Formeel Denken 2007
Uitwerkingen Inhaaltoets

1. Dit geldt niet. Een tegenvoorbeeld is $f = a$. Er geldt niet $\models \neg f$, want f is niet waar in het model v met $v(a) = 0$. Maar er geldt ook niet $\models f$ want f is niet waar in het model v' met $v'(a) = 1$.

2. $$\exists x, y \in L\big(\neg(x = y) \wedge \forall z \in L\, \neg G(x, z) \wedge \forall z \in L\, \neg G(y, z)\big)$$

3. De invariant

   $P(w) :=$ w bevat een S, w bevat een b en een A of w bevat minstens twee b's

   werkt. Deze invariant geldt voor het startsymbool S, blijft behouden onder de productie regels, en geldt niet voor het woord $aaba$.

4. Bewijs **met inductie**:

   Basisstap: $n = 0$. $2^{2^0} = 2^1 = 2$, dus voor $n = 0$ geldt dat $a_n = 2^{2^n}$.

   Inductiestap: $n > 0$. We mogen als **inductiehypothese** gebruiken dat $a_{n-1} = 2^{2^{n-1}}$ en moeten laten zien dat daaruit volgt dat $a_n = 2^{2^n}$. Dit gaat als volgt:

   $$a_n = (a_{n-1})^2 = (2^{2^{n-1}})^2 = 2^{2^{n-1}} 2^{2^{n-1}} = 2^{(2^{n-1}+2^{n-1})} = 2^{2\cdot 2^{n-1}} = 2^{2^n}$$

5. De taal geproduceerd door deze grammatica bestaat precies uit alle woorden die eindigen op een a. Het is duidelijk dat alle woorden geproduceerd door deze grammatica op een a moeten eindigen, en we kunnen al zulke woorden krijgen door de producties $S \to A \to aS$, $S \to bS$ en $S \to A \to a$.

   Een deterministische automaat die precies de woorden die eindigen op een a herkent is: