1

Teeken-teekens voor „itereeren", „willekeurig element", „enz.", „alle" kunnen in het teekensysteem [illegible] uit [illegible] voorkomen [illegible] niet [illegible].

Als men een combinatie van teekens bij defin. door een nieuw teeken vervangt (in de logistiek), kan men ook net zoo goed $1+1+1 = 3$ stellen, en dit is een even primitief, dus gerechtvaardigd symbool, als die van Peano.

De reëele ruimte is intuitief, maar de mathematische ruimte, die ook intuitief is, is opgebouwd uit de eendimensionale bij die intuitie.

Men kan alleen spreken van alle t.o.v. de reeds ingevoerde eenheden, en zoo komt men nooit boven een aftelbare reeks: men kan er een bijal van maken. Want verschillende dingen kan ik maar in eindig aantal noemen.

(dus van machtigheid in geen al zin (want in de defin. daarvan komt „alle" voor.)

Aftelbare ordening is mijn eenig hulpmiddel tot individualiseering. Van het cont. kan ik ook ~~[illegible]~~ (immers heb daar tot mijn besch. een eindig aantal teekens en aftelbaar aantal cijfers); en zonder dat kan ik alleen werken met „een willekeurig punt" er van.

~~[illegible]~~

Al kan ik me nog niet een materieele operatie denken, die de „grenzen" x in x^2 overvoert, ik kan een widerspruchsfreie transformatiegroep v.h. continuum zoo opstellen.

2

Ook Lobatch. en Bolyai behoeven bij de meetkunde van den bol niet te gaan, niet van pl. vlak en 2. lijn

(Contra) Ge ontkent de intuitie? En toch zegt ge dat de 4-axiom. rekenk. v. Padoa dezelfde is als rekenk. v. Russell ~~[illegible]~~; wat is dan datzelfde dat gij toch voelt?

7+5=12 wilt zeggen;

7+5=10+2.

(Cont p. 54) „dans l'ordre nous n'avons pas eu l'occasion de distinguer les nombres finis et infinis". Also en zoveel andere onbekende getallen waren (d.w.z. konden voorkomen)?

En opbouw altijd in „orde", dus trots Cout. p. 61 is de ordinaaltheorie vóór de cardinaaltheorie.

Couturat neemt eigenlijk als entiteiten vage physische dingen, en bouwt, (die lettertekens) (axiomatisch en deductief) ~~[illegible]~~ een logisch systeem: dan vindt hij het getal door abstractie, als nieuwe entity.

Maar ik bouw het getal op, als eerste opbouwing: heb ik er 3, dat noem ik drie. (moment van mijn bouwen) dan is het getal dus primair. [En van andere klassen kan ik dan zeggen dat zij met mijn primair getal 3 aequivalent zijn (1)]

(1) dan heb ik afgeteld en 3 gevonden.

~~De~~ De mathem. logica is te verklaren als de domme waarnemingen van een persoon A, (die zelf niet kan bouwen maar) die B, die naief zit te bouwen, gadeslaat.

Twee aequivalente klassen; als de klassen gegeven zijn, hoe maak ik uit of de biuniforme relatie bestaat? Ik kan soms uitmaken, dat hij bestaat (1), als hij in mijn systeem gegeven is, maar ~~zeker dat hij niet~~ (Soms (als beide klassen niet geteld zijn) is niet uit te maken (of hij)) bestaat. [En zijn bekende klassen m.a.w., die nog niet geteld zijn, b.v. de aantallen v. lijnen op de wereldsoppervl.] ~~[illegible]~~ Is zoo'n (biuniforme) relatie ~~wel~~ niet gegeven, ~~zoo~~ dan is de uitzondering, waarop wij haar zelf leggen voor eindige getallen het tellen, d.w.z. een er afnemen, en laten corresp. met 1, dan de rest tellen, maar bij het eerst afgenomen getal zetten 2, enz.

(1) ook bij soms reëele physische klassen b.v. de menschen en hun neuzen

Bijv. als ik merk, dat aan zekere meetkundige problem vier punten voldoen, dan wist ik vooraf nog niet eens, of ik een eindig of oneindig getal zou krijgen, maar ik kom b.v. op een 4^de machtsvergelijking, en tellende (door een voor een door een factor te delen), heb ik gevonden, dat daaraan 4 wortels voldoen.(1)

Het (willen) tellen van gelijke dingen (tot machtigen leven in Wirklichkeiten) hoort tot de verstandelijking van de mens (is een geestelijk beeld daarvan), en ook in de verwerkelijking er van: (bouwen van huizen) zetten ze gelijke dingen naast elkaar.

Het woord R in de logica is op te vatten als relatie zonder meer (is geen physisch gekleurde relatie).

Bij een (punt) indicatrix op een convexe kromme R_p in R_n hoort een vectorindicatrix $u_1 \ldots u_{p+1}$ voor het R_{p+1}-element binnen R_p, waar $u_1 \ldots u_{p+1}$ de positieve zinnen der kromme coörd. in R_{p+1} zijn. De (punt) indicatrix is dan op het gedeelte van R_p, dat voor alle coörd. u aan den pos. kant is: $u_1 \ldots u_{p+1}$.

(1) Tellen (in wisk.) is opbouwen van een binn. relatie, door om te bouwen in het gebouw.

Bij het krachtveld in R_n. ~~De~~ $n-2$ wervelbolletjes zijn samen te stellen, want daar zit de substantie op het oppervlak; de vlakke wervels (planivectoren) niet: daar zit de substantie in het middelpunt. – Wil hij optelbaar worden, dan moet hij voor de vorming door zijn potentiaallijn vector langs den ontstaat.

Al deze onderzoekingen voeren dus tot het resultaat, dat de wiskunde in het leven optreedt als eerste fase van zonde (je kunt er de natuur alleen mee knoeien als „kinderen"); dat ze alleen nog te verdedigen is als het lichtzinnig vertier van bouwen, maar dat het een jodenstreek is, om dat in het volle bewegen van het leven te plaatsen.

Aan lichtzinnigheden (en puzzles) doet men een wijs mensch niet mee, en aan jodenstreken nog minder. Maar dan weet hij wel, dat zoolang de poorten naar betere werelden niet voor hem worden opengezet, hij te leeren heeft, ~~deelhebbende van alle aardsche~~ het aardsche ellendig bedrijf mee te doen, ~~niet te verlangen~~ dankbaar voor zijn zwakte en onvermogen in dat bedrijf, en zonder gebondenheid –

De theoretische physica tracht de natuur na te bouwen en ook de grondslagen zoekende wiskundigen; ~~hij~~ gaat niet philosophisch daze, zooals Russell in zijn Foundation (waar hij spreekt over „onmogelijkheid van onderscheiding zonder een relatiesysteem van de exterior" § 191; doch wij het systeem van mogelijkheid van onderscheiding hadden op te bouwen, want dat alleen geldt logisch en [illegible]; ook wil hij buiten den tijd nog een exterior, om het ik er bij op te bouwen, stel je voor, dat je het „ik" nooit of kan bouwen.)
en zooals alle philosophen, die je dus liefst hier niet bij moet halen. Philosophische gevoelens mogen alleen ons streven begeleiden mystieke intuïtie.

(d.w.z. het elementairveld: p --- (I)
$(p+1)$ --- (II)
p ---- (III))

Het ${}^{p}V$-veld in ell. R_n aldus te vinden:

(1) van één variabele n.l. den afstand

(2) Voor een willekeurig punt, gebruiken we dan naar de ontbondenen van B_2 volgens een R_{p+1} door dat punt.

Stel een onbekende (scalar) functie(1) die een ~~[illegible]~~ enkele ${}^{p}V$ in den oorsprong (voortgeplant) verplaatst volgens zijn eigen stelling ~~[illegible]~~ (d.w.z. in overeenk. stand t.o.v. voerstraal en de R_{p+1} door voerstraal en ${}^{p}V$). ~~[illegible]~~ Integreer die (distributies) volgens een elementairbollet(je) (B_2) om den oorsprong van die ~~bepalende~~ ${}^{p}V$'s.(2) Dan komt een distributie, waarin de onbekende scalarfunctie nog optreedt, en waarvan we ~~nu~~ in vergelijking uitdrukken, dat de tweede (totale) afgeleide 0 is.
De oorsprong is dan een uitzonderingspunt maar daarmee hebben we in de analytische ~~[illegible]~~ vergelijking niet te ~~maken~~.

(De eerste methode was voor scalars en lijnvectoren in R_2
De tweede was " " " in R_n.
Den derde is "in 't algem." voor p-vectoren in R_n.

N.B. Dat we voor de ~~vec~~torvoortplanting in ell. R_3 iets anders vinden, dan voor de scalarvoortplanting, toont zich ook reeds hierin:

Stel $x\,y\,z$ de Riemannsche normaalcoördinaten en $2a$ de ruimteconstante, dan is in den oorsprong de tweede afgeleide van een scalar: $-\left[\frac{d^2}{dx^2}\right]u$.
maar van een vector:
(voor de X-ontbondenen): $-\frac{X}{a^2}-\left[\frac{d^2}{dx^2}\right]X$.

probeer nu eens van een scalardistr. eens iets van de u af te nemen, in dat bijv. $\nabla^2 u$ te doen, dat het toch juist blijft. Dat blijkt onmogelijk.

Overigens is dit toch een scalar-operatie; en dat blijft zoo voor ${}^{p}V$-distributies in R_n. Hieruit (dat de operatie scalair is) volgt dat een distr. door haar tweede afgeleide bepaald is.

Toepassing 1. In ell. R_3 het veld: $0 \; \text{(I)} \to 1 \; \text{(II)} \to 0 \; \text{(III)}$

Eerste Gedeelte. Het zoeken van het elementairveld (I), behorend bij (III), die een B_2 is.

We vinden: $\cos\varphi \times T(\alpha)$. De eerste afgeleide is een $(p+1)$-vector, waarvan p richtingen liggen homothetisch met B_2, de laatste in het meridiaanvlak. In ons geval dus een lijnvector in het meridiaanvlak. Ontbondenen: $\cos\varphi\, T'$ en $-\sin\varphi \frac{T}{\sin\alpha}$.

Hiervan de tweede afgeleide, een scalar, wordt:

$$\sin^2\alpha\, T'' + 2\sin\alpha\cos\alpha\, T' - 2T.$$ Dit wordt $=0$ gesteld.

En de partikul. oplossing, die voldoet voor de ell. ruimte (niet hypersfeer), is $\frac{\beta}{\cos^2\beta} + \operatorname{tg}\beta$. (De andere partic. opl. is $\csc^2\alpha$, d.i. die geldt voor hypersfeer, met in antipodische punten tegengest. lading.)

Tweede Gedeelte. Het zoeken van de voortplantingsdiff. $g(\alpha)$, die van III naar I voert.

Daar B_2 een eenvoudig dubbelpunt is, ~~moeten we hebben:~~ ~~$\frac{df}{d\alpha} = T$. Hierin wordt f gevon~~ vinden we bij integreeren van f over B_2: $\frac{df}{d\alpha}$. Dus wordt f gevonden uit:

$$\frac{df}{d\alpha} = T.$$

Toepassing 2. In ell. R_3 het veld: $1 \; \text{(I)} \to 2 \; \text{(II)} \to 1 \; \text{(III)}$.

Eerste Gedeelte. Het zoeken van het elem. veld (I), veroorzaakt door (III), die een B_2 is.

We vinden: $\sin\varphi \times T_1(\alpha)$. De eerste afgeleide is een planivector, die we voorstellen door zijn in 't meridiaanvlak gelegen normaal. De ontbondenen van die normaal worden: $-\left[\frac{\partial\{T_1 \sin\alpha \sin^2\varphi\}}{\sin^2\alpha \sin\varphi\, d\varphi}\right]_\alpha$ en $\left[\frac{\partial\{T_1 \sin\alpha \sin\varphi\}}{\sin\alpha \sin\varphi\, d\alpha}\right]_\varphi$.

We drukken uit, dat de tweede afgel. van de planivector, dus de eerste afgel. van den lijnvector 0 wordt. Stellen we dan nog $T_1 \sin\alpha = T_2$ dan geeft de komende vergelijking:

$$-2F + \sin^2\alpha \, F'' = 0,$$

met algem. opl. $c_1 \operatorname{tg}\beta + c_2\{1+\beta\operatorname{tg}\beta\}$.
Twee onafh. particuliere oplossingen gelden voor hypersfeer en ell. ruimte. Voor ell. ruimte komt: $1+\beta\operatorname{tg}\beta$.

Dus $F_1 = \dfrac{1+\beta\operatorname{tg}\beta}{\cos\beta}$.

Tweede Gedeelte. Het zoeken van den voortpl. coëff. $f(\alpha)$, die van (III) naar (I) voert.

B_2 is een cirkellijn: we kunnen echter ook integreeren over een bolvierkantje van uit het Aufpunkt P.

P. Dan vinden we: (op beide manieren:)

$$-f + \frac{d}{d\alpha}(f\sin\alpha) = F_1 \sin\alpha = F = 1+\beta\operatorname{tg}\beta.$$

$$f = -\frac{\beta}{\cos\beta} - \frac{\frac{1}{2}\beta^2}{1+\sin\beta}.$$

Onderzoek de argumenten ~~der normalen~~ van een vectordistr. om een bepaald punt; op welke wijze kan ik nu een begrenzing van opp. elementen (⊥ de vectoren) daar definieeren? Een oppervlak is in 't algem. onmogelijk.

Ik kan ook in R_n langzamerhand opschuiven, als ik ~~vaak~~ lijnvectoren uitga. ~~stel ik~~ heb gevonden:

elem. B_2 van ${}_{p+1}^{\;p}V$ → veroorzaakt ${}_{p}^{p+1}V$ → potentiaal ${}_{p+1}^{\;p}V$ (1)

en dan daaruit: enkele ${}_{p+1}^{\;p}V$ → veroorzaakt ${}_{p}^{p+1}V$ $(=H)$ → voortgeplante ${}_{p+1}^{\;p}V$.

dan volgt daaruit:

elem. B_2 van ${}_{p}^{p+1}V$ (eerst afgeleid van de geïsoleerde ${}_{p+1}^{\;p}V$) → $\boxed{}$ → H = vectorpotentiaal van de elem. B_2 van ${}_{p}^{p+1}V$.

Dus is nu bekend:

elem. B_2 van ${}_{p}^{p+1}V$ → veroorzaakt ${}_{p+1}^{\;p}V$ → potentiaal ${}_{p}^{p+1}V$.

maar nu ook:

elem. B_2 van ${}_{p}^{p-1}V$ → veroorzaakt ${}_{p-1}^{\;p}V$ → potentiaal ${}_{p}^{p-1}V$. (2)
(uit zijn afgeleide licht te vinden.)

Zoo verschilt (2) t.o.v. (1) alleen doordat de p een is afgenomen. De $n-p$ is dus een toegenomen, en dat moeten we hebben.

Hoe weinig aantallen en omvang waarde zin hebben, blijkt ook hieruit, dat de morele impuls tot het stelen van een cent en een gulden dezelfde is. De dienaren van het Gouden Kalf trachten dan ook maar alleen handig te manoeuvreren zoo, dat de groote omvang telkens daar is, waar de detail naar hen overslaat. Ze offeren in 't groote, en laten zich plukken in 't kleine. Maar ze vergeten, dat ze offeren aan een waan, en daardoor in het werkelijke groote verliezen.

[zoo ligt Europa vlak bij Chicago]

Alles is vlak bij elkaar: kan onverschillig zonder moeite van de eene tijgers stelling in de andere vallen! Alleen „hindernissen", verstarringen, verhinderen dat. Het is aardig, dat die hindernissen er zijn; het meten der materieele hindernissen is de geometrie.

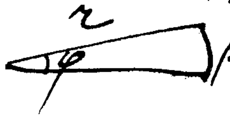
Een scalardistr. (in Eucl. ruimte van n afm.) heeft n afgeleiden, n.l. een lijnvector; de bij-behoorende ${}^{n}V$-distr. heeft als afgeleide de R_{n-1}, loodrecht op dien lijnvector.

