J Royce. Transactions of the American Math. Society. VI. (2. 3.) p. 353.

Vivanti-Gutzmer. Eindeutige analytische Functionen (Publications non-périodiques)

Jourdain. Archiv d Math. u. Ph. Bd 40.

Schur. Mathem. Ann. 27 en 55 en 51. en 39.

Padoa l'Enseignem. Math. 5.

Hilbert l'Enseignem. Math. 3.

Francesca ~~Mathem. Annalen~~ 55.

J Keyser. Bull. of the American Math. Soc. t. IX p. 424, 1903

A. Schoenflies ~~C. Jordan~~. Göttinger Nachrichten 1902

Jahresbericht der Deutschen Math. Ver. Bd 8, 2, ~~S. 115~~.

W. Killing. Die Mechanik in den nichteuklidischen Raumformen.

Crelles Journal 98 (~~1885~~)

F. Klein. Math. Annalen 43.

C. Jordan. Cours d'Analyse 2 Aufl. Bd 1. S. 92.

D. Hilbert. Archiv der Mathem. u. Physik

3e Reihe I (1, 2) (3, 4) 1901.

H. Poincaré. Bulletin de la Société physico-mathém. de Kasan série 2, t. XIV n° 1 (zie ook tome X sect. I en II)

section I.

D. Hilbert. Göttinger Nachrichten 1902.

en 1900. (3, 4)

R. Dedekind. Abhandl. Göttingen. série 2.

Festschrift n° 2.

D. Hilbert. Annales de l'école normale supérieure. série 3. t. 17

Jahresber. der Deutsch. Math. ver. VIII, 1.

L'enseignement mathématique VII (2 [illegible] — Revue de [illegible] nov. 1905 – jan. 1906)

(H. Poincaré) L'enseignement mathématique VI 1904

(P. Mansion) p. 257 – 283.

Annales de la société scientifique de Bruxelles 29 (3, 4)

Mathesis 3e série tome II p. ~~19~~ 207

Heb ik gevonden de functie $V = V_1 - V_2$ $\left\{ \begin{matrix} (V_1-V_2)_1 = (V_1+V_2+2V_3)_1 \\ (V_1-V_2)_2 = (-V_1-V_2-2V_3)_2 \end{matrix} \right\}$
op de hypersfeer (H_n) $= f(\alpha)\cos\omega$.

(ω van 0 tot 2π, of van 0 naar $+\pi$ en van 0 naar $-\pi$ loopend
α van 0 tot π.),

dan kan ik die potentiaal beschouwen als te zijn gecompenseerd uit de volgende potentiaal om een enkel agenspunt: $-\int f(\alpha)\,d\alpha$ $(=\vartheta(\alpha))$.
Dus is het veld van twee gelijke en tegengest. agenspunten op eindigen afstand van elkaar, in bipolaire coörd. ~~$f(\alpha)$ $f(\beta)$~~ $\vartheta(\alpha)-\vartheta(\beta)$ of $\vartheta(\alpha_I)-\vartheta(\alpha_{II})$.
Dus div. $\vartheta(\alpha_I)$ = div. $(V_I) + Z$, waarin Z een divergentiedistributie, onafhankelijk van de ligging van I op de hypersfeer; die aan den anderen kant ten opzichte van elk punt op de hypersfeer geometrisch aequivalent moet liggen; Z is dus een constante, en $\vartheta(\alpha_I)$ is de functie, die in het punt I en het tegenpunt daarvan een gelijke positieve divergentie heeft, welke functie wordt gecompenseerd door een over de hypersfeer (homogeen) gedistribueerde negatieve divergentie.
De diff. vgl. van ϑ is: $\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha\,\frac{d\vartheta}{d\alpha}\right\} = a\sin^{n-1}\alpha$. (a willek. const.)
en in de opl. de constanten zoo te kiezen, dat voor $\alpha=\frac{1}{2}\pi$: $\frac{d\vartheta}{d\alpha}=0$.
~~Analoog~~ als we bij $V=V_1-V_2=f(\alpha)\cos\omega$ invoeren $\vartheta(\alpha) = -\int f(\alpha)\,d\alpha$, voeren we bij V_1 $(=F(\alpha)\cos\omega)$ in: $\eta(\alpha) = -\int F(\alpha)\,d\alpha$.
Ook van η is de diff. vgl.: $\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha\,\frac{d\eta}{d\alpha}\right\} = a\sin^{n-1}\alpha$, maar nu zijn in de opl. de constanten zoo te kiezen, dat voor $\alpha=\pi$: $\frac{d\eta}{d\alpha}=$ ..
De fictieve (even fictief als de (velden van) stroomelementen van Ampère)

[Deze is te herleiden tot $a^2 x \frac{V}{(1+x^2)^2} + \frac{dV}{dx} + x \frac{d^2V}{dx^2} = 0$. En de coëfficienten van deze lineaire vgl. zijn de afgeleiden van die van de in het vorige cahier behandelde. (te oplossing van de functie van z die met cos ω moet worden verm., om aan de vgl. van Laplace te voldoen

velden η en ϑ zijn wel te onderscheiden, dan de feitelijke potentiaalvelden η' en ϑ', die komen als ~~het medium~~ de ether samendrukbaar — maar toch aan zijn plaats gebonden — is, en in een punt — resp. in twee antipodale punten — wordt een overmaat van fluïde ingebracht. Dan zal door samendrukking die overmaat worden gecompenseerd, volgens div. $V = -a^2 V$. Voor η' resp. ϑ' geldt ~~dus de~~ diff. vgl.: $\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha \frac{d\vartheta'}{d\alpha}\right\} = a^2 \vartheta' \sin^{n-1}\alpha$ (1) en analoog voor η'.

?

Deze hypothese van samendrukbaarheid doet voor de beschouwde gevallen, dat toch de algebraische som der divergenties 0 is, niets aan de uitkomst af. (want een aan voorwaarden gebonden potentiaal, die een minimum van energie moet geven, voert als het niet nodig is, op zijn vrij gebied geen divergenties in.) Maar aan de diff. vgl. (1) hebben we onder die hypothese niets, want daar geldt niet meer de additiviteit van twee velden. We kunnen overigens zo'n veld div. $V = a^2 V$ nader bekijken

$$\text{Energie} = \underbrace{\int d\tau \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)^2\right]}_{\text{(door band aan plaats)}} + \underbrace{\int d\tau . V . \text{div.} V .}_{\text{(door samendr. in zichzelf.)}}$$

Voor het geheele probleem zou men nu ook achteraf kunnen zijn uitgegaan van de diff. vgl. voor ϑ en η. ~~Vat~~ Men behoeft er slechts $\frac{d\vartheta}{d\alpha}$ resp. $\frac{d\eta}{d\alpha}$ uit op te lossen, want daarmee is het dubbelpunt al bekend, en daaruit zijn alle reëel voorkomende gevallen te integreeren.

Neem weer eens 1 voor H.

(1) $$\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{a\int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi + b\right\} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi - \int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi\right\}$$

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{\int_0^{\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi - \int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi\right\} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\int_{\alpha}^{\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi.$$

$$\frac{\cos^{2n}\beta}{\cancel{\sin^{2n}\alpha}}\, 2n\,\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \frac{3\ldots(2n-1)}{2\ldots(2n-2)}\beta + \sin\beta\left\{\cos^{2n-1}\beta + \frac{2n-1}{2n-2}\cos^{2n-3}\beta + \frac{(2n-1)(2n-3)}{(2n-2)(2n-4)}\cos^{n-5}\beta + \ldots \frac{(2n-1)\ldots 3}{(2n-2)\ldots 2}\cos\beta\right\}$$

$$\frac{\cos^{2n}\beta}{\cancel{\sin^{2n}\alpha}}\,\frac{2\cdot 4\ldots(2n-2)2n}{1\cdot 3\ldots(2n-1)}\,\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \beta + \sin\beta\left\{\cos\beta + \frac{2}{3}\cos^3\beta + \ldots \frac{2\cdot 4\ldots(2n-2)}{3\cdot 5\ldots(2n-1)}\cos^{2n-1}\beta\right\},$$

hetgeen overeenstemt met den vroeger gevonden factor van $\cos\omega$ voor de dubbelpuntspotentiaal.

Voor een oneindig aantal afmetingen is $\int_{\alpha}^{\pi}\frac{\sin^{2n}\varphi}{\sin^{2n}\alpha}d\varphi = f(\alpha)$ niet alleen oneindig, maar ook is $\frac{f(\alpha_2)}{f(\alpha_1)}$ oneindig voor $\alpha_2 > \alpha_1$. Er is dus niets van een veld te bespeuren. Krachtwerking breidt zich slechts uit ten gevolge van de beperktheid van het aantal afmetingen.

Heb ik in een R_n: twee-vectoren (d.i. dus ook $(n-2)$-vectoren) gedistribueerd, dan kan ik in elk punt zetten: 1e een $\binom{3}{n-3}$ vector met componenten $\frac{\partial_2 X_3}{\partial x_1} + \frac{\partial_3 X_1}{\partial x_2} + \frac{\partial_1 X_2}{\partial x_3} = Y_{123}$ ~~2e~~ en

(dit voldoet aan: $\frac{\partial Y_{123}}{\partial x_4} + \frac{\partial Y_{214}}{\partial x_3} + \frac{\partial Y_{134}}{\partial x_2} + \frac{\partial Y_{324}}{\partial x_1} = 0$.)

(X was hier eigenlijk te schrijven $X_{3\dots n}$)

$(n-1)$ ~~vector~~ met componenten: $Z_1 = \frac{\partial_1 X_2}{\partial x_2} + \frac{\partial_1 X_3}{\partial x_3} + \dots - \frac{\partial_1 X_n}{\partial x_n}$.

(en dat bij ~~den~~ vector niet bepaalbaar) (van dezen vector zien we, dat die $=0$ is.)

(Andere analoge vector-bepalingen zijn niet mogelijk, immers de richting van differentieering moet eenduidig zijn toegevoegd aan de indices van X_2, dat is 12 of $3\dots n$; en nu is alleen in R_3 een richting toegevoegd aan den 2-vector en in R_{n-1} aan den $(n-2)$-vector.

~~[illegible]~~ De 2-vector ~~kan ik~~ heeft over een willekeurige gesloten kromme ~~[illegible]~~ 2-ruimte met 2-indicatrix een integraal, die gelijk is aan de integraal van Y over een willekeurige 3-ruimte daardoor.

