Berekenbaarheid 2016
Toets 1
25 november 2016

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 4 onderdelen die samen 9 punten opleveren, 1 punt is gratis. Bij het 'definiëren' van een Turing-machine moet je deze geven door middel van een toestandsdiagram (en dus niet als tabel). In alle Turing-machines in deze toets mag je hulpsymbolen gebruiken. Veel succes!

1. Definieer een standaard Turing-machine M_1 met input alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ die uit zijn input de c's verwijdert. Er moet bijvoorbeeld gelden dat $M_1(abccb) = abb$. (3 punten)

   Zorg er voor dat bij terminatie de output op de juiste plaats op de tape staat, en dat de lees/schrijf-kop weer aan het begin van de tape staat.

2. Definieer een non-deterministische 2-tape Turing-machine M_2 die de taal (3 punten)
$$L(M_2) = \{u^k \mid u \in \{a, b\}^* \text{ en } k > 1\}$$
   herkent door eindtoestand. Er moet bijvoorbeeld gelden $abaabaaba = (aba)^3 \in L(M_2)$. Zorg ervoor dat een correcte input van lengte n in ten hoogste $4n + 4$ stappen wordt herkend. (Je hoeft niet uit te leggen waarom dit het geval is.)

3. Definieer een numerieke Turing-machine die de functie (2 punten)
$$\max(n, m) = \begin{cases} n & \text{if } n \geq m \\ m & \text{if } m \geq n \end{cases}$$
   uitrekent. Je mag hierin de macro's op de achterkant van dit blaadje gebruiken.

4. Leg uit waarom iedere recursieve taal recursief opsombaar is. (1 punten)

S	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\quad BB$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n+1}\,B$
Z	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\quad B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{0}\dots B$
E	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B$	*termineert niet*
$\mathrm{P}_i^{(k)}$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_i}\;B\dots\quad\dots B$
$\mathrm{C}_m^{(k)}$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{m}\;B\dots\quad\dots B$
A	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B\,\overline{m}\quad B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n+m}\,BBB$
D	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\quad B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n\dot{-}1}\dots B$
SUB	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B\,\overline{m}\quad B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n\dot{-}m}\,\dots B$
MULT	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B\,\overline{m}\,B\dots$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n\cdot m}\,B\dots$
MR_k	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$	$B\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,\underset{\uparrow}{B}$
ML_k	$B\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,\underset{\uparrow}{B}$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$
FR	$\underset{\uparrow}{B}B^i\,\overline{n}\,B\qquad(i\geq 0)$	$B^i\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B$
FL	$B\,\overline{n}\,B^i\underset{\uparrow}{B}\qquad(i\geq 0)$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B^iB$
E_k	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$	$\underset{\uparrow}{B}\dots\qquad\dots B$
T	$\underset{\uparrow}{B}B^i\,\overline{n}\,B\qquad(i\geq 0)$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B^iB$
INT	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B\,\overline{m}\,B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{m}\,B\,\overline{n}\,B$
CPY_k	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B\dots\qquad\dots B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$
$\mathrm{CPY}_{k,i}$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B\,\overline{n_{k+1}}\,B\dots B\,\overline{n_{k+i}}\,B\dots\qquad\dots B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B\,\overline{n_{k+1}}\,B\dots B\,\overline{n_{k+i}}\,B\,\overline{n_1}\,B\dots B\,\overline{n_k}\,B$
BRN ($n=0$ →; $n>0$ ↓)	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B$	$\underset{\uparrow}{B}\,\overline{n}\,B$