

Formeel Denken 2008 Uitwerkingen Tentamen

1.

a	b	$(a \leftrightarrow b)$	$(b \leftrightarrow (a \leftrightarrow b))$	$(a \leftrightarrow (b \leftrightarrow (a \leftrightarrow b)))$
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

2.

$$(W \rightarrow \neg A)$$

De zin zegt alleen iets over onkruid, en niets over andere planten. Dus het kan best zijn dat soms planten die geen onkruid zijn ook niet worden gewaardeerd. Het enige dat de zin zegt is dat *onkruid* zeker niet wordt gewaardeerd.

(Deze interpretatie is open voor discussie, en het is niet fout als je de zin anders hebt geïnterpreteerd. Het belangrijkste is dat je antwoord over de interpretatie van de zin klopt met je formule.)

3. Nee $\models a$ geldt niet. Deze uitspraak betekent dat a waar is in ieder model, maar a is niet waar in een model met $v(a) = 0$.

4.

$$((\exists x \in D P(x)) \rightarrow \neg P(c))$$

5.

$$(\forall x \in M (\exists y \in M (\forall z \in M ((V(z) \wedge O(z, x)) \leftrightarrow z = y))))$$

6. Neem als model $(\mathbb{N}, <)$ en interpreteer de symbolen als

$$\begin{aligned} D &\rightarrow \mathbb{N} \\ R(x, y) &\rightarrow x < y \end{aligned}$$

Onder deze interpretatie bestaat voor iedere x een y met $R(x, y)$, namelijk $x + 1$, maar voor iedere x geldt dat niet voor alle y geldt dat $R(x, y)$, want x zelf is niet groter dan zichzelf.

7. Deze taal wordt gegeven door de reguliere expressie $a^* \cup b^*$ dus

$$\mathcal{L}(a^*b^*) \cap \mathcal{L}(b^*a^*) = \mathcal{L}(a^* \cup b^*)$$

In $\mathcal{L}(a^*b^*)$ moeten alle a 's voor de b 's komen, terwijl dat in $\mathcal{L}(b^*a^*)$ juist andersom moet zijn. Hieruit volgt dat a en b niet tegelijk in een woord uit de doorsnede kunnen voorkomen.

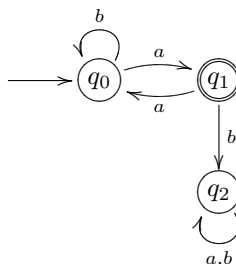
Deze taal is niet-leeg, want bevat het element λ , en zelfs oneindig, want bevat a^n voor iedere $n \in \mathbb{N}$.

8.

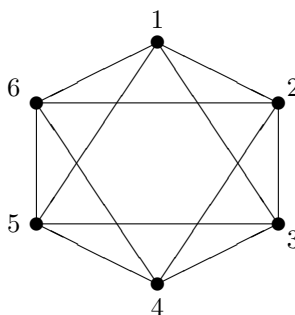
$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid B \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \end{aligned}$$

De gegeven grammatica was niet rechtslineair want in de regel $S \rightarrow AB$ staat het hulpsymbool A niet aan het eind van de rechtekant.

9.



10.



Deze graaf kan zonder snijdende lijnen worden getekend door de lijnen $(1, 3)$, $(3, 5)$ en $(5, 1)$ 'buitenom' te tekenen.

Deze graaf heeft $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ lijnen. Hij is samenhangend want tussen ieder tweetal punten is een pad, en is geen boom want hij bevat de cykel $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$.

11. $a_2 = 16$, want $a_0 = 2$, $a_1 = a_0^2 = 2^2 = 4$ en $a_2 = a_1^2 = 4^2 = 16$.

We bewijzen dat voor alle n geldt dat $a_n = 2^{(2^n)}$ met **inductie naar n** .

Basisstap. Dit is het geval $n = 0$. We hebben $a_0 = 2$ en $2^{(2^0)} = 2^1 = 2$, dus voor $n = 0$ klopt het.

Inductiestap. Neem als **inductiehypothese** aan dat we al weten dat

$$a_n = 2^{(2^n)} \tag{IH}$$

