Formeel Denken 2009
Uitwerkingen Toets 1: Propositielogica

1. (a)
$$((\neg A \vee B) \wedge \neg(\neg A \wedge B))$$
   (b)
$$(A \to C)$$

2. (a) *Als ik een appel eet, dan zit ik in een café, mits ik een boek lees.* Deze oplossing lijkt qua structuur sterk op de formule, maar geeft geen mooie zin. De volgende variant lijkt minder op de structuur van de formule, maar geeft een duidelijkere zin in het Nederlands: *Als ik een appel eet en een boek lees dan zit ik in een café.*
   (b) *Het is niet zo dat ik geen appel eet precies dan als ik een boek lees.*
   Dit is equivalent aan:
   Ik eet een appel precies dan als ik een boek lees.

3.
$$(\neg a \to ((b \wedge \neg b) \to a))$$

a	b	$\neg b$	$b \wedge \neg b$	$b \wedge \neg b \to a$	$\neg a$	$\neg a \to b \wedge \neg b \to a$
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1

4. Ja zo'n f bestaat. Neem voor f de formule a. Dit geeft de waarheidstabel:

f	$\neg f$
a	$\neg a$
0	1
1	0

   Uit deze waarheidstabel blijkt dat f niet waar is in alle modellen (namelijk niet in het model v_0 met $v_0(a) = 0$) en dus dat niet $\models f$. Uit de tabel blijkt ook dat $\neg f$ niet waar is in alle modellen (namelijk niet in het model v_1 met $v_1(a) = 1$) en dus dat $\models \neg f$ ook niet geldt.

5. Neem voor g de formule $(\neg a \to b)$. Uit de waarheidstabel

			g	
a	b	$\neg a$	$\neg a \to b$	$a \vee b$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

   blijkt dat g en $a \vee b$ in precies dezelfde modellen waar zijn (de kolommen zijn gelijk), en dus geldt $g \equiv a \vee b$.