De $(n-2)$-vector heeft over een willekeurige gesloten kromme $(n-2)$-ruimte met $(n-2)$-indicatrix een integraal, die gelijk is aan de integraal van Z {als $(n-1)$-vector} over een willekeurige $(n-1)$-ruimte daardoor.

In de componenten der Y's treden op de diff. quot., waar de index v.d. noemer niet in den teller voorkomt; in die der Z's juist de overschietende.)

~~[illegible]~~

Is een distributie mogelijk, waarbij Y en Z zonder uitzondering wegvallen? Zoo niet, dan is ook de kwestie onder aan de volgende pagina opgelost.

Voor een 1-vector is direct duidelijk, dat niet alle bij zijn afgeleiden kunnen wegvallen; voor een 2-vector is het niet ~~zoo~~ direct duidelijk.

Omgekeerd kunnen ~~[illegible]~~ uit een 1-vector (waarvoor ingevuld) een 2-vector afleiden. Is nu die 1-vector bepaald door zijn div. en de Z van zijn 2-vector? (Wat het aantal gegevens betreft, komt dit uit; want de Z is enkelvoudig beperkt door de voorwaarde, dat haar div. = 0 moet zijn.)

Deze pot. theorie ~~steunt op~~ is onafh. van singulariteiten, is dus zuivere meetkunde onafhankelijk van de arithmetiek, haar afbeeldingen en de daarbij optredende singulariteiten. Ze geldt ook voor niet-continue en niet-differentieerbare velden.

(Zo is in 5 afm. b.v. nu geen algebra mogelijk met imag. eenheden i. j. k. l. m. zóó, dat i.j.k. = l. m. enz.; i.j.k.l. = m; i.j.k.l.m = −1. Verder zijn er allemaal versch. eenheden: i.j; j.k; l.j. enz. l.m.k enz.).

Ook in R_n moet in lijnvectordistrib. bepaald zijn door haar div. en de planaire distrib. harer rotatie. (Immers was hij daardoor niet bepaald, dan bestond een verschildistrib. zonder div. of ~~integraal langs gesloten~~ kromme, en dat is onmogelijk.)

~~Zulk~~ Neem nu als eenheid ~~voor vector met~~ ~~alleen~~ rotatiedistr. ~~[illegible]~~ in de punten van een oneindig klein bolletje H_{n-2} in een H_{n-1} in den oorsprong. ~~Het is dan bepaald door de~~ loodlijn op die H_{n-1} (geïndiceerd). En de rotatiedistr. is alleen in de punten van den bol, en geïndiceerd volgens het volkomen loodrechte normale vlak op het bolopperviak.

Het is nu nog alleen maar de vraag, of de algemeenste rotatiedistr. als P_{n-2}-vector zoo over zulke bolletjes is te verdeelen, of in 't algemeen homogeen over een R_{n-2} (elementaire-gesloten) opperviak is te verdeelen.

Noem ∇ die geheimzinnige operatie, die uit een V_1 afleidt een V_0 en een V_2; uit een V_2 een V_1 en een V_3 enz. Voor een V_2 zonder V_3 is $\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + \frac{d^2}{dt^2} + \ldots$; voor een V_1 zonder V_0 is evenzoo:
$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + \frac{d^2}{dt^2} + \frac{d^2}{du^2} + \text{---}$$

Het is waar, dat een lijn zonder div. kan worden beschouwd als 2 van een vlak. Is het ook waar, dat een vlak zonder ∇ kan worden beschouwd als rot. van een lijn?

Heeft de V_2 wel een V_3 dan blijkt de ∇^2 (van de V_1) $=$
$\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \text{———}$ de V_2 van de V_3
Dus als $\nabla V_2 = \{V_1 + V_3\}$ met V_2, dan $\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \text{—}$ (voor willek. V_2)

Willen we in 3 afm. rot. (d.i. integr. langs gesloten kromme) van een lijnvectordistr. alleen aanbrengen op enkele bijzondere punten (om elementairwervels te vormen), dan moeten we minstens nemen een gesloten kromme lijn (anders zouden ~~niet de integraal~~ oppervlakken van 2 afm. zijn, waarover de integraal niet 0 was.

d.w.z. als de kromme een lacune had

Analoog in n afmetingen moeten we minstens aannemen een gesloten ruimte van n-2 afm.

(En in 2 afm. moeten we minstens twee verschillende punten aannemen.)

De planivector moet dan loodrecht op dat oppervlak gericht zijn (want anders zou voor een kringstroom op het oppervlak een oneindige integraal komen.), en constant van sterkte. (Bewijs om de integraal over willekeurig gesloten oppervlak 0 te maken.)

Een p-vector is voor een deel afgeleid van een (p-1)-vector, hetgeen wordt uitgedrukt door een andere (p-1)-vector, voor een ander deel determineert hij een (p+1)-vector (en wel zoo een, die geen (p+2)-vector determineert.)

Hilbert bouwt in zijn Festschrift niet op, maar bewijst feitelijk enkel uniciteit van een groep; ~~laat axioma's uit de lucht vallen, die dan verwonderd worden aangetoond.~~

(Lord Kelvin 1905). Een gewone Helmholtz'sche werveling bevindt zich in labiel evenwicht.

Het invoeren van (nieuwe) getallen (en elke ~~het~~ vervolkoming van het rekenmechanisme) is een jodenstreek.

(onder gegeven krachten)

Een willekeurig mechanisme is te beschouwen als een vector distributie (liever te schrijven niet als .. maar als ... die, de arbeidscijfer bij ..) over een oppervlak van willekeurige kromming: levende kracht = boog element in 't kwadraat.

(ruimte, ~~of~~ opp. waarin de vectorsterkte wordt beschouwd)

[redacted]

Neem bij een willekeurige [redacted] van den enkel uitsteeds vector ~~rotatievector~~ het elementairveld (d.i. het ~~...~~ op dezelfde wijze afgeleide veld, als de potentiaal uit een enkele divergentie. Kunnen we dat veld dan als vectorpotentiaal beschouwen?

(Dan we als div. element altijd een elem. magneet nemen, moeten we hier ook stadsuitgaan van twee gelijke en tegengest. rotatievectoren, op eenige afstand van elkaar gelegen)

(voor een homogene ruimte)

Het veld van een elementair. rotatering is gelijk aan het veld van een elementair magneet?

In elk geval kunnen we den elementair rotatiering vervangen door ⇅ en ⇵, wat betreft de vorming van het elementairveld er uit. We hebben dus maar na te gaan, of het daaruit gevormde veld werkelijk kan worden beschouwd (voor de allgemeene ruimte) als vectorpotentiaal van de magn. inductie bij een elementairmagneet.

Vink is ook

Zij het elementairmagneetveld: $yf(r)$. Dan wordt de vermen..

de vectorpot. $X = -yf(r)$ en $Y = xf(r)$ (de rotatie daarvan ~~...~~ $Z = -2f(r) - \frac{(x^2+y^2)}{r} f'(r)$

$$X = \frac{xz}{r} f'(r).$$

$$Y = \frac{yz}{r} f'(r).$$

Terwijl het veld van een elem. magneet volgens de Z-as is: $Z = f(r) + \frac{z^2}{r} f'(r)$

$$X = \frac{xz}{r} f'(r)$$

$$Y = \frac{yz}{r} f'(r)$$

De voorwaarde dat de stelling opgaat is dus:

$$f(r) + \frac{z^2}{r} f'(r) = -2f(r) - \frac{(x^2+y^2)}{r} f'(r).$$

$$-3f(r) = r f'(r).$$

$$f(r) = \frac{1}{r^3}.$$

De stelling gaat dus <u>alleen</u> op voor de gewone Euclidische ruimte!

In de gewone ruimte is de kracht door een stroomelement, gelijk gedistribueerd, als de vectorpot. door een elementairmagneet, n.l. beide volgens $\frac{\sin\varphi}{r^2}$.

Om in een ellipt. ruimte een vectorpot. te vinden, hebben we slechts de geconjugeerde functie(1) van de gewone potentiaal te zoeken, en die te delen door een factor, evenredig met het omwentelings-boogelement. (wat vermenigvuldigd met dat boogelement geeft de vectorpot. eerst de geconjugeerde functie in het meridiaan-vlak, d.w.z. de krachtstroom door de meridiaan zone)

(1) d.w.z. de krachtstroom door een zone, die ontstaat door een kleine wenteling van P_1P

Stelling in orde.

$P_1 \varphi P$

De bedoeling is nu nog:

a) Te vinden voor het elementairmagneetveld in ell. ruimte een vectorpotentiaal (zie vorige pagina voor de manier)

b) Te vinden het veld van een stroomelement, ~~uit~~ een ~~scalarpotentiaal~~ (zie pag. 10), daarmede de kracht, ~~[illegible]~~ verder uit a) de kracht uit den vectorpotentiaal; ~~[illegible]~~ de beide krachten zullen verschillend zijn. ~~[illegible]~~ ~~vinden we bij elk een verschillende kracht~~ Het verschil van die twee krachten wordt een distributie, die langs een gesloten kromme telkens 0 geeft. ~~De ware kracht zal het verschil ... verbonden zijn~~.

Om voor die laatste kwestie voorbereid te zijn, zullen we haar eerst voor de Eucl. ruimte behandelen.

Hoe vinden we overigens in de Eucl. ruimte de kracht van een stroomelement uit die van (van een gesloten stroom, in bepaalde richting) een stroom? Wel, die kracht is de potentiaal, (zoo gericht) is de pot. van een elem. magneet, is de pot. van de gesloten stroom in het veld van een elem. magneet.

in die richting,

Dus de kracht door een stroomelement in een bepaalde richting, is de pot. van ~~het~~ stroomelement door een dubbelpunt volgens die richting, is de ontbondene van de vectorpot., teweeggebracht door het dubbelpunt in de richting van het stroomelement. En die is, als φ de hoek van stroomelem. en verbindingslijn

ψ " " " elem. magneet " "

κ " " tusschen vlak {stroomelem. verbindingsl.} en vlak {elem. magn. verbindingsl.}

$$\frac{\sin\varphi \sin\psi \sin\kappa}{r^2}$$

(= $\frac{1}{r^4}$ volumeprod. van verbindingslijn en elem. magneet en stroomelement)

Hierbij nog te bewijzen, dat de energie van een [redacted] veld 2 in een veld 1 = $\int V_1 d\varphi_2$. Dit met behulp van het theorema v. Green.

