

**Formeel Denken 2010**  
**Toets 4: Discrete wiskunde**  
(07/12/10)

Iedere opgave in deze toets is vijftien punten waard. Het cijfer voor de toets is het aantal punten gedeeld door tien, en de eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

1. Leg uit waarom de som van de graden in een graaf altijd even is.
2. Bestaat er een boom met een Hamiltonpad? En bestaat er een boom met een Hamiltoncykel? Verklaar je antwoorden aan de hand van de definities.
3. Wat is het kleurgetal van de graaf  $K_n$ . Verklaar je antwoord aan de hand van de definities.
4. Geef een recursieve definitie van de faculteitsfunctie

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

Laat deze definitie beginnen met het geval dat  $n = 0$ .

5. De eerste drie machten van 6 zijn 6, 36 en 216. Deze getallen eindigen alle op een 6. Laat met inductie zien dat *alle* positieve machten van 6 op een 6 eindigen. Geef hierbij expliciet het predikaat  $P(n)$  op dat je met inductie aan het bewijzen bent.
6. Geef één van de manieren om de binomiaalcoëfficiënten  $\binom{n}{k}$  te definiëren. Laat vervolgens zien waarom volgens deze definitie de relatie

$$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$$

geldt voor alle  $n \geq 0$  en  $0 \leq k \leq n$ . Wat betekent deze relatie voor de driehoek van Pascal?