Wij hebben voor niet-Eucl. ruimte als boogelement ten opz. van Eucl. is:

$$ds = \frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{1-k^2(x^2+\beta^2)}$$

voor ell.: $2k\beta = \sin(2kr)\,d\varphi$

voor hyp.: $2k\beta = \mathrm{sh}(2kr)\,d\varphi$.



De functieleer houdt zich slechts met zeer bijzondere functies bezig, de analytische; maar dat hindert niet: het is streng, d.w.z. ~~een~~ vrij zelfgeschapen bouwwerk, dat een gedeelte van de natuur niet nabouwen, om er vat op te hebben, waarbij men echter niet eens t.w. ver gaat in zoverre, dat men zich in absoluutheid van de „feiten", onafhankelijk van een doel, waarmee verstrikt.

[Couturat p. 52 onderaan] „classes disjointes"; maar kan ik bij elk paar cardinaalgetallen volgens zijn definitie gescheiden klassen vinden? Neen, zoek dan maar eens b.v. de som van het cardinaalgetallen van alle sterren, en van alle sterren, beter dan 1000°? Het cardinaalgetal daarvan zou je niet kunnen definieeren.

Je kunt het alleen, als je van de getallen volgens Cantor een „freie Schöpfung des Geistes" maakt: dan kan ik ze naar willekeur gescheiden buiten elkaar plaatsen.

Zoo min als wij de natuur kunnen nabouwen, zoo min kunnen wij (logistisch) het intuitieve continuum nabouwen: alleen kunnen we — natuurlijk — van beide nabouwen dát, wat we er zelf mee doen.

(Naar aanl. v. Couturat p. 74 midden) Verdacht lijkt me niet: asymmetrische relatie zonder meer is symmetrisch: immers aan beide termen er van kan dan zoo de voorkeur worden gegeven.

Is op het oppervlak van een stuk R_{n+1} een indicatrix gekozen, dan heeft ook de R_{n+1} zijn indicatrix.

Immers brengt de opp. indic. naar de pos. assenkruis en wordt ze dan $X_1, X_2 \ldots X_n$, dan wordt de $n+1$ indicatrix $X_1, X_2 \ldots X_n\, 0$; beschouwen we de R_{n+1} als vector, dan kunnen we de ${}^{((1,2\ldots n,0))}$ op het eind steeds ~~[illegible]~~ weglaten.

Onder inhoud van een simplex verstaan we:

$$\begin{vmatrix} (x_1)_1 & (x_2)_1 & \cdots & (x_n)_1 & 1 \\ (x_1)_2 & (x_2)_2 & \cdots & (x_n)_2 & 1 \\ \vdots & & & \vdots & \vdots \\ (x_1)_n & (x_2)_n & \cdots & (x_n)_n & 1 \\ (x_1)_{n+1} & (x_2)_{n+1} & \cdots & (x_n)_{n+1} & 1 \end{vmatrix}$$

, of als we het $n+1^{de}$ punt in den oorsprong zetten:

$$\begin{vmatrix} (x_1)_1 & (x_2)_1 & \cdots & (x_n)_1 \\ \vdots & & & \vdots \\ (x_1)_n & (x_2)_n & \cdots & (x_n)_n \end{vmatrix}.$$

Vectordistr. in de punten; zoo ook in de Gymnasium

~~In het stuk Verslagen Mei (Eng.) bevindt $K_1 : K_{10}$ [illegible]~~

~~en in het stuk Verslagen Juni (Holl.) bevindt $K_1 : K_{01}$.~~

~~[illegible]~~

~~In het stuk Verslagen Juni (Eng.) bevindt K_1 ook K_{01} (door gewone opvatting gebruik n.l.), maar bij het vertalen stuk zullen we daarop in een noot wijzen (van de tegenstelling met Verslagen Mei (Eng.))~~

Natuurlijk kan men ook andere X_{pqr} vervangen X_{opqr}, en dan uit een opp.-^{n}indicatrix $(1,2 \cdots n)$ den inhouds-$^{n+1}$indicatrix afleiden door de 0 ervoor te zetten, dus $(0,1,2 \cdots n)$; en dan gebruiken den $(0,1,2 \cdots n)$-inhoud:

$$\begin{vmatrix} 1 & (x_1)_{n+1} & \cdots & (x_n)_{n+1} \\ 1 & (x_1)_1 & \cdots & (x_n)_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & (x_1)_n & \cdots & (x_n)_n \end{vmatrix},$$

of, als men het $(n+1)^{\text{de}}$ (eindigend) punt in den oorsprong zetten:

$$\begin{vmatrix} (x_1)_1 & \cdots & (x_n)_1 \\ \vdots & & \\ (x_1)_n & \cdots & (x_n)_n \end{vmatrix}$$

Dit is de methode van Verslagen Mei (Holl.); alleen had daar voor de uitdrukking van Z nog een − teeken moeten staan.

Naar aanl. van de afleiding der elementair velden.

Verdeel de R_n in ^{n}kubusjes, en zet in elk kubusje overal den vector van het middelpunt. Deze geven de elementair velden. Maar nu heb ik in elk kubusje als correctie een lineaire vectordistr. Maar de afgeleide daarvan bestaat uit gelijke en tegengestelde paren [illegible]: het geen dus een oneindig klein potentiaal geeft. (t.o.v. het elementairveld n.l.)

Te „begrijnden" is de intuitie van continuum, niet dan:

1e te beschouwen als tegenhanger van de discontinuiteit, die onze verwerkelijking is.

2e als de waarschijnlijkheid ~~kleinheid~~ (verschilling) die steeds weer bij elke volgende decimaal voor elk cijfer gelijke kansen geeft. Maar het stelsel, dat dat geeft, staan wij aan als natuurverschijnsel; kunnen het niet opbouwen met onze discontinuiteitsverwerkelijking.

~~Gesteld dat ik had een ding met al de eigenschappen van het intuïtieve continuum geconstrueerd; dat resultaat zou ik met verwondering aanstaren, doch ik zou niet de waarde [illegible] hebben, als ik niet meende dat dat geconstrueerde continuum iets met het intuïtieve te maken had.~~

[Zijn bij een willekeurig mechanisme de arbeidsdiff. niet te splitsen in een gradient en een flux?

De variatierekening streng maken? Och, beschouw de wiskundige oplossing van vraagstukken toch niet als iets op zichzelf (dat streng gemaakt zou moeten worden), maar als een hulpmiddel, dat een aanwijzing moet opleveren voor de oplossing van physische vraagstukken?

Zegt iemand: het intuïtieve continuum is een aangeleerde waan, dan zeg ik: <u>elke</u> zoogenaamde "grondvoorstelling" is een aangeleerde waan.

In het proefschrift wordt het discours, dat anders slechts even terloops wordt besproken (Bakhuis), op den voorgrond gebracht.

De wiskunde is het centraliseeren van een merken op iets anders, het mysticisme anderen" de buiten-
de „objecten" die ontstaan, door het afgegrond uiskundig zijn"
wereld, ~~[illegible]~~

Als wij spreken van een „graad van nauwkeurigheid" van waarnemingen, volgt daaruit, dat wij de intuitie van volkomen nauwkeurigheid in ons hebben (dus van het mathem. continuum, onafh. van het fictieve continuum)

En als klein het postulaat van oneindig voortgezette graad van nauwkeurigheid, nader wil gaan vastleggen door het fictieve continuum op te bouwen, is dat onzin. Het postulaat (zou dan zijn) een stelling van waarschijnlijkheidsverklaring over de natuur: doorgaande met meten kan ik stukken nieuwe decimaal (maar een inductiepostulaat over de natuur(1) is geen wiskunde, maar physica. Eerst moet men ook hebben onafh. ervan de intuitie) vinden, en alle decimalen hebben gelijke kansen; Maar waar haal ik die stelling vandaan? Uit de intuitie van continuum.

(1) zij het een fictieve

Het is een intuitieve handelensdrang, die wordt begeleid door de voorstelling, dat er medemenschen van je zijn.

Dat de exacte wiskunde niet is te verwerkelijken, zegt niets; dat is geen ontaarde droom of fantasie, hoe zeer ook. Maar het exacte is het onze; we kunnen over het inexacte, niet eens spreken in termen, dan die het exacte vooronderstellen.

16

(in ons intellect)
Wij zelf kunnen niet anders dan aftelbare
hoeveelheden scheppen (overeenk. ons eigen leven;
tijd, en ~~de begrenzing van~~ het discontinue in het daarin gedefinieerd.)
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
De tweede machtigheid T van Cantor kunnen
wij daarom ook niet ~~scheppen. [illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ Want alles, wat
wij wiskundig kunnen scheppen, is aftelbaar;
willen we T gaan scheppen, dan merken we,
dat ons scheppen nooit klaar komt met het
geven van geisoleerde daden; en wetten, dat zijn
aftelbaar oneindige feitenreeksen; maar daarom
mogen we niet postuleeren dat er nog dingen
zijn buiten hetgeen wij scheppen kunnen.

Voor Punktmengen in C zijn maar 2 manieren van bestaan
1e de wiskundige vrije schepping (1e machtigheid.)
2e de onbepaald voortloopende physische benaderingsmogelijkheid
(2e machtigheid.)
Er bestaan dus maar 2 ~~soorten~~ machtigheden van Punktmengen.

[Alle te vormen nieuwe symbolen in T zijn het aantal groepen van een aftelbare oneindigheid A. Hierin komen ze dus overeen met de elementen van de fictieve C. Alleen komt er nu voor elk nieuw symbool van T nog een eindig aantal elementen van diens normaalvorm bij.]

---

d.w.z. de overal dichte Menge v.d. eerste machtigheid

R de überall dichte abzählbare Punktmenge (der ration. Zahlen); nemen we alle bekende getallen bij ($\sqrt{2}$, π enz.), dan blijft het dezelfde Menge; pas als we nu en nu en ω maal die toevoeging op toe; we houden dezelfde Menge. De „perfecte" Menge is dus niet op te bouwen, bestaat dus niet: alleen in de physica der intuïtie zien we haar, en we kennen er axioma's van Hilbert van waarschijnlijke bekendheid. We postuleeren dus de „perfecte" of „vollständige" (Hilbert) Menge, maar om dat ze niet individueel kan worden opgebouwd kunnen we niet van haar machtigheid spreken.

En nu T. Bij het opbouwen van T merken we, dat we nooit klaar komen, ook niet na ω operaties. We moeten dus rekenen, dat het klaarkomen m.a.w. de Menge T niet bestaat. Want een intuïtieven grond, om de Eigenschaften van te postuleeren, zooals bij C, is er niet.

[Zijn de direct op te bouwen hoofdsymbolen van T niet overal dicht te ordenen?]

~~[illegible]~~

[De op te bouwen(w) hoofdsymbolen van T moeten nu systematisch worden onderzocht]

~~[illegible]~~

De materie zou alleen uit punten bestaan? Waarom blijven dan die punten gescheiden? Door de spanning van „iets” er tusschen: maar dat „iets” is dan toch continu. En was een gas alleen vliegende punten, hoe zouden die dan als vast lichaam toch op elkaar werken, als er niets tusschen was? Trouwens de theorie van Maxwell verklaart direct de Tegenwerkingstheorie.

[Ook denken wij bij „werking” aan onderlinge doordringing, dus geleidelijke overgang.

Komt in de natuur dan geen oneindige dy voor? Jawel, dx maar die y en x zijn door ons ingevoerde coördinaten, behoorende dus bij de nabootsing.

[Waarom willen we niet in de natuur? Om dat we het mooi kunnen denken „stuk” in de „passen in” onze [illegible])

We postuleeren in de natuur exactheid en regulariteit van de functies en differentiaalquotienten; onze waarneming echter is inexact, en onze wiskundige nabootsing lijdt aan singulariteiten, wordt dus t.o.v. de natuur altijd inexact.

In de dissertatie is meer afbreken, dan opbouwen; maar afbreken is in de wereld het naaste.

~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~

Omdat ik niet kan spreken van <u>alle</u> punten v. h. continuum, zeg ik voor Stetigkeit niet: <u>alle</u> tusschenwaarden worden bereikt, maar: <u>als</u> ik een tusschenwaarde geef, wordt hij bereikt (de plaats waar, is door opvolgende benaderingsmeting te vinden.)

De „Satz vom Widerspruch" laat men alleen gelden ~~intuitief~~ het „zelf opgebouwde."

---

en evenzo alle logische wetten. Alleen wordt dan continuiteit tot helpen men bij die opbouwing gebruikt.

De wiskunde is het vermogen tot valsche ondermijnende aanvallen, **door het** bestudeeren van de natuurwetten **van den** tegenstander. (Om een boom te vellen, een ring van zijn **schors** te villen.) De listigheid en valschheid van wilde volken is het primitieve stadium hiervan.

Een fundamentaalreeks kan ik „af" denken; evenmin (de waarde van) een convergente reeks (de eerste geeft de vastigheid van de gelijkheid der termen; de tweede die van een limietwaarde); maar niet een hoogere machtigheid, of een divergente reeks. (de laatste echter wel, als ik van de „waarde" afzie: dan is ~~alles begrensd~~ er niets anders dan een wet van voortschrijding.

Het continuum kan gezet worden in de intuïtie of (daarna) in de aanschouwingswereld (en dan als phenomeen van benadering gezien bekeken); maar in geen geval in het gebouw der logica.

(:) als punten-matrix

Primair is het onbegrensde open continuum.Γ (zooals de tijd, maar niet de tijd zelf.) Het is iets anders, als zijn punten(!): maar ik kan er punten op zetten, en bij voegen als grenzen. Een grenspunt geeft mogelijkheid tot verdeeling van het continuum in tweeën: de grens hoort dan bij beide helften. Zoo komt het begrensde continuum: de grenzen, die daarop mogelijk zijn, daar kan ik het begrenzende punt bijrekenen of niet. In het eene geval krijg ik de afgesloten verzameling van grenspunten (waarvan kan ik vrij een schaal in het tweetallig stelsel construeeren), in het andere de open verzameling.

~~De ges~~ Het gesloten continuum krijg ik door een begin- en eindgrens samen te ~~laten vallen~~ koppelen (zooals ik ook doe, als ik een verbroken continuum weer samenlijm.)

~~[illegible]~~

Γ Dit staat al vóór de wiskunde; maar in de wiskunde komt het alleen naar buiten, als genetrix van grenspunten.

(Naar aanl. v. Hilbert Grundl. d. Geom. Anh. §35–37). Ik construeer eerst een rationale puntenreeks, en zeg dan: Onder „Wahre Gerade" versta ik een zekere ~~[illegible]~~ kromme, die de eigenschap moet hebben, dat hij de geheele rationale schaal bevat. ~~Ik moet dan er wat worden bewezen, dat die rationale schaal geen [illegible] wordt „eenvoudig" is.~~ De coördinaten van de punten dier kromme zijn dus bepaald voor rationale waarden van het argument, en die waarden voldoen aan de eisch van §35. Geef ik nu verder nog als voorwaarde, dat de kromme „stetig" is, dan is ze bepaald. Immers benader ik een waarde van het argument, dan tijdelijk nadert de coördinatenstel van de kromme, en de zoo komende kromme is werkelijk stetig.

[De Zahlenebene, die Hilbert hier ten grond legt, is die in Anal. sit. (opgebouwd b.v. volgens Mannoury als een rationale driehoeksschaal); eventueele rechte lijnen, die bij de meetkunde direct aanwezig zijn, bestaan hierop niet. Men kan ze echter gaan er op leggen (uit de coördinaten); en zoo de bewegingsgroepen afleiden. Volgens Hilbert blijken dit dan de eenige ~~groepen~~ soorten van groepen te zijn.]

~~[illegible]~~

Er is niets te zeggen van het continuum, dan met behulp van een er op geconstrueerde überall dichte schaal. (Die schaal drukt het heele wezen van het C. uit.) Dus ook elke deelverz. moet ten slotte met zoo'n schaal zijn uit te drukken. En dat kan dan maar zijn op 2 manieren;

1e direct gedefinieerd. Dan is de verz. aftelbaar.

2e met behulp van een oneindige kansenreeks. Dan is de verz. van de machtigheid van C.

~~[illegible]~~

(Denk als voorbeeld de voorwaarde, dat het getal achter de komma, bij elke decimaal afgebroken een ondeelbaar getal moet zijn.)