Het vraagstuk van de kracht door een stroomelement in de ell. ruimte zal dus ook zijn opgelost, als we hebben gevonden die [redacted] vectorpotentiaal van een elementairmagneet in de ell. ruimte.

Zoeken we dus de geconjugeerde functie van de pot. van het dubbelpunt, d.i. voor een punt P de totale krachtstroom door (die zou bij) den cirkelboog P_1P. Die krachtstroom, gedeeld door het wentelingsboog-elementje in P moet de vectorpotentiaal geven.

Hoe kunnen we een scalarpotentiaal vinden bij een stroomelement in de Euclidische ruimte?

We zeggen dan: de potentiaal in den oorsprong door een solotenstroom is de krachtstroom van

$\underline{A} = \frac{x}{r^3}{}_x + \frac{y}{r^3}{}_y + \frac{z}{r^3}{}_z$ door die stroom.

De potentiaal in den oorsprong door een stroomelement is dus de (absolute waarde van) vectorpot. van $\underline{A}$ ×
cos(vectorpot. van A, stroomelement).

We vinden bij het zoeken van die vectorpot.
(zie aanteekenpapier in Maan. II)

$$\xi = \frac{z^2 - y^2}{r^5} \qquad \eta = \frac{x^2 - z^2}{r^5} \qquad \zeta = \frac{y^2 - x^2}{r^5}.$$

$$\int \xi\,dy = y\,\frac{3z^2(x^2+z^2)+y^2(z^2-x^2)}{3r^3(z^2+x^2)^2} \qquad \int \xi\,dz = -z\,\frac{3y^2(x^2+y^2)+z^2(y^2-x^2)}{3r^3(y^2+x^2)^2}$$

$$\int \eta\,dz = z\,\frac{3x^2(y^2+x^2)+z^2(x^2-y^2)}{3r^3(x^2+y^2)^2} \qquad \int \eta\,dx = -x\,\frac{3z^2(y^2+z^2)+x^2(z^2-y^2)}{3r^3(z^2+y^2)^2}$$

$$\int \zeta\,dx = x\,\frac{3y^2(z^2+y^2)+x^2(y^2-z^2)}{3r^3(y^2+z^2)^2} \qquad \int \zeta\,dy = -y\,\frac{3x^2(z^2+x^2)+y^2(x^2-z^2)}{3r^3(x^2+z^2)^2}$$

$$\underline{H} = \int \zeta\,dx\,dy = \int dy \int \zeta\,dx = \int dy \left\{ \frac{x\,y^2}{r^3(y^2+z^2)} + \frac{x^3y^2}{3r^3(y^2+z^2)^2} - \frac{x^3z^2}{3r^3(y^2+z^2)^2} \right\}$$

Hierin is voor part. integr. te nemen: $\frac{-2y\,dy}{(y^2+z^2)^2} = d\frac{1}{y^2+z^2}$.

en: $\frac{x^2}{r^3(y^2+z^2)^2} = \frac{1}{r(y^2+z^2)^2} - \frac{1}{r^3(y^2+z^2)}$ De uitkomst $\frac{x}{3}\left\{\int \frac{dy}{r^3} - \frac{y}{r(y^2+z^2)}\right\}$

schijnt fout.

Tot het vinden van de vectorpotentiaal.

Vectorstroom door zone $\int \frac{2\cos\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)}{\cos^2\beta}.\cos\beta\,d\varphi.\cos\beta\sin\varphi_z$

$= \sin^2\varphi.(1+\beta\,tg\,\beta.)$

Vectorpotentiaal is: dit, gedeeld door $\cos\beta\sin\varphi$ of:

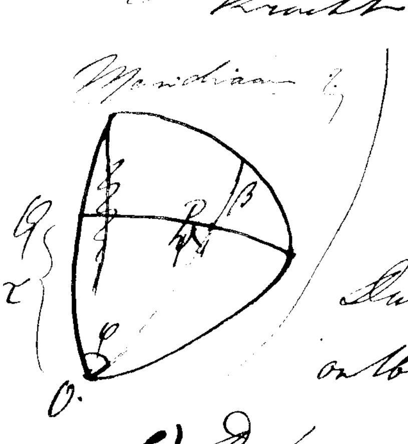
$$\sin\varphi \times \frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.$$

~~In 't algemeen dus~~ Dus ook: kracht van een stroomelement (in een bepaalde richting)

$$\sin\varphi\sin\psi\sin\kappa \times \frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.$$

Bij wijze van proef zullen we hieruit [illegible] de kracht door een gesloten stroom in oorsprong $\perp$ de wentelingsas uitgeoefend in punt $P(\beta,\varphi)$ in de β-richting en in de φ-richting. We hebben daartoe te sommeren:

a) De kracht van $\overset{+}{\perp}$ — H. De meridiaan, waarin P ligt, gaat door OH, ($\perp$ vl. van teek.) Beide stroomelementen geven een kracht:



$$\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}$$

De resultante is in 't meridiaanvlak $\perp QP$ naar beneden gericht, en $= \cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.\frac{1}{\sin\tau}$

Dus ontbonden in β-richting: $-\frac{\sin\psi}{\sin\tau}.\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta} = -\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}$

ontbonden in φ-richting: $\frac{\cos\psi}{\sin\tau}.\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta} = \sin\beta\sin\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}.$

b) De kracht van $\downarrow \overset{\cdot}{o} \uparrow$ — H. In het meridiaanvlak komen twee krachten: , die door hun verschil geven de volgende ontbonden in de φ-richting:

$$-\sin\varphi.\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}\right\} = -\sin\varphi\frac{2\sin\beta\cos\beta+\beta(1+\sin^2\beta)}{\cos^3\beta}$$

en die door hun hoek geven de volgende ontbonden in de β-richting:

$$-\frac{\cos\varphi}{\sin\alpha}\left\{\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}\right\} = -\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}.$$

Dus totale ontb. in de β-richting: $-2\cos\varphi\,\frac{1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta}{\cos^2\beta}$

totale ontb. in de φ-richting: $-\sin\varphi\,\frac{\beta+\sin\beta\cos\beta}{\cos^3\beta}$.

En dit is juist ~~het veld van~~ de kracht van een dubbelpunt in den oorsprong volgens de wentelingsas.

(Maar het teeken van de vectorpot. hadden we anders moeten nemen; daarop te letten bij de afleiding van 3 en 4 pag. vroeger.

(1) Kan elk boogelement wel indien voorop gesteld worden? Een van const. kromming in elk geval wel.

Bewijs der stelling van lijnintegraal en oppervl.-integraal voor een willekeurig gekromde ruimte.

Zij $ds^2 = A^2du^2 + B^2dv^2 + C^2dw^2$. (1)

En zijn de coörd. op het oppervl. α en β, en zij de vectordirl. volgens u, v en w: X, Y en Z.

Projecties van par. dα en dβ op de coörd. vlakken hebben de inhouden: $\left(\frac{B\,dv}{d\alpha}\cdot\frac{C\,dw}{d\beta}-\frac{B\,dv}{d\beta}\cdot\frac{C\,dw}{d\alpha}\right)d\beta\,d\alpha$, enz.

Reken nu uit de oppervlakte-integraal van:

$$\underline{\frac{1}{BC}\left\{\frac{d(YB)}{dw}-\frac{d(ZC)}{dv}\right\}_u}$$ + analoog langs andere richtingen;

Dit geeft:

$$\int\left(\frac{dv}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}-\frac{dv}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\right)\cdot\left\{\frac{d(YB)}{dw}-\frac{d(ZC)}{dv}\right\}d\beta\,d\alpha+$$ twee analoge termen.

Nemen we samen de termen met ZC:

$$-\frac{d(ZC)}{dv}\left\{\frac{dv}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}-\frac{dv}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\right\}+\frac{d(ZC)}{du}\cdot\left\{\frac{dw}{d\alpha}\cdot\frac{du}{d\beta}-\frac{dw}{d\beta}\frac{du}{d\alpha}\right\}$$

$$-\frac{d(ZC)}{dw}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}+\frac{d(ZC)}{dw}\,\frac{dw}{d\alpha}\,\frac{dw}{d\beta}$$

Dit geeft $\int d\beta\,d\alpha\left\{\frac{d(ZC)}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}-\frac{d(ZC)}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}\right\}$

Integreer de eerste term partieel naar β, de tweede naar α, dan ~~komt de lijnintegraal~~ vernietigen de supplementaire dubbele integralen elkaar, en er blijft de lijnintegraal $\int Z C\,dw$ langs den omtrek.

Vectorpot. van ~~elem~~ magneet voor ellipt. R_{2n+1}.

Stel het zone-element van $n-2$ afmetingen $\varepsilon \sin^{2n-1}\alpha \sin^{2n-1}\varphi$

Kracht in β-richting:

(uitpotentiaal: $\cos\varphi \cdot \frac{1}{\sin^{2n}\alpha} \int_\alpha^{\frac{1}{2}\pi} \sin^{2n}\varphi\,d\varphi$)

$$\cos\varphi\left\{1+\frac{2n\cot\alpha}{\sin^{2n}\alpha}\int_\alpha^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n}\varphi\,d\varphi\right\} = \cos\varphi\times F(\alpha)$$

~~Kracht komt door zone~~ Geconjugeerde functie:

$$\int_0^\varphi \cos\varphi\, F(\alpha) \cdot \varepsilon \sin^{2n-1}\alpha \sin^{2n-1}\varphi \cdot \sin\alpha\, d\varphi =$$

$$= \varepsilon \sin^{2n}\alpha\, F(\alpha) \int_0^\varphi \sin^{2n-1}\varphi\cos\varphi\,d\varphi = \frac{\varepsilon}{2n}\sin^{2n}\alpha\, F(\alpha) \cdot \sin^{2n}\varphi.$$

Vectorpotentiaal: $\frac{F(\alpha)}{2n} \cdot \sin\alpha \sin\varphi$.

Zoodat ook hier weer de kracht door een stroomelement kan worden voorgesteld door een volumproduct.

Vectorpot. voor bol. R_n. Zone-element: $\varepsilon r^{n-2}\sin^{n-2}\varphi$.

(ongelet de konstantefactor) Kracht in r-richting: (uitpot.: $\cos\varphi \cdot r^{-(n-1)}$) $\cos\varphi \cdot r^{-n}$

Geconj. functie: $\int_0^\varphi \cos\varphi \cdot r^{-n} \cdot \varepsilon r^{n-2}\sin^{n-2}\varphi \cdot r\,d\varphi =$

$= \frac{\varepsilon}{r}\int_0^\varphi \sin^{n-2}\varphi\cos\varphi\,d\varphi = \frac{\varepsilon}{r}\sin^{n-1}\varphi$. Vectorpot.: $\frac{1}{r^{n-1}} \cdot \sin\varphi$.

