

**Formeel Denken 2007**  
**Uitwerkingen Toets 1: Propositielogica**

1. (a)

$$B \wedge L \rightarrow A$$

(b) Er zijn verschillende oplossingen mogelijk door te variëren binnen de propositielogica of binnen de interpretatie van de Nederlandse taal. De eerste twee oplossingen zijn logisch equivalent aan elkaar. De derde oplossing is gebaseerd op een andere interpretatie van het Nederlands en levert dan ook een formule op die niet logisch equivalent is aan de eerste twee.

$$B \rightarrow ((A \rightarrow L) \wedge (\neg A \rightarrow S))$$

$$((B \wedge A) \rightarrow L) \wedge ((B \wedge \neg A) \rightarrow S)$$

$$((B \wedge A) \rightarrow L) \wedge (\neg(B \wedge A) \rightarrow S)$$

2. (a) Als ik niet slaap lees ik, en als ik niet lees slaap ik.

(b) Ik lig niet in bed of ik ben niet alleen dan en slechts dan als ik niet slaap.

3.

$a$	$b$	$\neg b$	$a \wedge \neg b$	$\neg a$	$\neg a \wedge b$	$b \vee (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$	$a \leftrightarrow (b \vee (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b))$
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1

4. Ja, dit geldt, want  $\neg a \rightarrow b$  en  $\neg b \rightarrow a$  hebben dezelfde kolom in de waarheidstabel:

$a$	$b$	$\neg a$	$b$	$\neg a \rightarrow b$	$\neg b$	$a$	$\neg b \rightarrow a$
0	0	1	0	<b>0</b>	1	0	<b>0</b>
0	1	1	1	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>
1	0	0	0	<b>1</b>	1	1	<b>1</b>
1	1	0	1	<b>1</b>	0	1	<b>1</b>

Dit betekent dat ze in precies dezelfde modellen waar zijn, en dat is de definitie van  $\neg a \rightarrow b \equiv \neg b \rightarrow a$ .

5. Ja, dit geldt. Als  $\models f$ , dan is  $f$  waar in ieder model. Als  $f \models g$ , dan is  $g$  waar in ieder model waarin  $f$  waar was. Maar  $f$  is in ieder model waar, dus  $g$  is ook in ieder model waar. Maar dat is precies de definitie van  $\models g$ .