23

Bij de benadering van de Teilmengen van C.

Achtereenvolgens wordt elke decimaal (in tweet. stelsel) benaderd, al of niet met vrije keuze.

~~[illegible]~~

We krijgen dan een telkens herhaalde tweevoudige vertakking.

En een. We breken nu echter elke tak die doodloopt, of zich nooit meer vertakt, af; er blijft dan ten slotte over: of niets, of een volledige oneindig voortloopende tweevertakking. Het laatste geval geeft zekerde machtigheid (van de puntverz.) C. Denk voor het eerste geval, dat we alleen de doodloopende takken afbreken; dan kan overblijven: a) niets; dan hadden we eindige machtigheid. b) een boom met een eindig aantal oneindig lange takken: dan hadden we machtigheid (van de Menge een eindig aantal grenspunten) $\aleph_0$.

Is elke Menge niet een groen. Menge; waarom kan ik haar niet in 't tweetallig stelsel als Groenmenge benaderen?

De opbouw van het andere oneindige, dan ω, van C dus, is onafscheidelijk verbonden aan de „overal dichte" schaal.

[Ik kan me zoo'n opgave: ω mag hier niet ω maal keeren, maar een „believig groot" eindig aantal (2)

Als ik alle rationale getallen of alle getallen der „overall dichte reeks" zou definieeren door de benaderingsreeks, dan zouden er „evenveel" zijn, als alle reëele getallen, dus C. (Immers al benaderende ~~[illegible]~~ — en dat is de enige manier om „al de reele getallen" te denken — kan ik beide groepen een-een-duidig op elkaar afbeelden.)

Wel spreken echter af, dat, zoo nog een andere definitie mogelijk is, dan die door de benaderingsreeks (1) dat dan die andere definitie ten grondslag zal liggen aan de machtigheidsbepaling. Die andere definitie moet dus een directe definitie zijn, geeft dus altijd een eindige of aftelbare machtigheid.

(1) een heel acht feitelijk; dat b.v. de Wenzen, waaraan de Vormen eindig en eindig getal en daar een eindig of oneindig met de [illegible] aanbieden

Als goed en slecht nu eens berustte op bewegingen van deeltjes, nog veel kleiner dan electronen?

De ruimte-intuïtie is een van exactheid en continuiteit; wij beheerschen haar echter door er „schalen", dat is exacte discontinuiteit op te appliceeren.

(2) De machine, die de kans keeren uitspeelt, is zoo ingericht, dat hij vroeg of laat moet stoppen.

[Men bedenke steeds, dat ω alleen zin heeft, zoolang het leeft, als de groeiende, bewegende inductie; als stilstaand abstract iets is het zinloos; Zoo mag ω nooit af gedacht worden, om met behulp van het geheel als nieuwe eenheid te werken; wel mag je het af denken in den zin, van je er van af te keeren, terwijl het doorloopt, en niets nieuws te gaan denken.]

In elk geval is een zeker bestaande Menge: $C^{\aleph_0}$, waar op elke volgende decimaal — in plaats van een cijfer een willekeurig punt v.h. continuum valt. Maar de machtigheid daarvan is C.

Daarentegen de machtigheid $P = C^C$, die van alle functies, bestaat niet.

Wil ik alle mogelijke „Mengen van grenselementen" zoeken, die uit ω zijn te vormen, dan moet ik alle mogelijke oneindige groepen er uitvormen, of hiertoe maar alle mogelijke groepen; en dit geschiedt door de benadering in het tweetallig stelsel, die als soorten van groepen dus alleen geeft, van machtigheid E (eindig), A ($\aleph_0$) en C.

Het bewijs van de 2-vertakkingen, gaat ook door voor 3-, 4- vertakkingen, zelfs voor ω-vertakkingen. De eisch wordt dan echter, dat elke tak zich altijd door moet splitsen, nu niet in tweeën, maar in het ν^e, het ν^e een <u>willekeurig eindig getal</u> vertakkingen.

Wil ik ω afstellen, dan kan ik dat doen óf gewoon, óf gebruik makend van het eindige getal, dat ik telkens al heb; het eerste geval geeft de loopende ordening, het tweede de overall dichte. Beide wijzen kunnen worden vermengd.

26

(We moeten alle intervallen der iif. dichte schaal onderzoeken; dat is b.v. aan de duaalbreuken die beginnen met een willekeurig eindig getal, en daarna een beperkte benadering)

[Heb ik de machtigh. A, dan heb ik afwisselend overal dichte en welgeordende stukken; die stukken als punten nemend, heb ik dan weer overal dichte en welgeordende stukken; die stukken als punten nemend weer, en ~~een stuk~~ (een aantal malen van de tweede getalklasse.) (eindig of) (mogelijk)

~~Staan~~ De zoo komende machtigheden van grenspunten blijven dezelfde als voor de totale iiberall dichte

Maar —] {Immers we hebben de geconstrueerde deelpunten; dus $\aleph_0^2 = \aleph_0$ eindige segmenten, en nu hebben we al of niet op minstens één dier segmenten de volledige boomstak met machtigheid c.

Wil ik het „telgrenspunt" begrijpen, dan „kan dat alleen" door beperking der grenzenpunten [illegible] in zich dicht [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 3 malen.

Zie ook Bernstein Math. Ann. 61 pag. 144.

~~Wij~~ denken in de natuur niet oneindig vaak wisselende functies, omdat wij op een zoo in gericht te natuur geen vat zouden hebben. Om op de natuur te kunnen werken wagen wij de generalisatie van continuiteit, en van differentieerbaarheid (immers interpoleerbaarheid.); discontinuiteit is geen sprake van, wat daarom zouden wij in de natuur „punten" moeten zien, terwijl we wel goed merken, dat die alleen om eigen vereenvoudiging zijn. We kunnen ze echter als zelfhulpmiddel invoeren. (Moleculair- of electronentheorieën.) Van oneindig vaak wisselende functies, die niet door andere zonder ~~mathematische variatie~~ variaties zijn te vervangen, willen we echter niets weten."

[Als we bolfuncties of cirkelfuncties willen zoeken, evenredig met een gebroken macht van r, vinden we een (meer waardige) functie van de richting.]

(Klein Prinzipien p. 209) „De analytische meetkunde steunt (op grond der meetkundige axioma's) explicite op het getalbegrip; de synthetische (op grond van dezelfde axioma's) opereert aan de figuren zelf.

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ Bij inversie telt het oneindige als enkel punt.

Er is geen wiskunde mogelijk, dan op grond van bepaalde definities; de oorspr. termen hiervan moeten intuïties zijn, „waaromtrent geen misverstand mogelijk is"; verder onder, ~~stelt~~ elke wiskunde een „wiskundig gebied"; en hoewel zoo'n gebied steeds voor uitbreiding vatbaar zou zijn, is het bij de beoefening der wiskunde vast. Elke uitbreiding is een uitdrukkelijk te vermelden feit, en daarna is het weer vast. De wiskunde werkt dus met een eindig aantal woorden (zoo alleen kan men elkaar verstaan), ook al zou dat eindige getal zoo groot kunnen worden genomen, als ik wil.

Bij de gewone meetkunde nu is het gebied, dat alle punten v.h. cont. postuleert onafh. v. de gewone meetkunde, die alleen de punten v.h. Hilbertsche getallenlichaam (Teubn.) postuleert. Het „axiom der Vollständigkeit" is een hol woord, dat de [illegible] moet lijmen.

(onbekende)
het irrationale punt is meer de limiet van een Strecke (het „intuitieve continuum" of „het staan van het punt in het cont." of de relatie van 2 punten in het continuum), dan van een punt. Maar het bekende irrationale punt, b.v. $\sqrt{2}$ is wel degelijk een punt.

~~[illegible]~~

De differentieerbaarheid van krommen

~~[illegible]~~ onderstelt 2 gelijk gestemde „überall dichte" schalen op de 2 variabelen; en dan komt als ik functie geef voor eindige schaalstukken het constante diff. quotient voor een aparte ~~[illegible]~~ van de beschouwde oneindig kleine schaalstukken.

(Klein prinz. p. 262) Hij wil hebben, dat de psychologen de kwestie zullen gaan onderzoeken. Alsof dat iets aan de zaak kan afdoen!

(ib. p. 264 krommen) ~~Waarschijnlijk zullen er nog~~ Er zijn natuurlijk nog wel heel andere groepen van krommen, waar het kleinste stuk het geheel bepaalt.

(ib. p. 275) „Wil men bij de meetkunde geen gebruik maken van de getallen, dan moet men als axioma nemen: Een oneindig kleinwordend stuk van een opperv. of een ~~lichaamkromme~~ definieert een punt.

In de wiskunde is vaak de limiet van een ~~[illegible]~~ analytische ~~[illegible]~~ functie een niet-analytische (de niet-analytische blijken (immers de analytische zijn door een eindig aantal tekens te bepalen) dus bij het bouwen secundair.) daarom kan vaak in de physica zoo'n limiet-functie dienst doen, b.v. bij electronenbeweging. Maar haar in de natuur als werkelijk aannemen, dat kunnen we ons niet denken. (Wel een geen discontinuiteit willen we ons denken.) ~~Ons heele maatidee~~ verzet er zich tegen. Zoo goed, als we echter met discontinue functies werken, kunnen we ook niet anal. functies werken.

(Frege Jahresber. XII of vooral p. 370, 374). Hij heeft tegen Hilbert in zooverre gelijk, dat die axiomatische onderzoekingen alleen mogen worden opgevat als onderbrenging van een intuitief gebouw in een meer algemeen intuitief gebouw. En Schoenflies heeft hierin gelijk, dat elke nieuwe stelling niets is dan een nieuw „gebouw in een gebouw."

Dat er zoo'n „symmetrische relatie" of „asymmetrische relatie" een-eenduidig, of een-tweeduidig, bestaat is een primair worden, een intuitie bij de bouw-activiteit.

Frege heeft tegen Hilbert gelijk, waar werkelijk bij Hilbert de axioma's geen Grundzüge (gerechte) der Anschauung kunnen worden genoemd.

Een gedachte is het begin van een daad.

Een begrip is het begin van een voorstelling van een voorwerp, (doch alleen de projectie van dat voorwerp op een bepaalde wilsrichting) en wel meestal een van de samenleving, wat begrijpen woord geheel niet wel).

Het is nog zoo kwaad(?) niet, dat de mensen op zoo'n gespartend(?) terrein doen. Daarop is ten minste wederzijdsche omgang mogelijk, zonder dat de ontdekking vijandschaps manifest heeft worden; het publieke verkeer staat er hoe langer hoe meer in een onnatuurlijk [illegible] te houden. Op het wiskundig gebied is die laatste volkomen.

Het spel van Bolland bestaat in 't beteekenis verstaan met andere woorden, of met dezelfde woorden in andere beteekenis, dan gewoonlijk 't beteekenis wordt verstaan. Het eerste is een onschuldig spelletje, waardeloos; het laatste gebeurt ook lang in de wiskunde, en daar de wiskunde van Bolland geen praktische toepassing heeft, is ook dat een onschuldig spelletje. Het geheele spel is intellectueel, niet wijsgeerig.

(Frege Jahresber. 12 p. 3 [illegible] onder) „Dies soll als logische Urerscheinung angesehen werden." Wijsgeerig heb ik er echter nog wel een ondergrond voor uitgesproken.

(ib. p. 372) Men **kan net zoo goed** zeggen dat eigenlijk alleen het praedicaat echte directe beteekenis heeft (immers werking op den wil), en dat een subject alleen zin heeft, doordat men er in stilte een of meer praedicaten aan denkt, die meestal reeds in het naamwoord v.h. subject liggen opgesloten. De vastlegging van een praedicaat, d.i. een werking op onzen wil, (of zonder praedicaten) tot een subject d.i. een ding waaraan buiten ons zelfstandig bestaan wordt toegekend, en waarop door ons kan worden gewerkt, is de fout-zondeval in ons hoofd, onderhouden door de verstandhouding.

De „majoren", waarvan bij de wiskundige syllogismen wordt gebr. gemaakt, mogen niet anders zijn dan tautologieën, d.i. (twee) verschillende verklaringen ~~[illegible]~~ (samenbouwsels van partieele gezichtspunten) van eenzelfde mathematisch intuitief gebouw.

Zoo ook de axioma's. De wiskundige stellingen zijn ~~dan samenbouwsels~~ ~~[illegible]~~ in het groote gebouw, waarvan de vele van elkaar verwijderde deelen niet zoo direct intuitief zonder zijn te overzien; zijn dus zelfgebouwde wegwijzers in dat gebouw.

Daar we nu vaker wegwijzers noodig te hebben, willen we gaan redeneeren, en ~~maken~~ een begin, dat zijn de axioma's. We lezen die dus eerst eenigszins ~~wi~~llekeurig uit ons gebouw af. We kunnen die axioma's volledig zijn of niet, d.w.z. het kan zijn, dat er nog andere gebouwen mogelijk zijn, die aan dezelfde axioma's voldoen, of niet. ~~[illegible]~~ Het laatste is het geval, als ik met de axioma's trouw het bouwen zelf (geheel) heb gevolgd. (onder „z.v. tusschen" versta ik dan het wiskundige, d.i. geen mimverstand kennende gevoel „tusschen" der relatie zonder meer). Heb ik dat niet gedaan, dan kan ik nooit weten of het stel volledig is (ook al zie ik het bouwwerk en het axiomastel naast elkaar)(1); het moet een open vraag blijven; de volledigheid postuleeren wordt natuurlijk geheel ongeoorloofd.); wel kan ik soms merken, dat het ~~onvolledig~~ niet volledig is, doordat ik een ander gebouw aanwijs, d.w.z. een gebouw, dat duidelijk verschillen heeft met het gegevene (~~[illegible]~~ zie ik zoo'n verschil helder, dan kan ik meteen een zoo'n vallend axioma formuleeren), en toch aan de axioma's voldoet.

Unabhängigkeit.

„in het continuum dat niet uit kleinere individuen is op te bouwen, kan niet door postulaten worden gedeeld.

Wel het ~~matte~~ cont.; als zoodanig bouwt B. ~~Forti~~ zoiets na, hebben we dus ook unicit...

cf. Cont. forme. p.1132.20: „On dira mais on n'en connaît qu'une"

(1) wiel natuurlijk kan, uitgaande van een gegeven intuitief gebouw de unititeit van een gebouw in dat gebouw worden bewezen, maar alleen als ik in een gebouwwerk is er bouwdwang.

Widerspruchslosigkeit." Nooit mogen dus axioma's de grond zijn van een wetenschap, want nooit kan hun Widerspruchslosigkeit worden aangetoond, anders dan door het gebouw te wijzen, waaruit ze zijn afgelezen.

Frege heeft dus (l.c. p. 375) volkomen gelijk hierin dat de axiomatische onderzoekingen niet eens ~~[illegible]~~ iets nieuws aan het ~~[illegible]~~ bewijs kunnen geven, dus niets omtrent de „Grondslagen" leeren. Het bouwen zelf moet daartoe n.l. worden nagegaan. Maar niet waar is het, dat de Widerspruchslosigkeiten Unabhängigkeit ~~[illegible]~~ door Hilbert niet afdoende is bewezen. Hilbert had alleen zijn ~~[illegible]~~ van voorbeelden van „Zahlensysteme" moeten aanvullen ~~[illegible]~~ nog door den opbouw, en daarmee het Existenz-beweis van die Zahlensystem. Freilich is dat weinig, ontbrekend het eenige, wat iets omtrent de „Grondslagen" kan leeren.

Als Engeland zoo stom is als Russell, hoe kan het dan zoo machtig zijn? Wel, voor macht is immers slechts noodig het werk van anderen opeten of anders uitbuiten, en dat kunnen dwazen en dommen en eenzijdigen allicht het best. Alzijdigen althans zeker niet.

Het komt soms voor, dat ik uit axioma's twee tegengestelde dingen kan aflezen, dan waren de axioma's niet uit een bouw-werk afgelezen, dus zinloos.

Of u wiskundigen, theosofen of socialisten worden, het is maar te doen om een warm plekje van andere menschen, om zich door te laten steunen en vooruit brengen.

