

Formeel Denken 2010
Toets 3: Talen en automaten
(16/11/10)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Iedere opgave is tien punten waard, het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien, en de eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

De eerste vijf opgaven gaan over de taal

$$L_1 := \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{iedere } a \text{ in } w \text{ wordt direct gevolgd door tenminste twee } b\text{'s}\}$$

Er geldt dus $\lambda \in L_1$ en $aabb \notin L_1$.

1. Geef een reguliere expressie die L_1 beschrijft.
2. Is $\overline{L_1}$ ook een reguliere taal? Zo ja, geef een reguliere expressie die $\overline{L_1}$ beschrijft.
3. Geldt $L_1^* = L_1$? Verklaar je antwoord.
4. Geef een rechtslineaire contextvrije grammatica die L_1 beschrijft.
5. Geef een eindige automaat die L_1 herkent.

De volgende drie opgaven gaan over de contextvrije grammatica G_2 :

$$S \rightarrow aSb \mid \lambda$$

Zoals in het college is verteld beschrijft deze grammatica een niet-reguliere taal.

6. Laat zien dat $aabb \in \mathcal{L}(G_2)$.
7. Iemand wil laten zien dat $ba \notin \mathcal{L}(G_2)$ en beweert dat

$$P(w) := \text{in } w \text{ komen alle } a\text{'s voor de } b\text{'s}$$

hier een geschikte invariant voor is. Klopt dit? Verklaar je antwoord.

8. Geef een invariant van G_2 die laat zien dat $abb \notin \mathcal{L}(G_2)$. Verklaar je antwoord.

De laatste opgave gaat over de contextvrije grammatica G_3 :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abA \mid baB \mid \lambda \\ A &\rightarrow abB \mid baS \\ B &\rightarrow ba \end{aligned}$$

9. Is deze grammatica rechtslineair? Verklaar je antwoord. Indien dit zo is, geef een eindige automaat die $\mathcal{L}(G_3)$ herkent.