(Weer een volumproduct)

De distributie in Eucl. R_3 voor vectorpot. van stroomelement $= \frac{\text{stroomelement}}{r}$ is een der distributies, die de juiste distributie voor een gesloten stroom geven; maar er zijn ook andere mogelijk. (zie ... pag. 256)

Zij ∇ de operatie, die uit 0-vect. maakt 1-vect. of uit 1-vect. 0-vect.
Ω " " , " uit 1-vect. " 2-vect. " " 2-vect. 1-vect.

Dan is voor Eucl. ruimte: Ω^2 1-vect. $= \nabla^2$ 1-vect.

Hierin wordt verstaan onder $\nabla(ai+bj+ck)$: $i\nabla a + j\nabla b + k\nabla c$.

Deze stelling kan voor een niet-Eucl. ruimte geen zin hebben, omdat we de operatie ∇, die op een scalar hoort te worden toegepast, hier niet kunnen uitbreiden tot toepassing op een vector.

Voor ellipt. R_3: Te vinden een vector V, alleen afh. van β (niet van φ), en gericht volgens de getransporteerde oorspronkelijke richting (d.w.z. in mer. vlak denzelfden hoek makend met voerstraal, als de elementrichting in oorspr.), die kan fungeren als vector pot. van stroomelement.

Dan moet: $\underbrace{\sin\varphi \times \frac{1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta}{\cos\beta}}_{\text{krachtl. v. stroomelem.}} \times \underbrace{\sin\alpha\, d\alpha\, d\varphi}_{\text{oppervl. elem.}} =$

$=$ lijnintegraal v. vectorpot. om oppervl. elem. $=$

$$= \frac{d}{d\varphi}\{V\cos\varphi . d\alpha\}\,d\varphi + \frac{d}{d\alpha}\{V\sin\varphi\sin\alpha\, d\varphi\}\,d\alpha.$$

Dus diff. vgl. in V als functie van α:

$$-V + \frac{d}{d\alpha}\{V\sin\alpha\} = 1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta. \text{ Stel } V = \frac{4}{\cos^2\frac{1}{2}\alpha}.$$

Dan: $2\,\mathrm{tg}\,\tfrac12\alpha\cdot\frac{dy}{d\alpha} = 1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta = 1+\frac{\beta}{\mathrm{tg}\,\alpha} = 1+\frac{\beta}{2}\cdot\frac{(1-\mathrm{tg}^2\frac12\alpha)}{\mathrm{tg}\,\frac12\alpha}$.

$$\mathrm{tg}\,\tfrac12\alpha\cdot\frac{dy}{d(\frac12\alpha)} = 1+\frac{\frac12\beta}{\mathrm{tg}\,\frac12\alpha} - \tfrac12\beta\,\mathrm{tg}\,\tfrac12\alpha$$

$\frac{dy}{d(\frac12\alpha)} = \cot\tfrac12\alpha + \tfrac12\beta\cot^2\tfrac12\alpha - \tfrac12\beta$, hieruit na uitdrukking van β door α:

$$y = \left\{-\tfrac14\pi+\tfrac12\alpha\right\}\left\{\cot\tfrac12\alpha+\tfrac14\pi-\tfrac12\alpha\right\}$$

$$y = -\tfrac12\beta\left(\cot\tfrac12\alpha+\tfrac12\beta\right);\quad V = -\frac{1}{\cos\frac12\alpha}\left\{\frac{\frac12\beta}{\sin\frac12\alpha}+\frac{\frac14\beta^2}{\cos\frac12\alpha}\right\}$$

$$V = -\frac{\beta}{\cos\beta} - \frac{\frac12\beta^2}{1+\sin\beta}.$$

[Nog onderzoeken, of deze, afhangend als V van een kringstroompje, ook is de $\underline{V}$-pot. van den kringstroompje, m.a.w. dan vorm derivaten is.]

Natuurlijk zij dat volgt niet de afleiding en hebben we de potentiaal van stromen en elkaar gezocht de pot. van 2 stroomelementen als $\int \cos\varepsilon\, f(\beta)\, ds\, ds'$. [illegible]

Deze vectorpotentiaal is in de niet-Eucl. ruimte echter niet de fraaie uitbreiding van de scalarpotentiaal, die ze in de Euclidische is (zie Manuscr. II p. 46).

[N.B. Voor n afm. Konst.: [illegible]]

In een hypersfeer of ell. n-ruimte is de $(n-1)$-ster in A als volgt [redacted] congruent naar de $(n-1)$-ster in B over te brengen. AP komt in BQ, als BQ ligt in het vlak BAP en denzelfden hoek met AB maakt, als AP.

Uit deze overbrenging volgt dan direct de omzetting van de vectorpot. van een elem. magneet in de kracht van een stroomelement.

[de fictieve pot. van 2 lijnvectoren: zoo hebben we reeds gevonden de ~~fraaie~~ potentiaal van 2 puntscalars.] Zoo kunnen we ook die van R-vectoren bepalen. In de Eucl. ruimte worden al deze formules gelijk.

Wat is de vergelijking der krachtlijnen op den gewonen bol, (als we het dubbelpunt in het tegenpunt denken?]

Is de ~~continue~~ ~~[illegible]~~ [mensionale] empirische wiskunde (de meetkunde langs een touw) empirisch of aprioristisch? Wel, ~~de Stelsetten~~ het continuum is aprioristisch. Nu kunnen op het continuum verschillende schalen (~~puntgroepen~~ worden) geconstrueerd; voor die ~~puntrijen~~ geldt dan ~~de~~ (ordinaal) arithmetiek, ~~[illegible]~~ de (ordinaal) arithmetiek is aprioristisch ~~maar, dat ze~~ geldt, is empirisch. (dat n.l. als houtje AB er te leggen op CD, dat dan ook, als ik AB verdeel in 3 aaneengesloten stukjes hout, ik die complex van 3 ook aaneengesloten kan leggen op CD; zoo blijkt het, dat de meetkunde zich dekt met de arithmetiek,] voor elke schaal.

~~[illegible]~~

De planimetrie is weer aprioristisch als coörd. geom.; empirisch blijkt, dat ze geldt volgens Helmholtz - Lie - Hilbert.

meetkunde [illegible] is immaterieel a.l. houtje [illegible] het een materieel lichaam, relatief het ander.

[we kunnen ook zeggen: Empirisch blijkt langs een touw de groep te gelden bij benadering; dat in [illegible] alleen de [illegible] nog niet de groep.) [illegible] dat de versch. [illegible] aan de [illegible] voldoen.

~~De ordinaalgetallen komen met het [illegible], welke met [illegible] niet [illegible]. De cardinaalgetallen hoeren tot de rekenkunde maar ook tot de [illegible] der [illegible].~~

~~Hebben we de ordinale [illegible] getallen, dan kunnen we de [illegible] [illegible] als we de cardinaalgetallen [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] in de afbeelding van alle [illegible] op de [illegible] [illegible] [illegible]~~

~~[illegible] [illegible] [illegible]~~

De beide elementaire $(p, n-p)$-vectordistributies (n.l. met de eenheid van $(p-1)$-afgeleide combin. en met de eenheid van $(p+1)$-afgeleide combin.) in R_n aldus te krijgen: zodat op de beide rijen van beide afgeleiden ≥ 0 voor een meridiaan R_2 tusschen een richting uit een R_p en een uit de R_{n-p} daar loodrecht op. De vector bevat dan de onbekende richting uit de meridiaan R_2 en de $p-1$ richtingen uit $R_p \perp R_2$ (de loodvector dus de loodlijn in R_2 en de $n-p-1$ richtingen uit $R_{n-p} \perp R_2$)

Uit 2 lijndistr. in R_n is te componeeren een vlakdistr. (n.l. het zinnsprod.) Zijn nu de beide afgeleiden van de resultante niet licht af te leiden uit de 2 paren afgeleiden der componenten? Zoo ja, dan is hieruit misschien te bewijzen, dat ook voor een vlakdistr. niet beide afgeleiden 0 kunnen zijn. Vgl. overigens voor die kwestie: Klein, Nicht-eukl.: de parametervoorstelling der 6 Plückersche lijncoördinaten.

~~[illegible]~~

De homogeniteit der ruimte, is in 't geheel niet apriori: ze blijkt empirisch. Een homogene exterioriteit, als exterioriteit zonder meer, waar Russell van spreekt, is onzin; ze kan apriori best onbestaanbaar zijn. En we kunnen ons haar best denken als translatie-exterioriteit.

Zoo min als de contradicties van Russell reden is, om de [illegible] logica te verwerpen, zoo min is de kromme zonder afgeleide van Weierstrass reden om het intuïtieve continuum te verwerpen voor empirische krommen.

~~[illegible]~~

Dat ten slotte de werkelijke bewegingen van verschillende rationale schalen zich ~~[illegible]~~ [illegible] Hilbertsche axioma's en even weinig a priori (op het rechten dat)

dekken, is even vreemd, als dat de bewegingen van de eene rationale maatstok zich volgens de juiste tusschenwetten blijven bewegen tusschen die van de anderen.

Van het fictieve continuum geldt:

1e Elk element is Hoofdelement

2e Bij elke fundamentaalreeks is een grenselement.

Maar kan ik me dat voorstellen?

Een fundam. r. kan ik alleen aangeven (bepaalde) een oneindige decimaalbreuk kan ik niet aangeven (in volgenden); ik kan alleen sommige decim. breuken ~~aanduiden~~ definieeren als identiek met het, op andere wijze aangegeven, grenselement door zijn grenselement. Ik kan dus niet spreken van elke fundam. reeks, onafh. v. een grenselement. Maar wel is een intuitief axioma v. h. intuitief continuum, dat elk punt door een gegeven schaal te benaderen is. (St. 1e).

De eigenschap v. h. intuitieve continuum is, dat bij elke willekeurige schaalconstructie ~~tusschen elke 2 schaalpunten~~ weer een intuitief continuum ~~overblijft~~

Een stil Kristal tusschen de veldvormende beweging der anderen.

Een „waarheid" van bevoegde mannen is een uiting van beteekenis, afsteken als tegenstelling tegen de duisterne afgeslotenheid der woorden, waarin de waarheid wordt uitgedrukt.

