \in \{a, b, X, Y\}$.

2.



met $x \in \{a, b\}$ en $y \in \{B, a, b\}$.

3.



4. Ja, iedere recursieve taal is ook een recursief opsombare taal. Een recursieve taal is een taal die wordt geaccepteerd door een Turing machine die

termineert voor iedere input. Een recursief opsombare taal is een taal die wordt geaccepteerd door een Turing machine (die mag, maar niet hoeft te termineren als de input niet in de taal zit). Het eerste is duidelijk een speciaal geval van het tweede.

Nee, niet iedere recursief opsombare taal is ook recursief. Het standaardvoorbeeld van een recursief opsombare taal die niet recursief is is de taal van het halting probleem:

$$L_H = \{R(M)w \mid M(w)\downarrow\}$$

5. Het halting probleem reduceert naar het probleem H_U , want een machine M termineert met input w precies dan als $U(R(M)w)$ termineert. Het is dus voldoende om de input $R(M)w$ aan probleem H_U te geven om te weten te komen of M termineert met input w .
6. Ja, zo'n M bestaat. Neem bijvoorbeeld de machine

$$\textcircled{q_0}$$

Deze stopt voor iedere input, dus het probleem L_M van deze machine heeft altijd 'ja, stopt' als antwoord, en is dus triviaal beslisbaar.

7.

$$k = \text{mult} \circ (\text{mult} \circ (p_1^{(2)}, p_2^{(2)}), \text{add} \circ (p_1^{(2)}, p_2^{(2)}))$$

8.

$$f(2, 2) = 2 \cdot 1 \cdot f(2, 1) = 2 \cdot 1 \cdot (2 \cdot 0 \cdot f(2, 0)) = 0$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 1 \\ h(x, y, w) &= x \cdot y \cdot w \end{aligned}$$

$$g = c_1^{(1)}$$

$$h = \text{mult} \circ (\text{mult} \circ (p_1^{(3)}, p_2^{(3)}), p_3^{(3)})$$

(Deze laatste twee gelijkheden zijn niet nodig voor een correct antwoord op de opgave.)

9. $l(8, 10) = 0$, want er zijn geen priemgetallen in $\{8, 9, 10\}$. Definieer eerst de functie l' door

$$l'(x, y) = \mu p \leq y. \text{prime}(p) \cdot \text{ge}(p, x)$$

l' is duidelijk primitief recursief. We kunnen l nu schrijven als

$$l(x, y) = \text{ne}(l'(x, y), y + 1) \cdot l'(x, y)$$

dus is l ook primitief recursief.