En de verstandhouding daarin drukt op der gemeenschap zijn; [illegible] (zooals in 't algemeen [illegible] afhangt van [illegible])

De bedoeling van het bouwen is het vormen van een ~~[illegible]~~ (constante) gebouw-toestand in ons intellect, waarop zich de werkelijkheid projecteert, ~~[illegible]~~ in welke projectie de werkelijkheid kwetsbaar is, dus ~~[illegible]~~ ons den waan kan geven, haar te beheerschen.

(Korselt Jahresber. X p. 403) „Enthält ein Axiom ein bis dahin unbekanntes Zeichen, so ist eben dies Axiom eine Regel, ein Bestimmungssatz über den Gebrauch dieses Zeichens." Dit is ook de Hilbertsche opvatting, die hij in [Ens. & Grundl. grondwet...]

~~Ja, maar hoe wilt ik zoo'n axioma [illegible] opwerpen? [illegible] het praktisch [illegible] [illegible] nooit [illegible], dat het [illegible] is [illegible] te [illegible], maar er zijn zoo weinig [illegible] in het [illegible] en die [illegible] [illegible], [illegible]~~

~~[illegible]~~

Tegenover de andere regelmatigheden is (afwisheid)
eigenlijk meer de methode der menschelijke verrui-
(Afgunde natuur)
lijking", die zoo al toepassing vinden, dan toch
nog niet de den menschen geluk-brengende toe-
passing heeft gevonden. Zoo niet haar toe-
passing, dan toch haar zuivere toepassing is
zij onnatuurlijke ver vooruit.

De wiskunde lijkt een gevecht tegen windmolens,
of althans een kunstig spiegelgevecht zonder vijand. .

De mathematische wetenschappen vormen eerste logische
banden ter voorspelling. Maar het eindpunt
der logische keten (tusschen de „begeerenswaardheid";

die is door het telkens herhaalde richtingsverspringen (in afgegrensdheid) niets lang illusoir geworden.

Men kan kennis „niet anders bezien, dan als (afgegrensd, dus) sleurgewoonte van den geest, dus als in alle opzichten uit den Boze.

~~Opm. „Welordening" van het continuum [illegible] is [illegible] geen Welordening in den zin van Cantor.~~

Bij het opbouwen (individueel) van het Continuum (multiplicatieve n. dim.) bouwen we eigenlijk slechts een steeds aangroeiende aftelbare puntverzameling in dat continuum op. Maar uiteindelijk is het ook niet individueel.

Bij het bewijs, dat T van hooger dan de machtigheid w is — in tegenstelling met het bewijs, dat w van hooger dan eindige machtigh. is — geeft de suppositie, die ongerijmd blijkt, dat de groep zou zijn af te tellen, geen reëel beeld van een rangschikking volgens w aan; men supponeert de rangschikking g van alle, maar men kan dat alle niet denken.

[Blumenthal in Math. Ann. 61 niet ~~bepaald~~ waarsch. (afwezigheid van) velden zonder rot. en div. in 't eindige, niet alleen voor pot. 0 in 't oneind., maar voor nóg ruimer voorwaarden. (dan is dus ook een veld door zijn rot. en div. in 't eindige bepaald.) (Maar volgt er daaruit door de gewone formules $\int \frac{div.}{r}$ en $\int \frac{rot.}{r}$?]

De vraag: „Kan de tweede getalklasse worden afgeteld?" moet waarschijnlijk geen „ja" of „neen" als antwoord hebben, maar als zinloos worden beschouwd.

En de stelling: „Ze kan niet worden afgeteld" moet aldus worden gelezen: [~~Niet~~ is waar:
„De aftelbaarheid der tweede getalklasse is 1° denkbaar en 2° waar."]
(Ze is n.l. niet eens denkbaar; want de tweede getalklasse is als geheel niet te denken.)

Analoog de stelling: $\overline{\overline{a^p}} > \overline{\overline{p}}$. (als $\overline{\overline{a}} > 1$.), moet aldus worden gelezen: 1° [Niet is waar:
De beleggingsgroep is af te denken, en zóó, dat aan elk element van p een enkele van de beleggingsgroep correspondeert.]
2° [Wel is waar:
Met elk element van p is een bepaalde andere beleggingsgroep in correspondentie te brengen]

Bernstein in Mathem. Annalen 61 gaat ten onrechte mee van het bestaan van $\aleph_1$, uit.

Het proces τ

Opbouwen kunnen we slechts de „welgeordende" groep, maar onwillekeurig ontst[illegible] bij de orde-relatie van „volgend op", die [illegible] vanzelf een ordeplaats in de „eenvoudig geordende" groep vinden. We kunnen dus opbouwen tenminste de welgeordende groep (d.i. een willekeurig getal der tweede getalklasse), en daar kunnen we daarin toepassen het proces τ, vooreerst in een bepaald interval, dat in een welgeordende rij van intervallen valt, en dan kunnen we het in een bepaald interval zich in zichzelf ω maal laten herhalen, waardoor het overal dichte interval wordt gevormd. Maar zoo vinden we ook alle bestaanbare (onbeperkt geordende) groepen, d.i. ook alle bestaanbare (individueele) groepen, want alleen in een ordening kunnen ons de groepen ~~voorstgrenen~~ gegeven worden.

De perfecte krommen van Klein (prim. p. 312) is dat slechts in schijn; hij bouwt alleen de überall dichte krommen op (en de aftelbare hoeveelheid, daarmee door verder te construeeren.

Proj. meetkunde. Men begint met tusschen 3 punten de überall dichte schalen te construeeren; de versch. punten worden verhoudingen van 3 rationale getallen. Tusschen 2 punten stellen we dezelfde „relatie", als tusschen die punten en $(\lambda x + \mu y)$. De voorwaarde, dat deze 2 puntenparen der relatie hebben, is: $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} : 1\,1 : 1\,1$ voor beide paren gelijk; die verhouding noem ik de coörd. v. d. lijn.

Of ook: Ik stel 2 onafh. ruimten op; noem de elementen van de een punt, van de andere lijnen; zeg dat een punt v.d. ene ruimte en een lijn v. d. andere in elkaar liggen, als $\Sigma x_1 \xi_1 = 0$. En noem lijn van de eerste ruimte alle punten dier ruimte, die in een lijn der tweede ruimte liggen.

Het beste bewijs, dat het continuum intuitief is, is wel, dat een kind over al de er op betrekking hebbende redeneeringen heen loopt, maar ze toch zonder aarzelen direct zuiver toepast. (Dit argument wordt niemand opgedrongen, maar wie het aannemen wil, neme het.)

Men heeft de rationale schaal, en enkele (daarin) stetige bewerkingen daarin. (b.v. ~~[illegible]~~ worteltrekking) Men definieert nu de bekende irrationale getallen (op grond van die bewerkingen) (op grond van uitbreiding ~~[illegible]~~ tot een stetigheidspostulaat") als limieten van bekende reeksen. Aan welke limieten dan de bekende orderelatie wordt toegekend.)

Of ook men definieert de onbekende irrationale getallen als limieten van onbekende reeksen. Men kent er de bekende orderelatie aan toe, en behoeft eerst achteraf, om bewerkingen met deze irrationale te kunnen uitvoeren, het stetigheidspostulaat in te voeren.

Men kan ~~stetige~~ functies (met eindig aantal max. en min.) ook aldus definieeren: Om elk punt is een eindig segment (of 2) ~~aan~~ te wijzen waarin de ordinaten van functie en argument gelijk zijn.

Het (mechanisch) postulaat der (anal.) diff. vgl. der Natuur (door verwikkeling) beperkt de natuurlijke continue ~~functies~~ wisselingen tot enkele weinige functies.

Daarbij komen dan nog de statische functies der evenwichtsfiguren. Deze berusten op een variatieprobleem van een integraal. Dat zulke variatieproblemen voor de natuur werkelijk zin hebben — wat zoo ~~zijn~~ moet ~~te~~ betwijfelen, omdat ze alleen een keus uit (een rationeel groepje) „vernunftige" functies leeren doen — zou ~~[illegible]~~ (zoms moeten) zijn te verklaren:

1°. Op grond van ~~[illegible]~~ (thermodynamische) (nivelleerende werkingen) wetten, die maken, dat de in de varieerende integraal optredende diff. quotienten werkelijk moeten bestaan.

Ook zal men dikwijls als verklarende hypothese invoeren:

2°. Op grond, dat er invariabele kleinste deeltjes zijn, zoodat elk probleem de limiet is van een discontinuiteits-probleem. (functies, die in bepaalde argumentpunten alleen waarden hebben, die in het vraagstuk optreden naast hun differenzen van verschillende orde.) (Voorbeeld. Het vloeistofoppervlak, dat bij eindige moleculen zoo klein mogelijk tracht te zijn of de distributie daar elektriciteit met eindig volumen op een geleider.)

40

Het bewijs dat de limiet van zoo'n discontinuiteitsoplossing, althans onder zekere aan de gevens voorwaarden (Carathéodory) die in de natuur vervuld zijn, is een (zal dus in 't algemeen nog vrij lastig zijn) „vernünftige" Funktion; (welke functie we echter nooit zullen zoeken als limiet van de discontinue, maar direct door de variatierek.; zooals we ook de vgl. v. Lagrange in de mechanica direct opschrijven, niet uit de massapunten.)

Men bedenke ook steeds: elk variatie-vraagstuk is een physisch vraagstuk, en men begint het niet, voor het mathematische raam der physische hypothesen te hebben opgesteld.

Intusschen zegt F. S. Bernstein in Math. Ann. 60 p. 434, bewezen te hebben, dat alle oplossingen van variatievraagstukken analytisch zijn. Dat na te zoeken.

Zoowel kan ik aan bekende irrationalen bepaalde irreguliere (onstetige) waarden voor een functie geven; de waarden der onbekende irrationalen blijven dan echter altijd nog bepaald door het stetigheidspostulaat.

(Couturat, prem. p. 91) „L'irrationnel ne peut donc être qu'à priori, et indépendant de toute intuition."

Men vormt, geheel onafhankelijk van elkaar op, de üb. dichte schaal en de onbekende irrationale punten. Men kan tusschen deze beide groepen geen verband brengen, nooit van een element van de ~~tweede~~ groep ëtwa uitmaken, dat het tot ~~een~~ ~~niet~~ de eerste groep behoort.

(Couturat prin. p. 94) Zie regel 13–20.

De intrinsieke definitie van perfecte en .. Mengen (Couturat l.c. p. 93 onder en p. 94 boven) gaat niet op. Ik kan niet zeggen: „Elke fundamentaalreeks heeft een limiet; immers ik kan niet een (algemeene) fundamentaalreeks beschouwen, ~~want hij is nooit af~~; ik kan ~~het alleen~~ beweren van de enkele bekende fundamentaalreeksen, die ik op een vooraf geconstrueerde schaal (welgeordend of overal dicht) kan bouwen. En ook kan ik niet zeggen: „Elke[1] term A heeft ~~tusschen~~ zich en een andere term B nog ~~een oneindig aantal andere termen~~ minstens één term; anders dan in den zin voor een gedefinieerd ensemble, b.v. de aftb. dichte Mengen. Ik kan alleen zeggen: Ik heb een welgedefinieerde (dus aftelbare) Mengen, en neem er de grenspunten bij; maar die (onbekende) grenspunten kunnen nooit gelijksoortig met de (bekende) oorspr. punten gedacht worden. In 't algemeen kan ik van ensembles grooter dan ω niets zeggen; hun elementen zijn niet definieerbaar; ik kan dus niet iets zeggen van elk element.

(1) dit woord heeft alleen zin voor Mengen met gewoonlijk „idealiseerde" termen.

42

Ik definieer dus de perfecte Menge:

Ik heb een bekende Menge A, die met zijn (afgeleide) grenspunten B geeft C. De eisch is dan, dat alle punten van A grenspunten zijn in C, maar dan zijn ze het ook in A, m.a.w. A, derhalve A is een überall dichte (of een die door splitsing van enkele punten in tweeën uit een überall dichte Menge ontstaat (1)) Menge geweest,

(1) immers elk punt moet aan minstens één zijde begrensd worden door een üb. dicht segment.

Wij zouden geen meetvoorstelling hebben als we niet uitgingen van het ~~postulaat~~ (onderlinge) der meetbaarheid (van coördinaten), dus van (het bestaan van zekere ~~stetige~~) functies. (1) (Het continuum is daarvan de „drager", een ingevoerde spraakwijze, er onafscheidelijk aan verbonden.) Vond men later het tegendeel, dan zou die uitspraak ipsocontradictoor zijn, immers ze zou worden

(1) De rechte lijnen zijn er één soort van; maar ik kan nog allerlei lijnen als rechte lijnen kiezen.

2) uitgedrukt is de intuïtie, dan de uitdrukking van de stetigheid (is), en die die stetigheid als voorwaarde heeft.

De machtigheid c_0 wil zeggen: die waarvan de individuen (en kan als zoodanig worden gedacht) door een aftelbare reeks zijn te benaderen, zoo b.v. de stetige functies; ze zijn in elk geval te benaderen door een aftelbaar oneindige waarden reeks![1] Die van de reeksen van Taylor en van Fourier zijn slechts bijzondere gevallen er van.

[1] b.v. eerst de eerste decimalen van abscissen op afst. 1, dan de eerste en tweede voor abscissen op afst. $\frac{1}{2}$ enz.

De machtigheid f is contradictoor. Immers men kan zich denken, dat ω maal achtereen (d.w.z. steeds door weer) het kansspel een (vrije) keuze doet; maar niet c maal. Dat men dit niet kan denken, ~~[illegible]~~ antwoordt ons, des gevraagd, direct onze intuïtie. Men kan dus Schönflies Bericht p. 24 § 4 alleen lezen: Het is niet waar, dat:
f denkbaar zou zijn, en eenduidig af te beelden op c.

De generatie van c uit een getal der tweede klasse (tegen Mengenlehrfanatici) kan worden geconstrueerd. ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

144

Het aantal wiskundige stellingen is o.a. ook een Menge, die aftelbaar is, maar nooit af.

Het (inf.) continuum als überall dichte Menge met zijn grenspunten is primair; maar de arithmetische hoofdbewerkingen en mee, behoeven de axioma's van Hilbert of Burali-Forti; want hier ligt de „beweging" in één dimensie in elk geval ten grondslag.

[(zie boven) de groep af zoover als we willen maar nooit geheel.

[de groep af gepostuleerd.

Voor het stationaire continuum hebben we geen beweging nodig; immers om een willekeurig gekozen punt te benaderen, werken we steeds met zich indeelende verdubbelde gepunten(?), maar dat is geen beweging in 't algemeen, doch slechts gelijkwaardige dichtheid(?) van schaalstukken voor eindig bepaalde rationale getallen (hoewel we liever niet zóó opbouwen)

Toch kunnen we ook continuum definieeren als limiet van bewerkingen met rationale getallen (die uit de theorie der geheele getallen ontst. v. continuum volgt), maar dan moeten we opmerken, dat de ... dichte schaal in C op allerlei wijzen als getallenschaal kan worden opgevat (de getalleneenheden en rat. breuken kan ik op allerlei wijzen distribueeren)

[ten opzichte van Couturat p. 125 opgelost(?) die daar misschien in een anderen, niet-intuïtieven zin bedoeld.

De wetten van de gewone logica (syllogismen enz.) zijn intuïtief, maar voor intuïtieve ~~eigenschappen~~ klassen, n.l. eindige en aftelbare.

(d.i. steeds geordend opbouw)

Kan ik niet uit den wijzen opbouw van alle typen van $\aleph_0$ met behulp van getallen T (welgeordend) en üb. dicht, laten zien, dat ik even veel typen krijg, als wanneer ik niet het überall dicht gebruik? … ik den opbouw van beide niet tot een ω maal herhaalde keuze terug brengen? Natuurlijk, want er zijn $\aleph_0$ segmenten, die ik eventueel üb. dicht mag maken.

---

onafh. van den formule generering; dus intuitief

alleen door dat verband kunnen die oneindige onbekende reeksen als bestaand, als niet onzinnig worden gedacht.