Inwiskunde is het schoone plezier van bouwen, dat toevallig ook practisch nut kan hebben.

De Euclidische meetkunde is een overzicht van zekere (beweging van vaste lichamen) verschijnselen hier in de buurt.

Een rationale schaal is op het intuitieve eendim. continuum experimenteel te construeeren, b.v. door te trachten telkens het staafje te vinden, dat p maal verschoven, een ander staafje afgelegd heeft.

(zoo ook voor meerdim. ruimte

Het continuiteitsidee (materieele verschijnt ons, als we het wiskundig bekijken, als) beweging op van een staafje vast lichaam; dit ziens we direct voor eendim. ruimtecontinuum: we worden er ons niet van bewust, van de ~~continu~~ (materieele) werkelijkheid, die de continu is, dan door beweging, en daar we geen punt in beweging kunnen denken, kunnen we ons alleen een brokje in beweging denken. Maar hetzelfde geldt voor het tijdcontinuum.

Intuitief het vrije wilt, systeem, dat van de wiskunde toe, "op de wiskunde" kent wel de "grens", gelijk bewegende punten.

het bewegende staafje is hier een physisch waargenomen verschijnsel en klokslag, en geluiden; dit verschijnsel ~~intuïtief~~, bv. ~~de eigentijd van een klok is maar datgene~~ staafje wordt teruns als de wisseling zelf waargenomen, waarin ~~dat~~ we ~~kunnen~~ ons een ander ~~intuïtief~~ verschijnsel ~~kunnen in~~ geplaatst denken, dat zijn tijd. „Ausdehnung" aan de vergelijking met het eerste verschijnsel ontleent.

(Russell § 64) Grenzen? We spreken alleen van puntenparen van gelijke grootte, geheel willekeurig, alleen beantwoordend aan de wetten der „Anordnung." We voeren geen nieuw begrip grootte in.

Ik kan wel spreken van: „als een punt ligt op een lijn", maar niet van: alle punten van een lijn (een klasse van eenheden)

De slotsom van het leven is: òf redeneeren òf rondkijken met groote oogen en maar sloven wetend, hier niet op zijn plaats te zijn.

De wiskundige beelden zijn intuïtieve beelden, zoals de anderen; maar ~~ze zijn~~ ze te zien is de speciale verwerkelijking van de menschen in in de wereld hun strijd om het bestaan; en verder hebben ze de eigen dracht, dat de menschen elkaar ten opzichte van die deelziening volkomen begrijpen.

De algebra der logica is nooit exact in haar toepassingen. Bijv. lees in a < b: een roos is rood. Voor een ander mensch kan dat niet waar zijn. Of lees: licht komt niet voor zonder electriciteit; dit is een empirische waarheid, die door wonderen steeds kan worden gelogenstraft. Alleen uit de wis.

kunde, die we zelf opbouwen, kunnen grondoordeelen met volkomen exactheid worden opgesteld.

Het analytische / dynamische voordeel verbindt twee verstandsgewrichtigheden in 't hoofd in één intuitievum. Het is niet geweest het onderscheiden van een synthetisch inzicht b.v. een roos is rood van: hij liegt, heeft groene oogen.

Het door empirisch feit verbindt twee eenvoudigheden met verwondering; de eenheid kan dan alleen gevonden worden (want van de eenvoudige werkelijkheden der beide elementen wil men geen afstand doen, dus het ~~intuitievum is niet~~ terug te vinden) in een wiskundig systeem, d.i. uit eenheden en continua opgebouwd: de inhoud van welke eenheden een of ander intuitievum heeft, maar buiten het wiskundig systeem staat. (behalve bij de wiskundige natuurl. b.v. ...)

Alleen bij het empirisch feit kan men spreken van oordeelen $a < b$, die zin hebben te worden (in dien zin dat ze willen gesteld zijn in een nog onbekend wisk. systeem, waarop ze vereenigd) met die oordeelen logisch gewerkt, om te helpen in het vinden der wiskundige hypothese (d.i. het eenvoudigste wiskundig systeem, dat de empirische ...) moet vereenigen.[1] De gebouwen der wiskunde zijn de eigenlijke plaats voor de exacte oordeelen.

Het eenige wezenlijke intuitievum is partieering en continuiteit (die beide daarin in de praktijk worden gebruikt).

Een [redacted] (praemisse (bij een empirisch oordeel wordt bedoeld)) is altijd gesteld voor zekere bijzondere gevallen, die alleen beschouwd wenscht te worden; anders heeft het niet alleen haar erkenning maar ook zijzelf welbeschouwd geen zin.

(1) Vooral van de zonde der meetbaarheid wil men geen afstand doen. (2) men wil geen afstand doen, van het ... die een eenvoudigheden in 't hoofd te paat.

(3), d.i. nog andere exactheid, dan hun eigen teekenfiguur.

(1) Zoo het wisk. gebouw, moeten daarin als bijv. conclusies de empirische feitoordeelen optreden.

Dit heeft ... Couturat ... wiskundig systeem (b.v. het wereldmechanisme) is noodig, om te ... der contra-dictorische negatie (Russell 535), de formal implication (540 en 577 p. 79 boven), ... material implication ... door ... wereldsysteem ... bewust, die de actueele is onder de vele mogelijke.

(1) waarvan het intuitieve wordt vervangen door een dood wiskundig symbool.

(Men rekent stilzwijgend allerlei dingen vast, b.v. dat de zon morgen zal opgaan, en wie weet wat al niet.) En die bijz. gevallen worden al-leen dan vast, m.a.w. de zin der hypothese eerst dàn scherp (men weet eerst wat men zegt, al is dat ook waardeloos), wanneer men het bijz. geval heeft aan-gegeven door eenige entiteiten(1) met relaties als punt van uitgang.

Voor een ontkennende praemisse geldt dat nog veel sterker, b.v.

als er geen electriciteit is, is er geen magnetisme.

Wat denkt men bij die praemisse? Toch staat een restant, dat wel blijft, en ten opzichte ~~van welk~~ encadrement het geldt, dat, als dat encadre-ment zonder electriciteit is, dan ook zonder magne-tisme. Welk ~~encadrement~~ dan weer alleen dan scherp kan ~~dienen~~ (treden in de taal, dus) tot verstandhouding tusschen 2 menschen, wanneer men zich bepaalt tot het wiskundig substraat ervan.

(1) bij een positief oordeel kan men nog het encadre-ment in 't vage laten, maar bij een negatief is ondersteld, dat het heele encadre-ment is afgerond. al is dat ook niet zuiver

M.a.w. het invoeren der negatie (negatie van a = -a) in de logische algebra bepaalt die logica eerst (wezenlijk) recht ~~tot~~ toepassing op wiskundige gebouwen.

Wie logisch redeneert, redeneert over ~~...~~ wiskundig geabstraheerde aanschouwingen, volgens geheel en deel. De algebra der logica is niets dan de algebra van geheel en deel. En de directe aanschouwing van geheel en deel geeft de algebra der logica. ~~De ...~~ Want haar axioma's zijn uit de directe geabstraheerde aanschouwing

~~Daar op zichzelf altijd het beste is: is het niet mogelijk de bewegingsgroep van het intuïtief [illegible] continuum, waarvan we kunnen zeggen een willekeurig stuk v.h. bladvlak zoals zijn ontstaan [illegible] als [illegible] te beschouwen? B.v. wat de groep van een [illegible] en door [illegible] dat van [illegible] [illegible] te [illegible]?~~

Volgens Couturat (R. d. Métaph. 14. 2 p. 211) geeft Hilbert 18 axioma's voor de arithm[etica]

Maar Peano en Padoa geven de axioma's waaraan een klasse moet voldoen, om te kunnen heten „een klasse ω"; Hilbert geeft de axioma's, waaraan een stelsel dingen moet voldoen, om te geven de rubriek der reële getallen met hun bewerkingen.

terwijl Peano klaar was met 5 Padoa (1902) met 4.

Couturat zegt: we houden ons niet op met epistemologie? Maar dan spreken ze ook in de lucht.

Couturat (l.c. p. 213) hij verdedigt de logistiek toch alleen als werkmethode, niet als middel tot inzicht. Bij het verdedigen ontneemt hij haar alle bijzonders; ze zal dus nu maar hebben te tonen wat ze als methode vermag.

De „contradictie" van Russell berust op de verwarring van als iets het geval is en de klasse van al de dingen, waarbij dat het geval is. Stel je maar eens een eindig getal dingen voor en vorm daaruit alle klassen; er zijn er daaronder, die niet zelf een van hun elementen zijn. Wel b.v. de klasse uit $(O_1\ O_2\ O_3)$ 4, bestaande uit 4 elementen, waarvan een de klasse is van de andere. Die bedoelt Russell. Vormen uit een eindig getal elementen alle groepen en groepen van groepen. En de paradox [illegible] er over, of de kritieke groep al of niet zich zelf als element bevat, dat de klasse is van alle andere.

Bij het opbouwen van telkens groepen van hooger orde uit die van lager, vormt zich de kritieke groep nooit, en ik kan alleen spreken van groepen, die a priori zijn aan te wijzen. [illegible] Bij niet hoeven te spreken tot alles is opgebouwd, wat niet op te bouwen is.

Het criterium der klassen is natuurlijk onafhankelijk (op dat criterium gegrond.) van hun vereeniging ~~tot~~ (tot de nieuwste klasse) tot een nieuwe klasse; Vereeniging is een nieuw concept, dat uit de oude moet worden afgeleid, dan kan ik het bestaan van die vereeniging intuitief voelen, anders niet. Daarom mag het criterium van een klasse van klassen niet zijn: ze hoort al of niet tot haar elementen, dan bij een bepaald reeds afgerond geheel van klassen, die een zekere machtigheid kunnen hebben, maar in elk geval bepaald gedefinieerd wiskundig voor oogen staan.

Zoo de opl. misschien groep $\omega^{\omega^{\omega}}$ hoort wel bij de kritieke groep; niet de groep [illegible] Neen, dit doet de paradox duidelijk uitkomen [illegible] moet zeggen: ik kan die groep niet overzien: dus spreekt het criterium niet voor mij; het criterium ontleent zijn kracht aan een overzicht onafhankelijk daarvan maar kan zijn kracht niet aan zichzelf ontleenen.

(Cout. ib. p. 236) Wie niet bij zich rechtvaardigen met: „J'en déduis tous les théorèmes de l'Arithmétique classique; vous n'y avez jamais trouvé la moindre contradiction, lorsque vous les faisiez reposer sur de vagues et confuses intuitions; pourquoi voulez-vous qu'il y en ait davantage aujourd'hui?" (Sic!)

