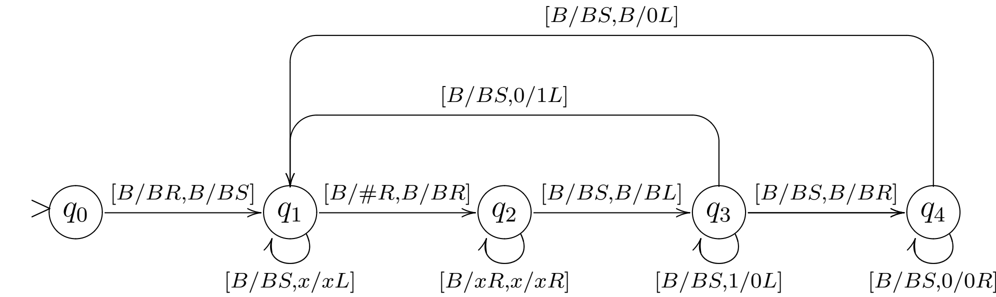
Berekenbaarheid 2010, uitwerkingen inhaaltoets

1.



   $x \in \{0, 1\}$

2. Deze taal is recursief opsombaar, want deze taal wordt herkend door stoppen door de machine M' die eerst zijn input verdubbelt en dan de universele Turing machine is. Er geldt dan namelijk

$$M'(R(M)) = U(R(M)R(M)) = M(R(M))$$

   Dus

$$R(M) \in L_{M'} \iff M'(R(M))\downarrow \iff M(R(M))\downarrow \iff R(M) \in \{R(M) \mid M(R(M))\downarrow\}$$

   En dus

$$L_{M'} = \{R(M) \mid M(R(M))\downarrow\}$$

   (Als je het helemaal precies wil doen, moet je M' voor het verdubbelen eerst nog laten testen of de input een correcte code $R(M)$ is, en indien dit niet zo is niet laten termineren. Dat gaat niet vanzelf goed, want na verdubbelen kan een incorrecte code wél de vorm $R(M)w$ hebben, en ook wel met $M(w)\downarrow$. En je wil niet dat zo'n incorrecte code in $L_{M'}$ terecht komt.)

3. Ja, zo'n functie bestaat. De klasse van Turing-berekenbare functies is dezelfde als die van de μ-recursieve functies. En de partiële functie berekend door de machine die de taal van het blank tape probleem door stoppen herkent

$$f_B(R(M)) = \begin{cases} 1 & \text{als } M(\lambda)\downarrow \\ \uparrow & \text{anders} \end{cases}$$

is dus óók een μ-recursieve functie. (Als μ-recursieve functie moet je de codes van de Turing machines als natuurlijke getallen representeren, bijvoorbeeld door er nog een 1 voor te plakken en ze als binaire getallen op te vatten.)

Het blank tape probleem is duidelijk equivalent aan het probleem of deze functie f_B met gegeven input stopt. En dat is dus net zo onbeslisbaar.