Als ik spreek van b.v. de Menge aller enkelv. geordende typen van machtigh. $\aleph_0$; moet ik mij eerst vragen: „kan ik mij dat denken?", en is het antwoord „ja" geweest, dan is het ook gebleken te zijn als een opbouw ~~baastypen~~ (zou mijn typen) volgens een getal T of c. Zoo in dit geval: Orden de machtigh. als ω; zet de eerste neer; de tweede er voor of er achter (2 keuzen); de derde geeft 3 keuzen voor plaatsing enz. Zoo benader ik langzamerhand ~~tot~~ die machtigheid 1.2.3.4. — = c.[1]

~~Zoo zie ik bij dat opbouw niet alleen, dat ik~~ Zoo ~~[illegible]~~ valt het Bernstein op in Math. Ann. 61 p. 140 vlg.

Maar het is niet waar, dat men zoo alle ordetypen (naast elkaar) ziet groeien; hoe ver men ook voortgaat met het proces, nooit doet (en in bepaalden zin) verschillende voortgang verschillend ordetype ontstaan! [Dat komt eerst doordat wetten vooraf worden geformuleerd. Maar dan komt weer het bezwaar, dat men van alle wetten niet kan spreken. Wil men dus het continuum

(1) Bij het geven cont. kan ik de (onbekende) oneindige reeksen denken, om., dat ik een nauw verband weet met al de eindige reeksen. — Maar hier bestaat dat verband niet; ik kan mij dus wel al de eindige reeksen, maar niet de oneindige reeksen denken.

[hoe ver ik ook ben voortgegaan, nog niets weet ik omtrent het groeiend ordetype.

als verzameling van <u>wetten</u> van voortgang definieeren, dan is zijn machtigheid niet meer $2^{\aleph_0}$, en zelfs kan men niet meer van zijn machtigheid spreken. Het wordt dan een machtigheidsloos "ruimtelijk ding" dat tusschen $\aleph_0$ en c in, één ding n.l., dat slechts "gedachtelijk af" kan worden gedacht. Als zoodanig dan toch weer een <u>bepaald</u> denkbaar ding. Het zoo gedachte continuum (zoo zal waarsch. Bernstein in zijn weg te verschijnen verhandeling ~~het~~ opvatten) noemen we c', en is heel iets **anders als c**.

Bernstein bewijst dus p. 140 e.v., dat zijn Menge als wetten-Menge $< c'$; terwijl Cantor had (n.l. zelfs, als volgens c opgenomen, nog onaf) bewezen dat die Menge als onaffe willekeursmenge $> c$; maar ook op dez. wijze, dat zij als wettenmenge ~~[illegible]~~ $> c'$. Het resultaat is dus alleen, dat de wettenmenge $= c'$. Maar dat spreekt van zelf; <u>alle</u> „aftelbare, maar steeds onaffe" Mengen zijn aequivalent.

Resultaat ~~[illegible]~~ kan men dit bewijs nauwelijks noemen. Immers welken zin blijft ~~voor de aequivalentie~~ over voor onaffe Mengen? Gegeven is: elke onaffe A is afbeeldbaar op B; en elke onaffe B is afbeeldbaar op A. Hieruit volgt direct zonder verder bewijs, dat A en B aequivalent kunnen worden opgesteld het Bernsteinsche Äquivalenzbewijs heeft geen zin, als het niet meteen het middel geeft, om de aequivalentie werkelijk aan te geven. (op te bouwen.) Immers de Menge $> \aleph_0$ (1) is niet af te denken. Kan ik dus de aequivalentie niet aangeven, dan zou ik ze moeten denken als stagnant te bestaan (onbekend voor ons), maar de Mengen zelf bestaan niet, evenmin dus de aequivalentie. — [Die ontoereikendheid van het bewijs zal zich hierin toonen, dat er nooit een toepassing op werkelijke problemen van zal kunnen worden gemaakt.]

(1) (Want men een onbekend element der Menge (eerst) [illegible] niet [illegible] opstellen [illegible], want dus [illegible] op welke wijze ik het moet afbeelden.)

Beschouw de wiskunde als denk-lichtzinnigheid; de physica en Techniek als daad-lichtzinnigheid.

De Bouw tusschen aequivalent-making komt neer op een verdeeling der [illegible] gegeven afbeelding of [illegible] het proces.

Al kan ik niet spreken van alle getallen T, daarom kan ik wel een groep definieeren, die alle gedefinieerde groepen van T bevat, maar bovendien nog wat anders, n.l. C. (cf. Hardy)

~~Het kan niet tegen de Hardy'sche afleiding [illegible] want ik [illegible] niet [illegible] $\aleph_0$, dus [illegible] C, dus T [illegible] als T af te denken [illegible] geven, [illegible] is niet af te denken.~~

Maar dat geldt niet voor de Menge van Bernstein, als welke geen menge opgeeft; (wel als wetten-Menge, dan is ze in C bevat.)

40

(vgl. dichte
de schaal van één trans,

Het continuum is het middel, om [redacted] formatiegroep ook te kunnen behandelen voor een andere en is [redacted] te definiëren door middel van het ...telijkheidspostulaat, dat dus aan het continuum onafscheidelijk is verbonden.

Zoo blijft dus het stellen (mag) 1/2, het getal 2 van de eerste (optel) schaal ook voor de tweede groep waarvan we de getallen nemen, behouden.

„Absurd": wat een subjectief woord, dat met zelfverblindheid, pedanterie en opdringerigheid, objectief wordt uitgesproken.

---

cf. Couturat p. 124 bovenaan.

De „grandeurs extensives" (Couturat) worden door ons over zeker gebied der „grandeurs (het int. cont. zonder schaal) intensives" gepostuleerd, om er mee te kunnen rekenen. (schaalconstructie.); ze zijn de „groep" der „grandeurs intensives."

(als „schéma géométrique" cf. Couturat p. 114 (gebruikt theorema p. 119) en defin. p. 120 onderaan)

Burali-Forti en Couturat leiden uit de axioma's (alleen met Archimedes wel degelijk als axioma er bij genomen) van + af de optelling op [redacted] de reëele getallen. De ×-bewerking is dan daaruit vanzelf duidelijk (gedef. als limiet van die van rationale getallen) Maar de axiomatische onderzoeking van Hilbert (of liever mijn aanvulling daarvan) wijzen uit, dat voor gegeven reëele getallen met gegeven +-bewerking, en de gegeven axioma's voor de ×-bewerking, ~~er maar één~~ (dus ook gegeven 1-punt) er maar één ×-bewerking is.

het heel gaat dit echter uit mijn „groepsbouw"; want dan groeien de schalen (d.i. proportionaliteit, immers de vermenigvuld. volgens Burali-Forti is alleen door die schalen bepaald) op beide „grandeurs" in; op beide „grandeurs" tegelijk de optelgroep. Hier staat dus ook direct het theorema p. 119.

De + bewering over het gebied tusschen ~~−∞~~ en +∞ en de bewering over het gebied tusschen (inclusief) en +∞ zijn geheel identiek.

(Couturat p. 110 sic!). La définition nominale des nombres entiers de M. Russell permet d'établir leur existence.
(Maar volstrekt bestaande is, dat toch nog niet in hun toepassing op grandeurs!)

Het gewone wiskundige werk is zoeken naar verrassende relaties (komt door het benaderlijk karakter, en het „waar-neem-leven" der aanschouwing); dit hier: naar van zelfsprekende relaties.

De postulaten van Burali-Forti voor de „grandeurs" loopen geheel parallel met den opbouw daarvan als rationale schaal, en de grenspunten er van.

De Unabhängigkeit in Hilbert-Postulaten is niet zoo te verstaan, dat elke groep der axioma's een bestaan heeft met weglating der andere; immers reeds in hun ~~[illegible]~~ symbolen (termen) veronderstellen sommige axioma's de vorige. Maar wel is telkens elk volgend axioma van de vorige onafhankelijk.

Couturat p. 128. Onzin! Dat komt van het willen loochenen der intuitie! De (gewraakte) woorden boven aan de pag. licht aan te vullen.

Ga voor de Hilbertsche M. A.-Grondlagen niet uit van coördinaten, maar van een stelsel cirkels om een punt en stralen uit dat punt, welke stralen geen rechte-lijn-eigenschappen hebben (maar wel bij draaiing in elkaar overgaan). Postuleer aan het gedrag dan buiten elkaar liggende Jordansche curven ~~...~~ (Postuleer, dan dat het 1ste (cirkel) stelsel om een ander punt ten opzichte van het eerste (Jordansch) Jordansche curven zijn, dan kan ik er ook altijd een stelsel stralen die Jordansche curven zijn, bij construeeren.

die Jordan-eigenschap t.o.v. een poolstelsel zal wel te definieeren zijn, neem b.v. als coörd. de straal en de booglengte (uit de poolhoek.)

Is nu uit twee van die cirkelstelsels de meetkunde niet op te bouwen bijv., uit hun totale eigenschappen n.l. van raking, en tweepuntigen snijding? Waarschijnlijk niet, men zal wel de axiomatische behandeling van Hilbert's M. A. moeten bijbehouden, d.w.z. (voorzoover) na het bewijs, dat de cirkelstelsels buiten elkaar liggende Jordan-krommen zijn. Maar men kan uitgaan van één cirkelstelsel met stralen, en dan de andere stelsels Jordan-stelsels in dat eerste laten zijn, op grond van de stelling, dat Jordan-stelsels in een gegeven x y-vlak ook Jordan-stelsels ten opzichte van elkaar zijn.

Je kunt altijd onderscheiden het $\frac{1}{10}$ der mathem. publicaties, uit nacht van inzicht ontstaan (vooral in Math. Ann.), en de $\frac{9}{10}$ uit eerzucht, die iets verrassends willen vertoonen, dat meestal zonder belang is.

Die axiomatische onderzoekingen hebben eigenlijk alleen zin, om vooraf te waarschuwen, dat een nieuwe opbouw niet zal lukken. (Maar dat heeft alleen zin, als leiding, in 't spoor-houden, niet als stimulans) Of ook om te zorgen, dat niet, als bij Ampère, dingen worden ingevoerd, die het nooit worden te gesproken, daar ze overbodig zijn. ~~[illegible]~~

Al is het in een gegeven vlak (Punktmenge) lastig de ~~[illegible]~~ cirkels om een punt en de bewegingsgroep om dat punt (Hilbert M. A.) te definieeren, niet moeilijk is het, als we van die cirkels en hun stralen uitgaan, en onder die Punktmenge het vlak verstaan.

(Antwoord waarsch. in vorige cahier te vinden; misschien is dat de eenige homog., en ook functie, die eenvoudigheid geeft in 't kleine. cf. Minkowski. Voor opp. in een ruimte geldt die ~~[illegible]~~ kwadr. vorm, omdat ze voor een ruimte zelf geldt)

een, toch niet; maar wel is het boogelement $f(r)\varphi$, dat bepaald door de voorwaarde, dat $\varphi = c$ een geodetische lijn moet zijn.

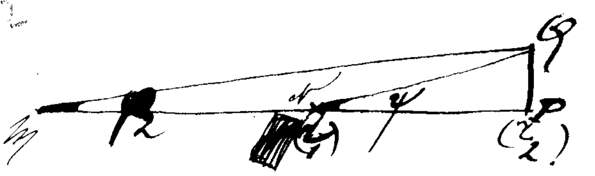
Wat is nu het bijzondere van de homogene ($\sqrt{}$ uit) kwadratische vorm van Riemann; waarom wordt die uitgekozen tegenover de algemeene homogene vorm van Minkowski-Hilbert? (dan volgt nu ook: in het klein geldt de Eucl. meetkunde en) is die eenmaal aangenomen, dan kunnen we als stralen van de cirkels nemen de geodetische lijnen; die staan dan loodrecht op de cirkels, en het boogelement heeft den vorm $\sqrt{dr^2+f(r)^2 d\varphi^2}$. We gaan nu zoeken aan welke voorwaarde $f(r)$ moet voldoen voor „vrije beweeglijkheid". Daartoe zoeken we eerst de algemeene vgl. der geodetische lijnen. Door variatie vinden we: $\dfrac{d\varphi}{dr} = \dfrac{c}{f(r)\sqrt{f(r)^2-c^2}}$.

Hieruit: $ds = \dfrac{f(r)^2}{c}\, d\varphi.$

$$d\varphi = \frac{c}{f(r)^2}\, ds.$$

$$dr = \sqrt{1-\frac{c^2}{f(r)^2}}\, ds.$$

Stel $f(r)\dfrac{d\varphi}{dr} = \operatorname{tg}\vartheta$. dan: $\dfrac{d\vartheta}{d\varphi} = -f'(r)$.



Ja nu langs geodetische lijn PQ, die een kleine hoek maakt met den straal MP. dan is c zeer klein; en

$$\psi = \frac{f(z_1)\psi}{ds} = f(z_1)\frac{c}{f(z_1)^2} = \frac{c}{f(z_1)}.$$

Verder: $$\varphi_2 = c\int \frac{ds}{f(z)^2} = c\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2}.$$

$$PQ = c f(z_2)\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2}.$$

Voor de homogeniteit moet nu:

$$PQ = \psi f(z_2 - z_1).$$

Of: $$f(z_2 - z_1) = f(z_1) f(z_2)\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2}. \quad (P.)$$

~~[illegible]~~ bij ε een klein waarde, dan:

$$\int_{\varepsilon}^{z_1}\frac{dz}{f(z)^2} = \frac{f(z_1-\varepsilon)}{f(z_1)f(\varepsilon)} =$$

dan $$\int_{\varepsilon}^{z_1}\frac{dz}{f(z)^2} = \frac{1}{f(\varepsilon)} - \frac{\varepsilon}{f(\varepsilon)}\cdot\frac{f'(z_1)}{f(z_1)} + \frac{\varepsilon^2}{2!f(\varepsilon)}\cdot\frac{f''(z_1)}{f(z_1)} - - - -$$

$$\int_{\varepsilon}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2} = \frac{1}{f(\varepsilon)} - \frac{\varepsilon}{f(\varepsilon)}\cdot\frac{f'(z_2)}{f(z_2)} + \frac{\varepsilon^2}{2!f(\varepsilon)}\cdot\frac{f''(z_2)}{f(z_2)} - - - -$$

$$\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2} = \frac{\varepsilon}{f(\varepsilon)}\left\{\frac{f'(z_1)}{f(z_1)} - \frac{f'(z_2)}{f(z_2)}\right\} = \frac{f'(z_1)}{f(z_1)} - \frac{f'(z_2)}{f(z_2)}$$

Maar ook: $$\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{f(z)^2} = \frac{f(z_2 - z_1)}{f(z_1)f(z_2)}.$$ Uit beide volgt:

$$f(z_2 - z_1) = f'(z_1) f(z_2) - f'(z_2) f(z_1) \qquad (1)$$

Hierin moet men: $f(0) = 0$; $f'(0) = 1$, immers $f(\varepsilon) = \varepsilon + \ldots$

Stel in (1) $z_1 = \varepsilon$, dan komt:

$$f(z_2) - \varepsilon f'(z_2) = f(z_2) + \varepsilon f''(0) f(z_2) - \varepsilon f'(z_2). \qquad (3)$$

Uit (3) volgt: $f''(0) = 0$;

Differentieer (1) naar z_1:

$$f'(z_2 - z_1) = f'(z_1) f'(z_2) - f''(z_1) f(z_2) \qquad (2)$$

Stel hierin $z_1 = \varepsilon$, dan komt:

$$\cancel{f'(z_2) - f''(z_2)\varepsilon = f'(0) f(z_2) + \varepsilon f''(0) f'(z_2) - f''(0) f(z_2) - \varepsilon f'''(0) f(z_2)} \qquad (4)$$

$f''(z_2) = f'''(0) f(z_2)$. Stel $f'''(0) = a$, dan geldt dus voor f de diff. vgl.