Russell sic!) „La définition des nombres comme classes se recommande principalement par le fait qu'elle ne laisse aucun doute touchant le théorème d'existence." Cf. ook wat volgt bij Couturat pag. 242 en Cout. Princ. p. 58 Russell Princ. p. 24? en 497.

Maar dat wordt gegeven door [illegible] inductie

(Russell aan 't slot van zijn boek p. 497) „Ainsi la chaîne des définitions et des théorèmes d'existence est complète, et la nature purement logique des mathématiques est entièrement établie." (alsof, wanneer het stel logisch in elkaar zit, ~~het~~ ~~klaar~~ ook van uitsluitend logisch karakter is!)

dat praat maar van classen en hun verhoudingen, als gij mij nu maar zegt, wat ik bij classe moet denken.

De defin. van getal als „klas van klassen", postuleert die niet, dat ik van zoo'n klas kan spreken? M.a.w. dat het mogelijk is die spontane abstractie te doen, die wij doen met het stellen van een getal?

~~En dan de defin. Cout. p. 243 van inductie; sluit die niet in („bevat n+1, zoodra het n bevat")~~

(Coutur. p. 244) „on peut démontrer que la classe N comprend tous les nombres qu'on obtient en ajoutant 1 à 0, à 1, à 2 ..., à chaque nombre entier déjà obtenu". Is dat soms geen principe van inductie?

~~[illegible]~~

(Poincaré over Hilbert bericht) „Les indéterminées qui figurent dans les axiomes (en place du quelconque ou du tous de la logique ordinaire) représentent exclusivement l'ensemble des objets et des combinaisons qui nous ~~sont~~ déjà acquis en l'état actuel de la théorie."

En tout cas, entre Hilbert et Russell, la logique est hors d'état de décider.

(Poinc. Rev. 14 Ep. 20. XX) inductie compliceert (van één dimensie) in de volgorde waarin ik mijn conclusies zal hebben toegepast.

Practisch zuiver uitgevoerde logistiek zou moeten zijn een eindig aantal regels (van symbolen) onder elkander, zonder tekst. – Enz. mag er niet in voorkomen; want zelfs al had men het principe van inductie aangetoond: men mag het niet toepassen op de handeling van het symbolisch uitvoeren, alleen op de teekens, die er worden voorgesteld.

Of zullen we de logistiek helpen en nu zeggen: Zoo goed als een gewone menschelijke begeerte en beteekenis is bedoeld bij een „wiskunde doen", zoo laat een gewoon wiskundige dingen beteekenen en bij ~~[illegible]~~ het opbouwen van een „stimming"; dat stimming vooronderstelt dus het leven in de wiskunde.

(Ik mag dan bij mijn Existentie-bewijzen alle in zuivere wiskunde, d.i. uit getal continuum en math. inductie opgebouwde Systemen gebruiken (maar geen voorbeelden uit het leven); want logica vooronderstelt wiskunde (niet omgekeerd)

Bij het wiskunde doen zou de logistiek geen zin hebben.

Maar in wiskundige Theorieën abstraheert men van de wiskunde zelf, en alle wiskundige namen worden zelf dingen, die een symbool kunnen krijgen, en op de meest eigenaardige wijze relaties met elkaar hebben.

Zoo is de volgorde: 1e praktische wiskunde der eindige getallen
1a. praktische logica (van eindige in wiskundige eindige systemen)
2e wiskunde der inductie en van het continuum.

3e gewone logica (de theorie van de wiskunde der eindige getallen en der elkaar geleidelijk te bedekkende gebieden.)

4e mathem. logica: de theorie der wiskunde (die haar praktijk veronderstelt.)

Omdat de taal der wiskunde handelt over exacte dingen daarom kan die taal zelf ook (door de logistiek, voor een bestaand beperkt wiskundig gebied ⌐) exact gemaakt worden (en toch allicht ~~[illegible]~~ zoo een eenzijdigheid komen, t. opz. v. h. intuïtief aangeschouwde) ~~[illegible]~~

⌐ Maar breidt de wisk. zich steeds uit, dan moet ook het teekensysteem steeds worden uitgebreid. (zij het ook in het beperkte gebouw, waarin alleen stukken nieuwe kleine gebouwen worden gemaakt.)

Een begin van ~~[illegible]~~ bouwen (in 't gebouw) gaat b.v. als ik aan (gelijke) 5 dingen de teekens 1, 2, 3, 4, 5 toevoeg, en die (dus zoo) beschouw als nieuwe (verschillende) individuen; (in de) practische wiskunde beschouw ik ze niet als (verschillende) individuen. Maar dat bouwen zelf is intuïtief; ik voel, wat ik combineer en abstraheer; (intuïtief; kijk maar zelf) ~~maar dan het~~ ook zal het gebouw voor de verstandhouding niet exact genoeg zijn, en kan het goed zijn de relaties der nieuwe elementen door symbolen vast te leggen. Het existentiebewijs van die symbolen blijft in de intuïtie. ... vormen, Russell houdt ten slotte ook alles uit de intuïtie voor [illegible] intuïtie (die [illegible] eindigheid van klassen kan ik niet overnemen

Getal als klas van klassen is onzin; als voorwaarde voor klassen zou beter gaan.

(Poincaré) (Rev. 14.1. p.37) La vraie définition serait: „Le phosphore, c'est ce morceau de matière que je vois là dans tel flacon." („Maar dat is geen definitie; trouwens definitie is onmogelijk buiten een reeds bestaand wisk. systeem)

(Poinc.) ib. p.26) „Hilbert rechtvaardigt vicieuse cirkels, door een „Bewijs" zelf alleen door postulaten te definieeren, en er een nieuw bood mathematisch element van te maken. Maar geldt dan voor dit nieuwe symbool niet, dat er een existentiebewijs of afwezigheid van mogelijke contradictie voor moet worden gegeven? En komt men zoo niet slechts verplaatsing van de moeilijkheid?"

Maar dit staat vast; de mathem. logica werkt naar buiten en naar voren, niet in het hart terug.

Van ons standpunt is die „replâtrage" van Hilbert onnoodig.

Het is in 't algemeen te verwachten, dat, als ik in de wetten der gewone logica (die van [illegible] (willekeurige) (vrije) axioma's voorziene(1) dingen gelden) mijn symbolen ga zetten, ik tot contradicties zal kunnen komen. Zoo die van Burali-Forti en van Russell.

(1) op dwaze analogieën gegronde

In zichzelf komt geen enkele eenzijdigheid, mits goed consequent doorgevoerd, tot onheil; noch de wiskundige noch een andere zoogenaamde, slechtheid. „Men kan [illegible] en dan buiten, dat ze [illegible] Men kan een ander standpunt, dan de eerste. Dan springt de [illegible] Men kan daarmee tot een Handelingsinstelling, die er uit is te [illegible] 2e kan eenvoudige walging komen, zonder [illegible].

(om b.v. te zeggen dat een zekere classe behoort tot de classe der bestaande classen)

(daarom is ook Couturat's bewijs buiten bewijs Rev. 14. 2. p. 244 in orde.)

Dit staat vast: redeneer ik over mijn symbolen, dan mag ik mijn gewoon verstand gebruiken; aan de andere kant, mag ik geen van mijn symbo~~lische~~ formules toepassen, om zijn eigen rigoureuze afleiding; alleen om de cont. wiskundige rigoureuze afleiding dingen aan te passen (onschuldig)

(de Cantal bijv. hier ook gebruik maakt van het princ. van inductie.)

(Poinc. Rev. 13, 6 p. 834, 2°) dit wordt opge~~heft~~heven door mijn opvatting.

(Cout. Rev. 14. 2. p. 240) Het is waar, dat het getal (het één individu), ~~waarom~~ voor alleen de vormingsoperatie wordt gegeven (van n op n+1), indien die ~~zelfde~~ vormingsoperatie tevens een of andere betrekking van n op n+1 toelaat, met zijn definitie tegelijk het principe van inductie meesleept. Toch blijven zooals Poincaré ~~opmerkt~~, formeel defin. en principe v inductie ~~twee~~ ~~[illegible]~~ verschillende dingen. De formule eenheid, die Couturat betoogt, zou alleen juist zijn, indien ik a priori (onmogelijk alle classificeering daarvan naar eigenschappen) al mijn dingen gegeven dacht, en te [illegible]der daarvan nu die dingen ging uitzoeken die den naam getal zouden krijgen (1). En werkelijk schijnt dat de fonte suppositie van de heele klassenlogica van Russell te zijn. Want we moeten ons heele systeem zelf opbouwen met eindig getal, inductie, en continuum; en dat eenmaal ingezien, heeft Poincaré gelijk

(1) m.a.w. als ~~zij~~ deel uit [illegible] van een reeds bestaand wisk. systeem; ~~[illegible]~~ maar als ik dat deel als bestaand is daarbij het princ. v. ind. al toegepast.

Stel de Russellsche contradictie als volgt (physisch formuleering)
de propositie (over proposities): [redacted] (als) een propositie (over proposities)
niet aan zichzelf [illegible]. [redacted] Stel nu die vraag over die propositie zelf. (voeg haar dus aan het gegeven stelsel proposities toe.) dan komt een paradox voor het geval, dat ik een antwoord op die vraag zou geven (wat absurd is).

Want een propositie over gegeven dingen wil zeggen een scheiding van die dingen, ten opzichte van het waar of valsch zijn van bij het opbouwen van het systeem mede opgebouwde relaties; het „al of niet tot zichzelf behooren" [redacted] wordt dus ondersteld te zijn om te zetten in [redacted] symbolen, die heel iets anders uitdrukken, dan de woorden „tot zichzelf behooren". Terwijl voor een kritische propositie die oplossing niet van iets vreemds kan uitgaan, maar van (verdeeling totaal) zichzelf zou moeten uitgaan; wat widersinnig is, en niets te verstaan [illegible], dat hij van zichzelf uitgaande, tot het tegendeel van zichzelf voert.
En voor de andere interpretatie (die we hier ook eindelijk houden). Vorm uit 3 stippen alle klassen en klassen van klassen, tot b.v. de 4de orde. Vorm dan de klasse [redacted] van alle [illegible] klassen, [illegible] van den vorm . [redacted] Is die klasse dan van den vorm of niet? In deze vorm luidt het antwoord duidelijk: neen.

