

Berekenbaarheid 2016

Toets 2

13 december 2016

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de opgaven, plus nog 1 gratis punt. In alle opgaven mag je ervan uit gaan dat een universele Turing-machine U al gegeven is: die hoef je dus verder niet te definiëren. Veel succes!

1. Geef een code $R(M)$ van een Turing machine M waarvoor geldt dat $\lambda \notin L(M)$ en $R(M) \in L(M)$. Verklaar je antwoord. Zie de achterzijde van dit blaadje voor een relevant stukje uit het boek van Sudkamp. (2 punten)
2. (a) Laat zien dat er een recursief opsombare taal bestaat die niet recursief is. Hint: denk aan het halting probleem. (2 punten)
(b) Is het probleem P_2 beslisbaar dat, met als input de code $R(M)$ van een Turing machine M , vraagt of de taal $L(M)$ recursief is? Verklaar je antwoord. (1 punt)
3. Laat zien dat het probleem P_3 onbeslisbaar is dat, met als input de code $R(M)$ van een Turing machine M , vraagt of M de eigenschap heeft dat het aantal inputs waarvoor M stopt en het aantal inputs waarvoor M niet stopt allebei oneindig is. (2 punten)
4. Laat met reductie zien dat het probleem P_4 onbeslisbaar is dat, met als input de code $R(M)$ van een Turing machine M , vraagt of M de eigenschap heeft dat hij met input λ stopt op een even positie op de tape (dus met de lees-/schrijfkop op vakje 0 of 2 of 4 of ...). (2 punten)

(Relevant stukje van p. 355 van het boek van Sudkamp:)

A Turing machine M is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$, where $q_i, q_j \in Q$; $x, y \in \Gamma$; and $d \in \{L, R\}$. We encode the elements of M using strings of 1's:

Symbol	Encoding
0	1
1	11
B	111
q_0	1
q_1	11
\vdots	\vdots
q_n	1^{n+1}
L	1
R	11

Let $en(z)$ denote the encoding of a symbol z . A transition $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginning and end of the representation are designated by three 0's.