$\dfrac{d^2 f}{dz^2} = a f$; met 3 groepen oplossingen, al naar a pos., 0 of neg., n.l. $f = c_1 \sin(\alpha z + c_2)$ (I) $f = c_1 (z + c_2)$ (II). $f = c_1 \operatorname{sh}(\alpha z + c_2)$ (III)

Wegens $f(0) = 0$ en $f'(0) = 1$, wordt dit:

$f = \frac{1}{\alpha} \sin \alpha z$. (I.) $f = z$. (II.) $f = \frac{1}{\alpha} \operatorname{sh} \alpha z$. (III.),

en deze drie oplossingen blijken ook allemaal (p) te voldoen en ook aan den eisch, waar het hoekje gemiddeld π is, maar ander een hoekje wordt gezet; niet $\frac{x}{\pi \cdot \sigma}$ maar $\frac{x}{\pi \cdot \sigma}$.

Op te bouwen direct schijnt alleen de projectieve meetkunde; de bewegings-meetkunde alleen als ~~sluit~~ voordsel in de projectieve of axiomatisch; zuivere-opzettend schijnt ze niet te maken. In dien zin heeft dan Russell in zijn Fondements nog gelijk.

De voorgaande ontwikkelingen waren voor 2 dimensies; maar hieruit volgt voor 3 dimensies de meetkunde op den bol. dus ook het lijnelement voor vrije beweeglijkheid op den bol $= \sqrt{dr^2 + r^2 d\omega^2}$, waarmee de meetk. v. 3 dim. (en zoo door voor hoogere dim.) ook bepaald is

Of ook een kromme ruimte van n dim.; in 't oneindig kleine geldt de Eucl. meetkunde, daar bij de beweging v. d. geodetische afst. bewegen geodetische vlakken in elkaar; daarin moet dus de 2-dim. meetkunde gelden.

Willen we niet van het Riemannsche lijnelement uitgaan, dan moeten we stellen $ds = f\left(r, \frac{dr}{d\varphi}\right) d\varphi$ welke functie voor $\frac{dr}{d\varphi} = 0$, moet worden: $f(r)d\varphi$, en voor $\frac{d\varphi}{dr} = 0$ moet worden dr. Verder moet $\varphi = c$ de diff. vgl. der extremalen identiek voldoen. Waarmee ik intusschen voorloopig nog niets bereikbaar zie. Ik moet dus den opbouw van de meetkunde uit bewegingen uit den cirkel als nog niet gelukt beschouwen. (immers het Riemannsche postulaat van het boogelement blijft altijd noodig; of anders hebben we de alles-behalve-opbouwende (immers niet synthetische, maar analytische) onderz. van Helmh. - Lie - Hilbert)

Zoo gauw als het Ondersuchte der Geometrien in denen die Gerade die kürzeste, heeft zin dat naar de Geometrien in denen der Kreis het max. opp. bij constanten omtrek heeft. Zoo blijft echter een goed [illegible] van de intuïtief der rechte lijn wat die volgen uit def. d. cirkels.

Bolyai - Frischauf is ook een bewijs van „niet anders dan", een „uniciteitsbewijs" in den zin van Helmholtz - Lie - Hilbert; maar waarschijnlijk is dat van Bolyai ~~[illegible]~~ fout; ten minste Frischauf stelt zonder bewijs (99), dat de cirkel een uitw. rondlijke gesloten kromme is.

en Euclides ook; beide zijn alleen fout in den zin, sommige bouwbijzonderheden (axioma's) niet uit te spreken.

(Volgens Frischauf p. 112) De ontwikkelingen der vorige pagina's kunnen ook direct worden afgeleid uit de formule voor kromtemaat, die voor $ds^2 = du^2 + m^2 dv^2$ wordt:

$$k = -\frac{1}{m}\frac{\partial^2 m}{\partial u^2}$$, en nu moet k constant zijn; waaruit direct volgt $m = k \sin \frac{u}{k}$.

De opbouw van een groep(1) schijnt niet gemakkelijk te zijn; het intrinsieke mechanisme daarvan schept werkelijk het algebraïsch apparaat te bevatten waarin in de gewone meetkunde de groepen worden afgeleid; ze zal dus zelden direct mogelijk zijn. Immers algebr. bew.(2) zijn ook meest impliciet.

(1) b.v. de groep der bewegingen der planimetrie.

(2) van de bewegingsgroep b.v.

Mannoury, die het ~~#~~ cijferen tegen het Hegelen verdedigt, ~~[illegible]~~ Hegel zelf niet en cijferen zijn stokken, mier, en beide trachten (op philosophisch punt) maar wat beteekent dan die onder drein gemaakte verdediging van cijferen?

En zijn zyn. rekencijfering, is alle rekensom, dat er nog een andere rekenwijze, de niet-gedrukte discrete bestaat, die de cijfering begeleidt.

De grondslagen der meetkunde zijn een wiskunstig vraagstuk, die der ~~[illegible]~~ rekenkunde een philosophisch (want die zijn intuitief).

Dat Pieri de axioma's van orde eerst achteraf (Couturat p. 190) invoert (ook Vahlen doet het), zou alleen zin hebben, als er een kelijke meetkunde van axioma 1–13 mogelijk was anders, dan juist op die orde gegrond.

Met symbolische logica zal waarschijnlijk wel zijn aan te toonen, dat het niet contradictoir is, om C in T gelijkmatig te stellen ~~[illegible]~~

Immers bij afleiding kan ik C niet anders, dan impliciet opbouwen; C is dus afhank. [illegible]

(1) d.w.z. zonder dat het onder„scheid wordt vastgehouden

Ik kan eerst spreken over die philosophie, die beschrijft de verstandelijkingsdaad der menschen, voorzoover die bestaat in de wiskunde (welk beschrijven zelf ook een verstandelijkingsdaad is, (zien het filosofeeren) wat de overige beschrijvingen (of van eigen en anderer doorwerkingen(1)) van eigen cathegorieën niet is: hetgeen niet is te verduidelijken met te zeggen: ik beschrijf [redacted] de cathegorieën van anderen, wat bij hun onderzoekingen hebben ze geen ander materiaal, dan de begrippen in zichzelf.), en daar kan ik van Hegel en Mannoury wiskundige duidelijkheid vragen, want zij bewegen zich alleen op dat gebied. Daarna kan ik spreken over de plaats van de wiskunde in de wereld, en daarover is niet anders dan mystiek te spreken, of liever te zwijgen.

---

pag. 154 wil Couturat den schijn geven, alsof de dualiteit eerst duidelijk wordt door de logistiek.

(1) splitsing van een beeld in delen door de taal

De logistici bouwen niets nieuws (hun symbolensystemen zijn afgezien van hun toepassing, eenvoudige instaposities, alles behalve in gewichtheid), maar gooien de eenvoudigste dat der wiskunde door elkaar en vertoonen ze (door formeel taalgebruik(1)) in een aan elkaar gekomen nieuwe combinatie, die zoals in gewichtheid troont.

(Cout. p. 158 2de al.) Alsof zij hier niet feitelijk maakt (vervolg v.h. logistisch bedrog

tusschenpostuleeren: „Er is een relatie"; „Er is een ~~[illegible]~~ domein van een relatie"; „Er is ~~een~~ (minstens) punt in het domein van een relatie" enz., en zoo kon je wel doorgaan, ad infinitum. De logistiek brengt niets nieuws, wijzigt hoogstens de taal, die over de wiskunde spreekt.

Heeft men in het gebouw een reeks van bewerkingen (~~[illegible]~~ kleinere bouwingen) uitgevoerd, en twee (geheel verschillende) reeksen van zulke ~~bewerkingen~~ weten te sluiten tot een zelfde punt, (of die) ~~[illegible]~~ dan noemt men zoo iets een stelling. men kan reeksen van bewerkingen samenvatten, en het er door bepaalde punt met al zijn relaties, dat is eigenlijk tautologische betrekkingen tot andere bewerkingsreeksen, een nieuwen naam geven. Die nieuwe naam heeft dan allerlei in symbolen uit te drukken relaties tot andere gelijksoortige, en ook tot andere dingen. De logistici stellen die relaties dan bij axioma vast, en werken voort, hebben alleen wat nieuwe symbolen en nieuwe relaties meer.

Maar wij zeggen: het zijn niet die nieuwe (gewoonlijk met andere gelijksoortige) relaties tusschen die nieuwe geconstrueerde symbolen, (waarvan men uitging(1), waarop men aan construeerde) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ [illegible] zaken [illegible] op ons intuitief inwonende (lineaire) ordebetrekkingen; want eerst dán kunnen wij er mee werken in 't praktische leven, als ze zijn geappliceerd op ons instinct van tijd ~~[illegible]~~

(1) die ons a priori bekend waren

~~[illegible]~~ Wat het praktische doel der wiskunde is: (van bekende ordenaties) [redacted] (eenvoudig) in gewisse bekende combinaties bij zoo'n geordend te kennen [redacted] (afbeelden van een functie) zien (telbaar of meetbaar) z.b. de herkenbaarheid van een plaats te binden aan een getal op een schaal (één of meerdere), die schaal te herleiden ~~op~~ een andere beter herkenbare schaal en daarop de telbaarheid weer ~~te [illegible]stemming~~ te voeren op herkenbaarheid (ik zie te slotte niet 10 op, ik reageer niet op het getal 45, maar op de kabbalistische teekens, die het voorstellen); daarbij komt dan in de wetenschap (1) ~~[illegible]~~ het zoeken van allerlei hulpteekens schalen (2), die door relaties met andere schalen het mogelijk maken (de praktijk) [redacted] nieuwe grootheden een schaal te construeeren, wanneer hij in andere reeds bekend is.

(1) ~~[illegible]~~ physica

(2) hulpgrootheden, hypothetische dingen", die "het systeem van versch. schalen als centrale schaal beheerschen.

Bij deze beschouwingen zit de zwakte (nog) in het niet genoeg intellectueel doordacht zijn, van de intuitieve ~~stemming waarvan ben ik~~ zeker.

De cathegorieën van 't geest moet je niet onderzoeken, maar gebruiken en afleeren maar dat laatste niet na onderzoek, maar door je er van af te leeren.

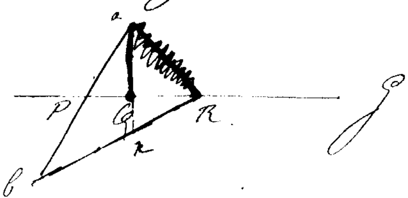
~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ [redacted] ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Het axioma 16 (Cout. p. 167) heeft de strekking, de ruimte tot 3 dimensies te beperken. Want verder is het gelijkwaardig met het analoge 2-dim. axioma, en dat volgt uit de axioma's 13 en 14.

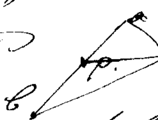
Immers gesteld vooreerst beide (tusschen bx) ontmoeten PG, in Q en R,



en stel Q tusschen P en R.
(andere geval: P tusschen Q en R.)
Beschouw Δ a b R, en pas stelling 13 toe. P ligt tusschen a en b. Q " " P en R, dan ontmoet a Q het segment bR.

Maar dat moet zijn het punt x, het snijpunt van aQ en bR. Dus x tusschen b en R, dus bx ontmoet PG niet.

En dat een lijn door P



óf ax óf bx moet snijden blijkt hiermit, dat het vlak, waartoe de lijn behoort bestaat uit P(ax) + P(bx) + (ax)'P + (bx)'P.

~~[illegible]~~

Beteekenis van axioma 13 (Couturat p. 164) Als ik **a** vereenig met alle punten van **bc**, zou ik voor al die stukken ad nog kunnen kiezen tusschen de twee projectieve segmenten. Het axioma zegt nu, dat ik van al die paren de analoge moet kiezen. [Maar of nu 14 onafh. is van 13?]

Causaliteit in het leven is de zondige splitsing in tweeën van een eenheid, opdat op een der deelen de begeerte door het intellect kunne werken.

Causaliteit in de wetenschap (of splitsing van een systeem in tweeën) is een juxtapositie van opgebouwde systemen, tot een nieuw systeem; het woord beteekent hier niets, dan het wiskundig „relatie zonder meer."

Vahlen is de eerste, die de reciprociteit der evenwijdigheid bewijst buiten de congruentie om.

In de hyperbolische meetkunde hebben 2 versch. punten in 't oneindige geen bepaalde maat (zooals in de Euclidische), alleen in betrekking tot een 3de gegeven punt of „einde."

(M.A. 57)

De Endenrechnung van Hilbert is de proj. Streckenrechnung van Schur (Math. Ann. 55)

Een axiomatische onderzoeking naar de grondslagen is een onmogelijkheidsbewijs; ze steunt in haar gang op den Satz vom Widerspruch.

(elke wiskundige afleidingen)
Hetzelfde is eigenlijk de oplossing van elk wiskundig vraagstuk; men heeft gebouwd de physische hypothesen, en gebruikt die als beperking der daarin mogelijke nieuwe gebouwen; welke beperking men (toegepast op het te grond liggende gepostuleerde systeem, waarin gebouwd wordt) dan, in de praktijk als middel tot voorspellen gebruikt. Maar juist dat voorspellen (d.w.z. (later) handelen zonder levende stimulans) is het, wat de wereld heeft bedorven, en de menschen heeft baas gemaakt. [Maar ook: die de menschen in tweeheid van kennen en machteloosheid tot de eigenlijke incarnatie van de ziel van alle zijn en bestaan heeft gemaakt.]

Die Satz vom Widerspruch heeft twee verschillende zinnen:

1°. In het leven: twee partieeringen (van daad of beperking) botsen ~~tegen~~ (en bewegen zoo elkaar) elkaar, ontwikkeling waarmede alleen te ontsnappen is door dieper inkeering van Vereeniging.

2°. In de wiskunde: Er staat een gebouw, met de elementen waarvan ik een nieuw gebouw in het oude wil bouwen; en dan merk ik opeens, dat het niet gaat.

Immers de ~~[illegible]~~ opstellingen van Lehrs ten opz. van ∞ zijn ~~de harmonische spie~~ aldus te beschouwen: PQ en QR zijn uit elkaar getranslateerd, als P om Q is gespiegeld naar R. Maar PQ en RS (zoo $PT = 2 \times PQ$), als TS ~~[illegible]~~ om S en PR om R gespiegeld hetzelfde punt geeft.

(kan zuiver niet worden opgebouwd)
~~De~~ mengvormkunst is [redacted] zonder „grenzen"; alleen uit ~~corresponderende~~ überall-dichte schalen.

[(Naar aanl. der Hilbertsche Enden-Addition:) (en veel eenvoudiger) We kunnen ook zeggen: $\alpha+\beta$ is de spiegeling van O om de spiegelas tusschen α en β in. Ik moet dan echter vooraf bewijzen: spiegel ik een lijn uit een Endenbundel achtereenvolgens om α, β, γ ~~zoo~~, dat β is de Middellijn ~~Mittelsenkrechte~~ van α en γ, dan is α' weer de Middellijn ~~Mittelsenkrechte~~ van α' en γ'! (Middellijn d.w.z. als ik in een punt er van een loodlijn opricht, snijden de (buiten) beide lijnen daarvan gelijke stukken af.)]

~~(d.i. Hypothese) Opstelling is totaal vooral op te vatten, als verplaatsing van O naar A, van OA naar AB, van AB naar BC enz. en zoo meer ten slotte. Een verdere opstelling is dan van de vorige geheel vast te koppelen.~~

Die „Gleichung des Punktes" (Hilbert M.A. 57) is die van een involutie in 't oneindige.

Bij de opstellingsdefinitie als verschijningsgroep krijgt elke verschijning een getal, en daarmee duiden we ook aan het punt, waarin het nulpunt voor die verschijning overgaat.

Het is **niet** waar (Klein in M. A. 55), ~~dat de~~ physica continuiteit postuleert; maar er zit werkelijk continuiteit
((bovendien: Klein kan zeggen, daarom postuleeren wij het juist in het wisk. natuursysteem))
in de natuur, al ~~begrijpt dat niets, dan~~ is dat een noodig en gevolg van de inertie van ~~eigen geest~~. Wij trachten dan die continuiteit op allerlei wijzen na te bootsen, en o.a. ook met functies, die wij uit inzetten van groote getallen afleiden; dat is evenwel misschien een dwaas werk; wij nemen door onze zoo'ige meten willekeurige dingen waar, (planeten, electriciteiten) die vallen ~~bui~~ ten onze zuivere vereenvoudiging (vaste zware lichamen en daarop werkende zwaartekrachten), (dus de bestraling der en physische) en willen die verklaren met behulp van die vereenvoudiging, welk echter voorloopig goed gaat. Maar beter voelen wij er dichterlijk mystieke andere krachten in.