Van alle groepen uit een Menge [redacted] van zekere machtigheid kan ik niet spreken. Eerst als ik een zekere ordening heb gegeven, b.v. de ordening der punten v.h. platte vlak, kan ik sommige groepen aangeven, maar toch nooit alle.

Zoo kan ik ook sommige reeele getallen aangeven (volgens de reeks $\alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2^2} + \ldots$), en zoo veel als ik wil, maar nooit alle. (en ook kan ik van 2 bepaalde de rangverhouding aangeven.)

Wel kan ik ieder reëel getal aanwijzen (met een eindig aantal gebaren of klanken n.l.) door gebruik te maken van de continuum-intuïtie, en daarop een punt aan te wijzen."

Maar ~~toch~~ kan ik (daarmee niet) werken met de machtigheid van de reëele getallen, door niet te spreken van alle belegging van alle eindige getallen ~~tot~~ met een eindig aantal b.v. 2, maar van:

Als het waar is, dat: {als ik kies een willekeurig (eindig) getal, kies ik erbij [redacted] een der beide getallen 1 en 2}? Nu: Als dat dan eens tweemaal waar is, hoe uit ik van die tweemaal {} uitmaken, of ze gelijk zijn of verschillend? [redacted]

wiskundig zoo iets als ik mathematisch kan bouwen en kunnen, kan ik ~~zeggen~~ en precies op gelijkheid of ongelijkheid.

Op die manier moeten eigenlijk ~~alleen~~ alle hoogere machtigheden worden opgevat als proposities, (niet als klassen, maar) (die alleen uit eindige en inductie? - bestaan) die t.o.v. klassen ~~steeds~~ dan blijven moeten

(De machtigheid van alle groepen uit ω is natuurlijk $2^{\aleph_0}$; omdat ik van alle eindige getal heb te kiezen tusschen 1 en 2, n.l. al of niet tot de groep behoorende)

„Dat de intuïtie v.h. cont. bestaat uit meer, dan de rationaal, volgt wel hieruit, dat je weet, dat je van 0 niet direct op een punt van die schaal, met hoe grooten noemer ook, kunt springen!!

(Overigens nooit zoo'n tijdelijke suggestie te hulp, om je intuïtie te verdedigen.)

Intusschen nu dat: als ik een eindig getal denk, kies ik er 1 of 2 bij is een logische propositie, die alleen zin kan hebben in een of ander mathematisch systeem[1]. (welk systeem, kan ik dan in 't midden laten; bij de onderhavige prop. gaat het, door het int. contin. te nemen, en een punt daarop aan te wijzen"; op die manier, als n.l. het systeem van de prop. er is - zij het onbekend - (nog niet af) [redacted] dan des {} uitmaakbaar gelijk of verschillend zijn[2]; is dus de prop. mogelijk, dan zijn [redacted] de verschillende manieren ~~[illegible]~~

N.B. ~~Ik~~ Heb het cont. noodig; kan niet zeggen: ik kies ω maal 1 of 2, want de infinitiëerende inductie is alleen voor gelijke dingen, niet voor wisselende (en [redacted] gelijke dingen;)

[1] misschien is er geen math. systeem te vinden, en dan is ze onmogelijk.

[2] Bij eind. aanwijzing zou je direct of een gelijk of verschillend zijn; hier geldt dus dat (boven) niet [illegible] pag. 75

(III

Onze oneindige (materiele) ruimte is niets als een chimerische zaak, dat bevat: alle eindige ~~ruimteabstracties~~, het eenige, wat intuïtief [redacted] kan worden aangewezen van de materiele ruimte (b.v. de transfinite getallen)

Nog eens: het is niet waar, dat ik de wiskunde kan beschouwen ~~afgeleid~~ uit gegeven logische relaties, omdat logische relaties pas zin krijgen, als ze zijn toegepast op een wiskundig opgebouwd systeem. Soms loopt dus een wiskundig systeem, als het logisch substraat onafh. er van zelf kan worden opgebouwd als een wisk. systeem, parallel met een ander wiskundig systeem (voorbeeld in Hilbert's Grundlagen 3) maar anders is het systeem van uitspraken ook vaak noodig als Existenzbeweis v.h. logisch substraat, dat zelf geen wisk. systeem is

Want wiskunde is bouwen met elementen; maar dat "bouwen" is zelf geen element (in het wisk. systeem), en kan in 't algemeen ook niet als zoodanig worden beschouwd.

In het intuïtieve cont. schrijf ik beter 0,01¢, dan 0,01; want dat eenmaal de deeling precies op zoo'n gaan, is uitgesloten; alleen kan ik zeggen dat elke verdere decimaal, hoe ver ook, steeds 0 blijkt te zijn. Bij definitie stel ik dan 0,01¢ = 0,00X; doe ik dat niet, dan houd ik een Menge, wel perfekt, maar niet zusammenhängend. Trouwens de vgl. volgt uit de intuïtie van het continuum, want ik kan mij geen verplaatsing denken, die 0,00X zou voeren op 0,01¢. Cantor's schema is ook een Menge, waarbij de st. niet waar zou zijn, reëel in onzen zin, want ze is gelijkvormig met het continuum, waaruit achtereenvolgens zijn weggelaten de aftelbare reeks ~~eenzijdig gesloten~~ eindige segmenten 0 ⊢⊣ 1 tot 0 ⊢⊣ 2 (als tusschen 0 en 2 zie Cantor Grundl. p. 46 noot 11)

[illegible]

~~[illegible] dat ik [illegible] van alle elementen [illegible] [redacted] [illegible] het cont. aangewezen punt [illegible] tot de schaal behoort [illegible] dat het er niet toe behoort.~~

~~Maar toch kan ik [illegible] van de rationale [illegible] bij van alle elementen er [illegible]~~

Ja ~~zoo~~ zeggen: het cont. is intuïtief en de rationale getallen zijn aftelbaar dus intuïtief, dus ook het continuum met een rationale schaal erop. Ja juist, ~~maar~~ als ik een punt op het continuum aanwijs, kan ik niet zeggen of het tot de schaal behoort.

Want vooral stelle men zich niet voor, dat bij het benaderen van de tweetallige decimaalbreuk van het op het int. cont. aangewezen punt, de rationale schaal er reeds op aangeteekend staat of zoo (dan zouden natuurlijk de rationale punten ook zijn uit te zonderen); maar dat kunnen we ons niet intuïtief voorstellen). Neen, we denken ons een physisch uitg. principe van benadering, door b.v. te (benaderen) zoeken de verhouding der massa's in de uiteinden, opdat in het gekozen punt evenwicht zij (eerst leg ik in elk der uiteinden één massapunt, dan in 't eene 1 en 't andere 3, dan in 't eene 3 't andere 5 of in 't eene 1 en 't andere 7 enz.: zoo benader ik, werkend met geheele getallen, wat moet.)

Alleen dat het continuum is intuïtief, maar ik een punt kiezend, weet niets van de benadering; dus ook de rationale schaal niet [illegible] er op zou staan. Wat [illegible] dat je precies [illegible]; zoo dat [illegible] schaal.

~~Alle~~ algebraische getallen min de rationale heeft zin. [alleen]

reële getallen

als volgt: ik denk mij den weg op het ... afgebeeld; kies dan willekeurig uit het continuum, zij alleen de afzonderlijke ... op ... Menge.

(Cantor pag. 69 Grundl.) verpflichtet, Definitionen zu geben, wodurch ihnen eine solche Bestimmtheit und eine solche Beziehung zu den älteren Zahlen wird verliehen, dass sie sich in gegebenen Fällen unter einander bestimmt unterscheiden lassen. Als je dat voor vol houdt, wordt de Mengenlehre nog meer beperkt.

Ik kan niet spreken van [redacted] het continuum, (~~dat~~ zoo iets ligt niet in de intuïtie er van); evenmin van die der oneindige decimaalbreuken, omdat op zichzelf het alle daarvan geen zin heeft, en via het continuum evenmin, omdat ook het continuum geen „alle punten" heeft.

De reducibele (Cantor Grundl. p. 31) (Schoenfl. Ber. p. 68 en 69.) Punktmengen zijn ~~[illegible]~~ zulke, als intuitief uit eindig getal en zonder continuumprincipe inductie zijn op te bouwen, [redacted]

~~[illegible]~~

Ik zal dus moeten kunnen aantoonen dat Cantor's Alef-eins zinloos is: {Namelijk zijn tweede getallen bestaan zeker alleen: ik kan niet anders, dan bepaalde in elk er uit, op de enkele bepaalde zijn aftelbaar (ongeveer reeks, afgev. uit 1 enz.)}

~~[illegible]~~

(oneindig maal)

Behoort $\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ nog tot de tweede getalclasse?

Natuurlijk: het eenvoorvoort (t.o.v. als eenheid een getal of bewerking, die met de (reeds bekende dingen uit) tweede getalclasse zijn te definieeren) is de genereering der tweede classe. Het geheel van die verzamelingswijzen noem ik eenvoorvoort en definieer de 3e classe als het geheel wat is te krijgen uit reeds gevormde getallen dier classe met behulp van eenvoorvoort.

[redacted] willek. getal van (II) kan ik aftellen 1 voor 1.

Het geheel van (II) kan ik aftellen met 1 en ω, en evenzoo elk getal van (III)

Het geheel van (III) kan ik aftellen met 1, ω, en Ω.

(zie vorige pag.) Het is als met de reëele getallen (als decimaalbreuken): alle aanwijsbare zijn aftelbaar; maar van alle zonder meer kan ik niet spreken.

	Aftelbaar, de aanwijsbare	Zinloos, ~~Om~~ als alle (een van een hoogere machtigheid) te vatten
Reële getallen [redacted]	de eindige reeksen van 0 en 1, en de gedefinieerde [redacted] eindige: die defin. bestaat afwisseling van 0 en 1.	de niet gedefinieerde (of te vatten) oneindige reeksen.
Klasse II.	de eindige reeksen uit 1 en ω opgebouwd.	D [redacted] uit 1 [redacted] d.

(1) oneindig zonder een bepaalde wet, want dan konden we weer vervangen door ω, en hadden toch weer een eindige voorstelling.

Ook bij de willekeurige (stetige) functie, die wordt gezocht bij de var.-rekening, is eigenlijk een niet een aftelbare rij [de versch. onbekenden van de tweedemachtigheid zijn m.a.w. niet onafhankelijk], immers ik denk alle gezochte ~~[illegible]~~ krommen als een niet een zelf opgebouwd mechanisch systeem, en dat vormt een aftelbare menge met behulp waarvan ik telkens mathematische afspraken aan de op-lossing kan stellen.

