Berekenbaarheid 2011, uitwerkingen toets 3

1.

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= \begin{cases} x-1 & \text{als } x>0 \\ \uparrow & \text{als } x=0 \end{cases} \\
f_2(x) &= x+1
\end{aligned}
$$

2.

$$
\begin{aligned}
g &= c_1^{(0)} \\
h &= \mathsf{pred} \circ \mathsf{mult} \circ (c_3^{(2)}, p_2^{(2)})
\end{aligned}
$$

3. p is primitief recursief, want p is te schrijven als compositie van primitief recursieve functies:

$$
p = \mathsf{add} \circ (\mathsf{quo} \circ ((\mathsf{mult} \circ (\mathsf{id}, s)) \circ \mathsf{add}, c_2^{(2)}), p_1^{(2)})
$$

4. Als we definiëren:

$$
\begin{aligned}
l(z) &= \mu x \le z.\ \sum_{y=0}^{z} \mathsf{eq}(p(x,y), z) \\
r(z) &= \mu y \le z.\ \sum_{x=0}^{z} \mathsf{eq}(p(x,y), z)
\end{aligned}
$$

dan voldoen l en r aan de gevraagde eigenschappen, en zijn op grond van de vorm van de expressie primitief recursief. (Als z niet een output van p is geldt dan $l(z) = r(z) = z + 1$.)