De getalverhoudingen van Pythagoras waren waarschijnlijk niets dan de orde- en schiftingsverhoudingen, die de gelukkige vereenvoudiging van dien mensch ~~[illegible]~~ schaakt te zijn.

Dat wij dingen (of objecten) zien, komt uit onze zucht naar bekend (afgrenzingen der dingen) (of vermeerdering), waarmee direct gepaard gaat „begeerte", n.l. tot dat, wat we houden willen. En die dingen zien wij veranderen (het ziende door onze wiskundige vereenvoudiging en in zekere tijd), hetgeen wij noemen „veranderen."

Poincaré zegt: de objecten zijn de constante vereeniging van een groep van verschijnselen ("natuurlijk, op een ding kan ik verschillende kleine wisk. systemen toepassen, en die blijken alle constant), en wil ze zoo met den hypothetischen aether op één lijn stellen. Maar dien aether heb ik gebruikt feitelijk het object en was gelijk met de verstandhouding en vóór de wiskundige bestraling dier.

Het was alleen gelukkig zichzelf te mogen zijn in (d.i. mathematisch, boven typisch als een moleculair) daad, d.i. van verooveren type sterke naturen zonder intellect; maar het is de moraal van de wereld, te leeren berusten, zichzelf niet te mogen zijn.

Je kunt iemand niet beter neerleggen, dan door hem gelijk te geven.

Het zien (zonder intellect) van Faraday was ~~[illegible]~~ zuivere verzinnelijking; de theorie van Maxwell daarentegen is een val, want afgrond in 't hoofd.

Klein zegt (M.A. 55): In der Mathematik gibt es keinen Königsweg; juist daarom is zij te veroordeelen.

Schur gelooft (M.A. 55) niet, dat Pappus is af te leiden uit vlakke axioma's (dus ook zonder het ruimte-congruentie-aanhangsel daarvan van Hilbert) zonder het parallellenaxioma.

De strenge toepassing van logistische methode (Hilbert M.A. 56) is dikwijls noodig; waar de intuitie te zwak wordt om het geheel te vatten, zoo brengen we z.l. in het rechte spoor. Maar het is onzin om ten ook de grondslagen van de wiskunde in die logica te willen gaan zoeken.

(Hilbert Math. Ann. 68 '42) Het zal wel genoeg zijn, hier voor "één punt en één lijn" het resp. parallellenaxioma op te stellen (Vahlen pag. 181 [redacted] § 33.)

Hilbert (Ens. 7) bij het opbouwen van de logica, gebruikt steeds logica (zij't b.v. teekens: En communé, genres — —).

(ibid.) Hij vergeet helemaal, dat zijn haakjes ook teekens zijn. Of mag hierin de intuitie helpen, om die haakjes te plaatsen? Hoort ze dus bij de plaatsingsdaad?

Het principe der inductie is niet, dat: „als stell. geldt voor 1 en voor n + 1 als voor n, dan voor elk getal", maar de mogelijkheid, om zich een gelijksoortig ding altijd door herhaald te denken, dus ook gebouwen, dus ook een poging om te bouwen, die bij elk getal op nieuw zijn neus stoot door den Satz vom Widerspruch.

De Hilbertsche logica is een hol gebouw van verschillend getallende atoomsoorten, waarbij hij de arithmetica der geheele getallen (inductie inclus.) stilzwijgend gebruikt; maar dat <u>mits</u>

(1) antinomieën-intuïtie n.l.; maar in het „indien door opbouwen" (want van de uitgangspunten stel, liggen volledig is) gebruikt de gewone wiskunde die intuïtie ook niet.

kan bevrijden, dat ook maar eenigszins verband houdt met, over reeds bekende wiskundige systemen. Misschien gebruikt hij sommige intuïtieve principes(1) hier niet, maar aan den anderen kant heeft hij nu ook geen macht over de gebieden, waarop die principes hooren te worden toegepast.

En de gewone wiskunde heeft wèl dien band met het leven.

~~Misschien dat Hilberts eenige opgaven [illegible] $f(n) = n$ is, wordt wel [illegible], hoewel de mathematische inductie het eenige principieel [illegible] wordt van onderscheid. [illegible] van Hilbert zoo niet zoo'n systeem [illegible] vormen, dat [illegible] (def. 1.)~~

De manier, waarop Hilbert aan de Russellsche paradox ontsnapt, komt, geheel buiten zijn logica om, hierop neer, dat hij alleen spreekt over een klasse van reeds ~~gebouwde~~ opgebouwde dingen.

~~Wat is nu het verschil tusschen Russell-Peano's [illegible] en Hilbert's [illegible]?~~

De replatrage van Hilbert, niet het opgebouwde; maar waarom dan niet met de intuïtie? Dat opgebouwde als niets gebouwd heeft met het intuïtief bouwen van het gebouwd toch niets te maken.

Het logisch bekijken der logische wetten heeft zin, in zooverre hij wil bestudeeren en controleeren, hoe anderen logisch zijn.

Vele dingen, die later werkelijk vooruitgang bleken, zijn in 't begin met onwil begroet. (waaruit intusschen alleen is af te leiden, dat het zuiver intuïtief vooruitgang in het begin als verwording voelt). Maar zelfs dat is niet de logica van Hilbert niet het geval.

zoo zeker, dat elke werkelijke afleiding in 't leven altijd over persoonlijke premissen verloopt, en niets is, dan een „in Einklang bringen".

Hij bouwt niet op de logica en rekenk., maar het stellen zijner axioma's daarvan (1) als iets betekenisloos en onafhankelijks, gebruikt hij bij zijn opbouw de logica (syllogismen, uitgesloten derde enz.), en de rekenkunde (volledige inductie). Verder onderstelt hij als richting bij invoering van nieuwe symbolen de heele wiskunde al bekend; en gebruikt het Gymnastiek logische redeneeringen, om ons te overtuigen, dat hij op den goeden weg is.

(1) een voorbeeld van een afleidbare, steeds onafh. Mensch.

Er zou dus alleen als andere, dan ijdele zin overblijven, dat het systeem gemakkelijk de logica van anderen kan overzien en dus beheerschen. Maar dan moet het een nieuwe wiskundige taalvorm, die zelfs geen als taal reeds

60

een) logisch systeem te zijn. (De gewone wisk. taal beeldt vaag een logisch systeem daarachter, dat het nu eens zus, dan zoo benadert, zit zelf dus niet rechtlijnig in elkaar.)

Bekrompen wiskundigen redeneerders zouden zij werkelijk zoo dikwijls hele redeneeringen kunnen betwisten ("dient ieder", als alleen op de taalaxioma's gegrond.), maar betere wiskundigen houden liever met opzet de taalsystemen (d.w.z. gij sluit uit allerlei relaties van het toevallig beschouwde bijz. geval, zoo'n typen uitgebreid woord-toevoegingen, om allerlei door de voorstelling bewerkstelligd op de voorgrond te plaatsen) los en plotlant, om daarmee steeds zich de geest open te houden tot uitbreiding van het gebied, dus verat. (door sluiten aan één onderdeel van het gewoord vast te houden)

Geneeuwing van de beteekenis der symbolen.(1) zij houden dus leunde voor zich niet het woorden gebouw maar het wiskundig gebouw

En wat zoo direct uit de woorden volgt, daarin zien zij ook wel direct in 't gebouw.

~~[illegible]~~

Of anders is hun juist aanleiding tot uitbreiding van een symbool (d.w.z. uitgedeeld dan geval zoo)dat het tot naaste wat vaag wordt gedacht. Want direct nu de taal geschap. dan ontgaat men zich die uitbreiding af.(2)

Intusschen is Hilbert zoo wijs geweest, het bij zijn aanleiding te laten. Waren de logistici ook maar zoo bescheiden gebleven!

De logica is alleen op de wiskunde van toepassing.

(1) want de leunde wiskunde kan zich vrij uitbreiden; de symbolenwisk. niet, want daarvoor zou je eerst moeten nagaan, of er een werkelijke uitbr. meer overeenkomt.

En bepaalde gegeven systeem kan ik verscherpen, maar daarmee beperk ik het tot zich zelf. Men kan het een uitbreiden maar door, maar daarmee worden weer vaag en intuïtief.

(2) het is juist de overgang van (lichtkunnig) (d.w.z. het geschematiseerd uitleden) vaag tot scherp, die de B.v. de uitbreiding v. h. ruimtebegrip bracht, niet de gescherpte zelf. [redacted] De uitbreiding van Hilbert die waren nooit gekomen, als men direct in scherpe taal het cartes. analyt. coörd. stelsel had opgebouwd.

Dan ergens, dat men later nog verder uitbreidt.

In het leven — en vooral in de philosophie, die het doen is in een wiskundig dus logisch systeem onder te brengen — is ~~elke~~ („uitgesproken") zoogenaamde stelling een aanschouwing, daar gesteld uit en gesplitst in 2 aanschouwingen (a en b), die beide kunnen verwisselen zóó, dat het conglomeraat niet meer als een verwisseling van c kan worden gezien. Zoo is het met alle „uitgesproken" waarheden en ook morale waarderingen en Geboden.
Wij hebben alleen wiskundige wat ons wat wij uit onze bouwelementen (d.z. vaste steenen) zelf zouden kunnen hebben opgebouwd; daarom trachten we daarop alle physica te herleiden.

Alle stetige functies zijn denkbaar, want ze zijn als de kans, vrij van c te zien. In de natuur denken we ze onverbiddelijk; en ook alleen op die voorwaarde gelden de wetten der waarschijnlijkheidsrekening. (Poincaré)

De anal. diff. vgl. der 2de orde (kracht ~~...~~ anal. van stand, en stand van kracht afhangend) zou nog een niet-anal. beginstand toestaan, waaruit dan ook niet-anal. verdere standen zouden volgen.

Heeft de moleculair-hypothese iets te maken met niet-[illegible] functies? (Neen; men zorgt wel, slechts zulke combinaties uit de „groote getallen-discontinu" te nemen, dat weer nieuwe analytische functies voor den dag komen. Dat de aard der functie in 't zeer klein gebied gaat veranderen, doet er niets aan af, of die aard blijft analytisch; ~~zoo gauw~~ ik ze in 't oneindig kleine als werkelijk zich gaan veranderen.

Bij het nabouwen van de natuur is het gewone systeem (dat is dat van arithmetiek en algebra) alleen niet genoeg; we ~~[illegible]~~ voeren in het traagheidsbegrisel in de natuur ~~[illegible]~~ (misschien overigens is het het gevolg van ons eigen spiegelwaal) (1) (kunnen dan voor allerlei problemen) ~~[illegible]~~ en een of ander soort van grootheid (uit mechanica afgeleid) laten optreden, zoo'n grootheid kan alleen differentieerbaar veranderen (continuity diff quotient naar tijd en plaats) [(cf. de flexie van een vector, waarvan de modulus grootheidseigenschappen heeft.)

Die algebra kan werken met überall dichte schalen; de analyse heeft het continuum noodig. Niet waar, daar maar een kromme als limiet van een polygoontrek, of van een üb. dichte puntverzameling.

[Maar die grootheid met dientengevolge (is mechanisch en) valt binnen het wiskundig systeem: in dat systeem, dat een van orde is hebben de niet-differentieerbare krommen eenvoudig recht van bestaan [zijn [redacted] eveneens hetzelfde; de rechte lijnen dan (zijn toch al anders)? Met hun theorema van Desargues?; wel, die zijn ook op de maat gegrond; we maken een integraal minimaal (3) ~~[illegible]~~ Als men (de kunnen aanpakken, ...) ~~[illegible]~~ een werkelijk probleem ~~[illegible]~~ ... wiskundige intuitie het idee van grootheid (2) (continuum met gelijkw. segmenten); dat continuum, dat niet is op te bouwen: dat is alleen de üb. dichte schaal, en wie toch

(1) Het verklaart de plaats als iets in-essentieels, in verder de schaal der rijen als een soort absolute schaal (d.w.z. een stuk a in een punt P of een punt P+d pis hetzelfde), waarmee we ~~voor de~~ mechanica ~~contin.~~ differentieerbare functies opbouwen.

Opm.
De niet-diff. maar stetige fot. functie van Hilbert zal voor kleine omvang der electrischen deeltjes altijd weer differentieerbaar worden. Maar in de meeste andere physische problemen vinden we ook voor het limietgedrag in + grootst kin. gastheorie) differentieerbare functies.

(3) ~~en [illegible]~~ dan [redacted] krommen in een pl. vlak kan ik zoo de maat niet eens definieeren.

(2) in de mechanica die dingen duidelijk voelbaar zul ken, een verandering om, dat er wrijvingsweerstanden voortdurend met de snelheid zijn .. verklaren ...)

en bij opdringt als metaphysische kansenbron, die overigens evenals de waarsch. rek. is gegrond op ons niet-weten. ~~Dat~~

~~Dat wetenschappen alleen eindige schalen (maar steeds verdere) kan, dus i.h.b. dicht bestaand, met bewustige oorsprongen~~

Want al kunnen wij slechts met onze ~~wetten~~ een aftelbare overaldichte Menge construeeren, ~~in~~ in de natuur, d.i. het niet-weten, d.i. het andere van onze eigen verstandelijkheid (het onbepaalde tegenover de bepaling onzer verstandelijkheid) ~~.......~~ leggen we ~~de~~ de continuiteit, waarin wij onze schalen construeeren, en waarin wij met onze schalen zooveel wetten kunnen leggen als we willen. het tusschengelegene kunnen wij alleen beheerschen met onze continuiteitsopvatting: eindige diff. quot.

Weliswaar kan de functie voor vrij wij de schalen een geheel andere benaderde continuiteit vertoonen, dan voor heele zeer kleine tusschen.

De ruimte heb ik te beschouwen, niet als 3-dim. grootheid; maar als ordeningen van één-dim. grootheden. (maar dan door middel van de 3-dim. geordende groep)
Want het idee van grootheid is in zichzelf in ~~den~~ tijd eendimensionaal.

Het mooiste van het bouwen is dat het intuitief blijft en artistiek. Om het gebouwd-me echter weer op wiskunde van de 2^e orde te betrekken (aantallenbepaling) is anaesthetisch, evenals axiomatische onderzoekingen, (met behulp van logica als leiding) die niet bouwen, maar logica drijven op zichzelf.

~~De~~ dieren, die „door ondervinding leeren", zijn het eerste stadium van het toepassen van de wiskunde in den strijd met de natuur. ~~Het is het uitkeeren bijleggend~~ aan de natuur ~~van~~ wiskundig gedrag; [redacted] door het afgegrensd zien van een deel (houdt de tijd in zien) krijgt men de vatbaarheid, het bij herhaling te zullen zien, [redacted] (lichte tuimelbaarheid in de andere middellen afgrenzing, zoo gauw die nog eens als middel zal kunnen dienen), herinnering(1) door associatie. [Zoo'n herhaald ding kan natuurlijk ook een voedsel zijn, d.w.z. een (afgegrensd) (na-)agglomeraat van [redacted] eenige partieeringen [redacted] en daarvan kunnen enige deelen bij de herhalingen van deel zijn; ook herhaling slaat op het gelijk gebleven]. Het eerste stadium is, dat ~~[illegible]~~ hele klanken herhaald worden, en door middel daarvan getallen(2). (Getallen zonder hulp uitdrukking van klanken worden niet licht herhaald, als ze grooter dan zeven zijn.)

(1) herinnering is dus alles behalve primair. De herinnering, die alle herinnering moet dragen is toch primair? Neen, want daar is de herinnering wel moment, maar niet iets onderscheidens „zonder meer." (Zonder meer, is dus secundair en niet primair als bij Bolland.)

(2) waardoor men in de herinnering als iets gewaands constateert vast legt de relatie in grootte van aantal (meer of minder) van de bewuste hoeveelheid ~~tot~~ tot alle mogelijke andere hoeveelheden.

Schur heeft (M A 39) aangetoond, dat als de proj. axioma's zijn vervuld, altijd door invoering van ideale elementen het elliptisch vlak is te voltooien.