[illegible]

(toujours faux) van Couturat is een postulaat dat de intuïtie van niets moet vervangen, maar zijn definitie of een vergissing is.

~~[illegible]~~

Want ik kan geen propositionele functie stellen, als ik haar niet als waar kan denken; is ze dus altijd valsch, dan is ze zinloos. Men moet dus denken: altijd valsch ~~binnen~~ een zeker ~~zelf-~~opgebouwd gebied van eenheden en ~~relaties~~ (of onmogelijk) en dan is Λ het teeken voor de intuïtie niets.

{de intuïtie van twee proposities, dat zijn groeperingen uit het bouw-werk van mijn systeem, die niet samen kunnen gaan, die elkaar uitsluiten binnen het bouw-werk en uitloopen van dat bouw-werk, anders kunnen ze elkaar niet uitsluiten. Het blijkt n.l. dat ik zoo kan bouwen 2 prop. dat ze elkaar uitsluiten. Stel ik ze dan toch samen, dan voer ik in de nulklas als daaraan bij defin. voldoende, en aan alle andere valsche propo. De nulklas is een vrije schepping.

De nulklas is eigenlijk fictie, omdat ik haar als zoodanig in vrije schepp.

(cf. Russell p. 76 boven)

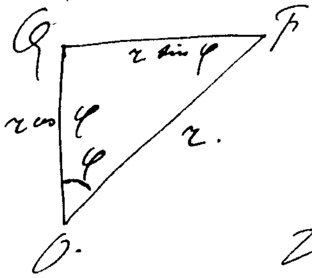
(Bij een niet kritisch geest, denkt ik aan alle eenheden van mij gebouwd; empirische geest, aan een eindtal geval, waar ik aan meen; bij generaliseeren, ik, die logisch intuïtief op een [illegible] systeem [illegible] (dat is Lotze)).

Cant. Princ. p. 33) „On établit des postulats, par des axiomes spéciaux, l'existence de la somme et du produit logiques ainsi définis pour toute une classe de relations." Maar hoe weet je dat dan? Je postuleert maar, en je negeert [illegible] die je tot dat postulaat heeft geleid [illegible] (een onvolledig systeem).

De axioma's van Euclides zijn evident: voor het zelf opgebouwd systeem, dat er al was, en dat de beweging der vaste lichamen was. — Dat nu later blijkt dat wij dat systeem, die groep, kunnen opbouwen, zoodat er andere analoge groepen logisch mogelijk blijken, is iets toevalligs. Wij hebben volledig als een- en ondeelbaar de ruimte-intuïtie: zoo zeker, dat wij haar mogen gebruiken als eenheid tot opbouw van andere systemen, die dan ook logisch mogelijk zijn. Dat de ruimte kan worden opgebouwd uit andere ~~[illegible]~~ intuïties is een puur toevallig verschijnsel, zoo goed als dat je ~~[illegible]~~ koolzuur kunt maken uit kool en lucht. (en dan is het toch eigenlijk wat anders, dat andere koolzuur resp. die andere ruimte.)

Het vastleggen van alle eindige getallen door eindige definities, wat Russell doet, is niets bijzonders, en analoog aan het vaststellen van Cantor.

In hyperbolische maatbepaling.



Absoluut oppervl.

$$x^2+y^2+z^2-4k^2t^2=0.$$

Voor $z = rt\cos\varphi$ absolute kegelsnede:

$$x^2+y^2+(4k^2-r^2\cos^2\varphi)t^2=0.$$

Hyperb. lengte van QT: $\frac{2k}{i}$ bgtg $\frac{ir\sin\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2\cos^2\varphi}}$
of $\frac{2k}{i}$ bgsin $\frac{ir\sin\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2}}$

In het vlak door Q ⊥ OQ sluit men een middelpunts-hoek in Q van $d\vartheta$ een boogje bij T in van:

$$2k\,\frac{r\sin\varphi\,d\vartheta}{\sqrt{4k^2-r^2}}.$$

Hyperb. ~~Elliptische~~ lengte van OT: $\frac{2k}{i}$ bgsin $\frac{ir}{\sqrt{4k^2-r^2}}$ $\left[\frac{\frac{r}{2k}}{\sqrt{1-\frac{r^2}{4k^2}}} = \frac{\sin\frac{ia}{2k}}{i}\right]$.

Verder: $d_{\text{hyperb.}}\, OT = 2k\,\frac{dr}{4k^2-r^2}$.

En in het vlak van Tekening sluit een middelpunts-hoek in O van $d\varphi$ een boogje bij T in van:

$$2k\,\frac{r\,d\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2}}.$$

Het eenvoudigst geven we de coördinaten in de ell. of hyperb. ruimte t.o.v. den oorsprong door den ell. of hyperb. afstand en de sferische coörd. van de verbindingslijn.

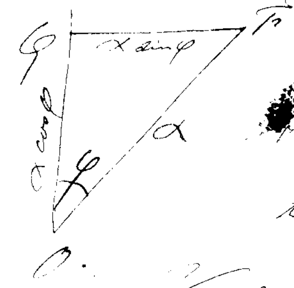
De afstanden op den bol om O met niet-Eucl. straal α zijn dan die op een gewonen Euclidischen bol met straal $\sin \frac{\alpha}{2k}$ resp. $\mathrm{Sh}\, \frac{\alpha}{2k}$.

De Diff. Vgl. van Laplace en Elliptische maatbepaling

$l = K\, i \log \ldots$

Geheele e. lijn $= 2K\pi$.

Neem $K' = \frac{1}{2}$.



Absoluut oppervl.:

$$x^2+y^2+z^2+4K^2t^2=0.$$

Voor $z = \alpha\, t \cos\varphi$ absoluut kegelvlak:

$$x^2+y^2+(4K^2+\alpha^2\cos^2\varphi)t^2=0.$$

Elliptische lengte van φT_1: bg sin $\dfrac{\alpha\sin\varphi}{\sqrt{\alpha^2\sin^2\varphi+4K^2+\alpha^2\cos^2\varphi}}$ — bg sin $\dfrac{\alpha\sin\varphi}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$

In het vlak door $\varphi \perp O\varphi$ sluit nu een middelpuntshoek in φ van $d\vartheta$ een boogje bij T_1 in van: $\dfrac{\alpha\sin\varphi\, d\vartheta}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$ } Nemen we den straal van een hypersfeer van afbeelding $2K$, dan komt er een factor $2K$ bij.

Elliptische lengte van OT_1: bg sin $\dfrac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$

Opmerking als boven.} Dus $d_{el.}(OT_1)$ wordt: $\dfrac{2K}{\alpha^2+4K^2}\,d\alpha$

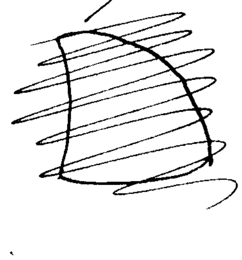
En in het vlak van teekening sluit een middelpuntshoek in O van $d\varphi$ een boogje bij T_1 in van: $\dfrac{\alpha\, d\varphi}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$ { Opmerking als boven

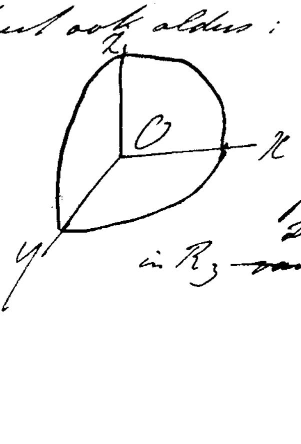
Is V de straalspreiding, dan zijn de straalfuncties:

$$\frac{\partial V}{\partial \vartheta}.\ \frac{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}{\alpha\sin\varphi}$$
$$\frac{\partial V}{\partial \alpha}.\ \frac{\alpha^2+4K^2}{2K}$$
$$\frac{\partial V}{\partial \varphi}.\ \frac{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}{\alpha}$$

} Op de hypersfeer met straal $2K$ komt hier telkens een factor $2K$ in den noemer.

Dit blijkt direct ook aldus: Laat het bolopppervlak in R_4 wentelen om YZ, dan beschrijft elk punt een cirkel met als straal zijn loodr. afstand in R_3 ~~van~~ tot het vlak YOZ d.i. sin α ell. sin φ





Krachtstroom naar buiten in de α-richting.

(uit: $d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\alpha^2 \sin\varphi}{2k}$)

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\alpha^2 \sin\varphi}{2k}$$
$$+\, d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\alpha \sin\varphi}{k}$$

Krachtstroom naar buiten in de ϑ-richting

(uit: $d\varphi\, d\alpha \cdot \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \cdot \frac{2k}{\sin\varphi(\alpha^2+4k^2)}$)

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \vartheta^2} \cdot \frac{2k}{\sin\varphi(\alpha^2+4k^2)}$$

Krachtstroom naar buiten in de φ-richting

(uit: $d\alpha\, d\vartheta \cdot \frac{dV}{d\varphi} \cdot \frac{2k \sin\varphi}{\alpha^2+4k^2}$)

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{2k \sin\varphi}{\alpha^2+4k^2}$$
$$+\, d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cdot \frac{2k \cos\varphi}{\alpha^2+4k^2}.$$

Differentiaalvergelijking voor ϑ constant:

$$\alpha \frac{\partial^2(\alpha V)}{\partial \alpha^2} + \frac{4k^2}{\alpha^2+4k^2} \cdot \frac{1}{\sin\varphi} \cdot \frac{d}{d\varphi}\left(\sin\varphi \frac{\partial V}{\partial \varphi}\right) = 0.$$

(waaruit de vergelijking voor de sferische ruimte volgt, door den factor $\frac{4k^2}{\alpha^2+4k^2} = 1$ te stellen)

Aan deze vergelijking voldoet:

$V = \cot\alpha_{ell}$ $\qquad$ $V = \frac{1}{\alpha}$.

$V = \cos\varphi \{1 + \cot^2\alpha_{ell}\}$ $\qquad$ $V = \cos\varphi \{1 + \frac{4k^2}{\alpha^2}\}$

Deze formule: $V = \cos\varphi \csc^2\alpha_{ell}$ ~~[illegible] naar de grootte van het potentiaal in de elliptische ruimte~~ heeft als agens een dubbelpunt en een magnetische schaal in het poolvlak daarvan met maximumsterkte in het verlengde van de magnetische as van het dubbelpunt.