Men bedenke, dat een (hier) proj. vlak met rechte lijnen binnen een willekeurig convex zitaal (maatloos) (n.l. t. en opz. van de bereikbare punten) iets anders is, dan een binnen een kegelsnee. (Binnen verschillende ellipsen is het rechte zitaal hetzelfde.) Men kan zelfs de graad van een kromme (zitaal) beschouwen als kenmerkend het gedrag ten opzichte van rechte lijnen (wat haar uitdijing daarmee, dus de bereikbaarheid op de rechte lijnen betreft.)

De „aprioriteit“ der proj. meetkunde van Russell bestaat alleen in zooverre de symbolische eischen zoo heel eenvoudig zijn en hoogst eenvoudige lettersystemen vormen.

Als je houdt van Aardrijkskunde, dan kan dat zijn, van de 'echte' inhoud (het schilderachtige), die je ~~door~~ in de macht van de verstandhouding wordt gevangen en je zoo kan worden aan-geassocieerd; of ook van de zelfstandigheid, het pleizier, om die macht van de cattegorieën te handhaven, en er alles, tot de hoogste en diepste dingen toe, in te vangen (ze zoo te kunnen bekijken, dat ze zich laten „zeggen.“)

Onder welke voorwaarden volgt uit het groepsbegrip de relaties differentieer voorheid van de elementen der groep? Voor de bewegingsgroep heeft Hilbert dat aangetoond.

De theorie van Helmholtz leert (volgens Lie niet eens), welke groep uit de projectieve groep moet worden gekozen voor de meetkunde.

De uitaf te bewegingsgroep, waaruit de optelling moet worden afgeleid (defin. de operatie „+ a") Neem maat een enkele eindige verschuiving. Daardoor is een schaal van eenheden bepaald. Alle volgt uit de assoc. eig., dat, als $b + b = a$, dat dan de operatie „+ b" tweemaal herhaald, moet geven „+ a." M. a. w. de schaal, door de operatie + b bepaald, ligt op de a-schaal (En wel is het deelpunt in het 2$^{\text{de}}$ vak dat van het eerste + a; immers het is $a + b = (b + b) + b = b + (b + b) = b + a$. Dus volgt uit de assoc. eig. de commut.) en dan nog in elke tusschenruimte van die a-schaal een punt.

Zoo komt het construeeren van een optel. bewegingsgroep overeen met de constructie van een i.b. dichte schaal. Analoog voor vermenigvuldiging. ~~...~~ Ik kan der operaties als opt. of verm. beschouwen; maar bij de laatste betiteling denk ik in elk geval de schaal aan 2 kanten open (versch. eindpunten, n. l. 0 en + ∞); bij de optelling kan ik ook gesloten denken. (de beide in variante eindpunten laten samenvallen.)

Zal ~~twee~~ een operatie ~~[illegible]~~ (van transform. op eendim. cont. met 2 dubbelp.) geven een groep zoo, dat steeds alleen de punten in 't oneindige dubbelpunten zijn, dan moet het zijn een (gewone) opsteltransformatie. ~~[illegible]~~

Het limietpunt wordt hierom willekeurig genomen.

Intusschen komt door combinatie met $x_2 = -x_1$ nogeen tweede groep met dezelfde dubbelpunten, ~~[illegible]~~ (tenminste nog een aantal groepen, waar alleen het veld van den parameter wordt verdubbeld.)

Ik neem nu een 2de groep met een dubbelpunt in 't eindige, die ik "~~vermenigvuldiging~~" noem, en die ik wil, dat met de eerste groep samen een tweeledige groep zal vormen. Noem deze $a \times (x+b)$; $f_a(x+b)$ ik weet dan, dat f is een steeds ~~stijgende~~ functie; heeft zij dan niet daarom een diff. quotient? Neem dat in elk geval aan, dan moet $f_a(x+\varepsilon) \equiv f_a(x) + \varepsilon f_a'(x)$, zijn van de vorm $f_\varepsilon(x) + h$. ~~[illegible]~~

(1) De univociteit hebben we nog niet bewezen. ~~Afscheiding~~ $(\beta.v.(1))$ is voldaan, als [redacted] $f'_a(x)$ is een constante en de operatie f is de gewone vermenigvuldiging.^{X} Zoo komt bij door de groep eerder beter voor den dag, dan door den eisch van de distributieve eigenschap. (als we afzien van den eisch, dat zijn dubbelpuntenpaar ligt binnen dat van de optelgroep.) Een tweede groep komt voor den dag, als $f_b(x) \equiv \log e^{x} + b$.

^{X} in n. L. t. d. vorm $px + q$

Dan $f_b(x) \equiv bx$, en $f_b(x+a) = f_b(x) + ab$.

Dan is $f_b(x+a) = f_{\frac{b}{e^a}}(x) + a$.

Ook (de tweede groep geeft weer) door combinatie met $x_2 = \frac{1}{x_1}$ een nieuwe groep met dezelfde dubbelpunten.

(te zamen nog een enkele groep, waar alleen het veld van den parameter is verdubbeld.)

~~Er zijn ook wel eenige andere ... met te spreken ... Sommige ... als dubbelpunt ... $f'_a(x)$. Die moeten ... hebben. ... groep $f_a(x) + b$ ... horizontale verschuivingen ... groep $f_a(x+b)$ ... verticale verschuivingen ... Dit zal alleen dan ... gevallen ... groepvorming ... een rechte is.~~

De vraag (voor de univociteit) is deze. (als genomen wordt één dubbelpunt in ∞ en één in $+$ eindige binnen de optelgroep) Gegeven een kromme, die de aangroeiing bij de abscis steeds voorstellen; verschuif die achtereenvolgens met elk punt P naar O. dan komt er (en ook zoo alleen) een krommenstelsel, dat voor het platte vlak voor alle verschuivingen (hori-

We bedoelen alle krommen die het ... O en B ... willekeurig ... krommen ... groep ...

We kunnen beschouwen het gebied tusschen 2 vaste punten van een groep A; en hebben dan aan te nemen, dat B daartusschen 0 of 1 vast punt heeft. Hiertoe is elke combinatie van 2 groepen te herleiden; immers liggen er meer tusschen van B, dan neemt men het gebied van 2 daarvan op B; daartusschen liggen dan 0 van A.

Het bestaan is niet alleen bij den kromme, te beschouwen een gebied tusschen 2 opeenv. dubbelp. van een der comp. eenl. groepen, waarbinnen de andere geen (resp. één) dubbelp. heeft, en dan die eerste groep als optelgroep te nemen.

in niet invariant is. De vraag is nu: hoe moet de oorspr. kromme

(Want ook indien de kromme niet een [illegible] diff. quot. [illegible] gebied van diff. quot. heeft (bv. de rechte lijn), [illegible] met ook 2 [illegible] op zichzelf een groep vormen, z. v. voor de transformatie, die met een der diff. quot. in het dubbelpunt beginnen [illegible] en zoo de groep zich uniform [illegible])

gelegen zijn, opdat de in O komende krommen een groep vormen, die zoowel de ordinaten als abscissen toenamen aantijgen.) Het lijkt onmogelijk, als het geen rechte lijn is. Immers vooreerst moet het diff. quotient altijd ~~toenemen~~ (van O in de richting P). Want anders zou bij het komen van de verschijningsgroep der ∞^2 krommen in het platte vlak één punt twee krommen met (verschillende) dezelfde aanraakrichting door zich krijgen, wat niet gaat.

[den 2 krommen elkaar in 2 punten kunnen snijden, terwijl de volledige groep bepaald is door de transformatie van een enkel punt, en dus de krommen maar één punt gemeen kunnen hebben. Δ]

(2) Maar dat kan niet, tenzij voor een enkel diff. quot. (z. lijn). Denk, er was een gebied van diff. quotienten, en wel c de kleinste in O, dan kan ik een heele kleine transform. uit O nemen, die met den tusschen verdrag [illegible] der oorspr. kromme aannemen. De kromme moet dus in elk geval met diff. quot. 0 beginnen. En daarom is er ook geen max. diff. quot., want dan zou de groep, die bij het max. aanvangt, niet met 0 beginnen, wat we bewezen hebben dat moet.

Intusschen ~~hebben we een gebied [illegible]~~ ~~dubbelpunt [illegible]~~ ~~Anders~~ kan de kromme wel zoo loopen:

(bij $+\infty$ richting ∞ en $y = +\infty$)

~~niet,~~ we moeten dan voor

(bij $-\infty$ richting 0)

zoo'n kromme $y = f(x)$ hebben:

$$f\{f(x)+x\} = f(x+a)+b;\ \text{of: } f'\{f(x)+x\} = f'(x+a).$$

Δ Voor niet-diff. krommen volgt zoo, dat de [illegible] over x-proj. x steeds in hetzelfde zin moet toenemen. Hieruit volgt dan meteen de diff. baarheid. En dan verder volgens dien. Blijkbaar volgt dan, maar nu in ieder dubb. zelf, kan het diff. quot. naar voren en naar achteren verschillen.

[voor de invariante verschuivingen, n.l. die de groep $f_a(x)+b$ moet maken $= f_a(x+b)$.)

en n Bl[illegible] de infinitesimale theorie van Lie de eenige soort te zijn.

[die links en asymptoot ∥ X-as heeft.

En hieraan voldoet de reeds genoemde functie $y = \log(e^x + b)$.

Optelling en vermenigvuldiging zijn geheel bepaald als: continue eendeelige (eenledige) groep op een „Strecke."
En hierom is de algebra tot de wiskunde teruggebracht, en „algebraisch" in hoogste instantie „wiskundig" gebleken.

De ruimte is ~~[illegible]~~ traditioneel (verinnerlijking (begeleid door zien à la Faraday)) (en overgeërfd): daarom kennen pas-geboren kinderen haar al in hun daden. Empirisch vangen zij haar daar later in de wiskunde.

Iets leeren (of weten) zien, is leeren geïsoleerd nemen met de partialiteit er van.

Optelling gedefinieerd als de eendim. eenledige groep.
Van een tweede groep, die er een tweeledige groep mee vormt,
volgens Lie moet: $\varphi_1 \frac{d\varphi_2}{dx} - \varphi_2 \frac{d\varphi_1}{dx} = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2$, maar $\varphi_1 = a$ (const.), dus $\frac{d\varphi_2}{dx} = p + q\varphi_2$.

$$\frac{d\varphi_2}{dx} - q\varphi_2 = p.$$

Opl.: ~~[illegible]~~ $\varphi_2 = ce^{qx} - \frac{p}{q}$.

Voor $q = 0$: $\varphi_2 = px + c$ de vermenigvuldiging.

(en $q = -1$) Voor $p = 0$ wordt de transf.: $\varphi_2 = ce^{-x}$,

Ook kan men: $\frac{d\varphi_2}{dx} = p + q\varphi_2$. $\frac{d(p+q\varphi_2)}{dx} = q(p+q\varphi_2)$. $\frac{d\varphi_3}{dx} = q\varphi_3$. Maar nu in [illegible] schaal inpl. v.d. optelschaal φ_1 de schaal φ_3, dan staat voor: $\frac{d\varphi}{dx} = \varphi$ die operatie, die tot opt. staat als opt. tot vermenigv.

Wijsbegeerte kan niet wiskundig in elkaar zitten, want dan was het slechts een deel der verinnerlijking.

Van het differentieeren ben ik van y naar x (twee variabele grootheden in de natuur) kan ik niet spreken; immers ik kan de schaal op y zoo aanbrengen, dat $y = x$. Maar de hypothese in de

(Hier wijst tot hoo beteekenis in cijfers)

(beide mogelijk)

[redacted] is, dat twee verschillende functies y van x een heel oprichten
/ van elkaar differentieerbaar zijn.

Een diff. quotient ook van natuur ~~[illegible]~~ zoo. Dat beteekenis zijn (kunnen)
(Maar we nemen daarom als onafh. veranderlijke den tijd, gepostuleerd als nooit stil te staan.)
als maar een der variabelen een oogenblik stil staat.

Denkt men zich alle natuur als zeer groote geheele getallen
(en stellen we een proces voor door een differentieerbare functie van den tijd, dan is daarbij gedacht in de verandering v. h. aantal voor Δt)
[redacted], dat als men de variatie tot nauwkeurig

(Voorwaarde van het in dit hypothesen in de geschiedkundige gebleken)

bekijkt, dat de relatieve variatie haast onmerkbaar is, dat dan toch
nog het geheele getal, dat de maat nauwkeurig ~~uitdrukt~~ (aantal botsingen van molecuulen b. v.) nog zeer groot is (dan vermelden. l. de hakkeling in de ordinaat t. o. v. die ordinaten zelf.)

Wij hebben onze functies geconstrueerd, om de natuur te beheerschen.
Dat wij nu ook pathologische functies kunnen construeeren ~~[illegible]~~
er niets toe af dat allen de eersten (voorloopig) voor ons geschikt zijn (gebleken), om
de natuur te beheerschen.

Al wat ik schrijf zijn misschien doodeenvoudige dingen, maar toch
is het voldoende, om allerlei phil. stelsels te ruïneeren, wat ik later (misschien nog wel eens nader uitwerk)

De verschijnselen der wiskunde zijn de eenige, waarover je logisch schematiseerend
kunt schrijven (Peano, Dedekind) omdat we alleen van natuur zelf gebouwd hebben, zeker
weten, dat het zich aan zijn regels zal houden (er geen onbekende (misschien storende) achterverschijnselen zijn.)

De ruimte is niets, dan het domein van de groep der verplaatsingen van een
vast lichaam; het kan ~~[illegible]~~ heel wel, achter de vaste sterren. de vraag
„is er een eind?" is onzin; wij werken op 't oogenblik met een onbegrensd systeem. ~~[illegible]~~
kunnen we later werken met een begrensd systeem. Zoo werkte men vroeger
met landmeten met succes met een platte aarde; later werkte men met
een begrensde aarde, gemeen te kunnen omvatten. ~~Men zegt dan~~ foutief: „Gebleken
is, dat de aarde rond is."

Poincaré zegt eigen, dat nooit zal kunnen blijken, dat de ruimte niet-Euclid. is, omdat
wij haar Euclidisch definieeren. Maar de afstand van 2 punten kan ik streng meten,
als minimumafstand met een maat ~~AB~~. A B (die niet bestaat maar alleen vastheid van zijn)
punten. Dus ~~[illegible]~~ kan ik verifieeren, of gelijkvormige driehoeken A B C D E mogelijk
zijn (d. w. z. met even. zijden), trapezia punten, die wij in ons systeem van natuurbeschouwing
bewegingloos denken. En als hij met een goede bij hen zichzelf zag, zou Poincaré zijn
„~~ge~~definieerd" systeem wel moeten veranderen. Wij kunnen aan de natuur
geen definities voorschrijven, wij experimenteeren en zetten de experimenten in een
wiskundig opgebouwd systeem, dat ze ~~[illegible]~~ zoo goed mogelijk benadert.

Schur: Mathem. Annalen 27; 55; 39; 18;

Poincaré: L'enseignement mathém. t. 6. 1904. p. 257.

Schröder: Nova Acta d. Leop. Carol. Akad. d. Nat. Bd. 71.

Jahresber. Bd 5. S. 81.

The Monist, Oktober 1898. S. 44.

F. Bernstein: Jahresber. XIV. „Die Theorie der reellen Zahlen" (appl. a. d. continuum problem).

A. Korselt: ibid. „Ueber die Grundlagen der Arithmetik."

Hardy: Quarterly Journal of Math. 1903. P. 87

Huntington: Transactions of the American Mathem. Society. 1902.

Hölder: Sächsische Berichte 1901. (Z. 53.)

Jürgens: Jahresber. Bd. 7.

Klein: Neuere Geometrie. (Referat an Lie.)

Enriques: Rendiconti Palermo. XII (1898.)

Le Roy: Revue de métaphysique 1905, 1901.

Cipolla: Periodico di Matematica, anno XX, serie 3, vol. II.

Frischauf: Elemente der Absoluten Geometrie p. 125

Klein: Math. Ann. 4; 6; 7; 17.

Mach: Erkenntnis und Irrtum.

Klein: Erlanger Programm.

Poincaré: Bull. de la Soc. Math. Bd 15.

Pasch: Math. Ann. 32.