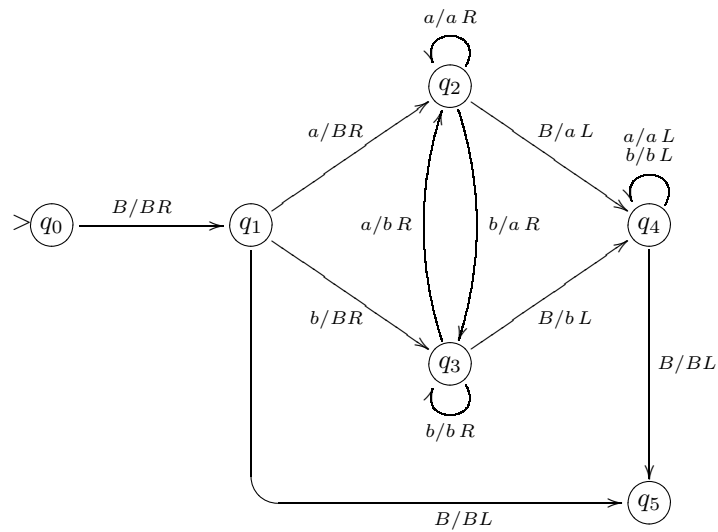
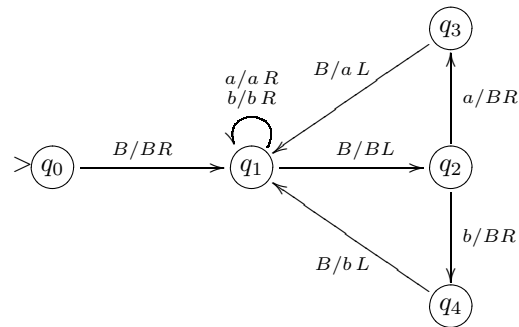


Berekenbaarheid 2005, Uitwerking toets 1

1.



of

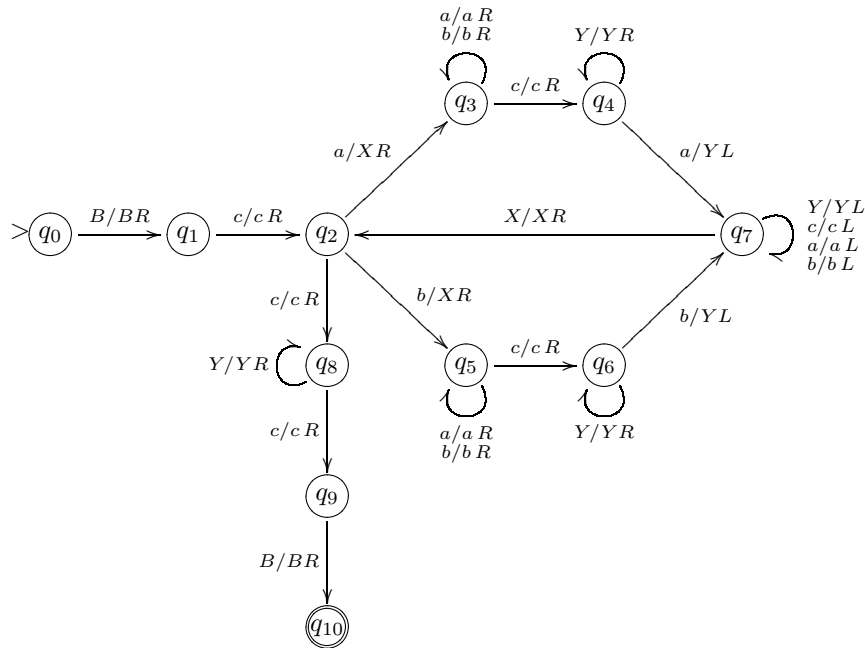


Opmerkingen:

- In de opgave wordt gespecificeerd dat de machine de tape moet terugspoelen naar het begin, en dat hij – ongeacht wat de input is – altijd in dezelfde toestand (q_f) moet eindigen.
- In deze machines is q_f resp. q_5 en q_2 (dus resp. $f = 5$ en $f = 2$), maar die moeten *geen* dubbel rondje, want het gaat hier niet om het herkennen van een taal, dus er is geen spraken van eindtoestanden.

- Check altijd de randgevallen! (In deze opgave is dat als de input leeg is.) Als je dat in dit geval niet doet 'vergeet' je de pijl van q_1 naar q_5 in de eerste oplossing.
- De tweede oplossing heeft minder toestanden, maar de eerste oplossing is efficiënter, want die doet $2n + 2$ stapjes i.p.v. $4n + 2$ stapjes (waarbij n de lengte van de input w is).

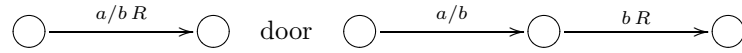
2.



Opmerkingen:

- In de expressie $cwcwc$ zijn de beide w 's *hetzelfde* woord. De Turing machine moet dus checken of de strings tussen de c 's identiek zijn.
 - Controleer aan het eind van de string of er niet nog iets achter komt. Dus accepteer de string niet al na de derde c , maar voeg nog de transitie toe naar de toestand q_{10} .
 - Het is in deze opgave niet nodig de a en b door *verschillende* symbolen te vervangen, want met dat onderscheid doe je toch niets meer. Je kunt ze dus net zo goed allebei door hetzelfde symbool vervangen.
 - Bij het herkennen van een taal hoeft je de tape niet terug te spoelen.
3. De standaard Turing machines en atomaire Turing machines herkennen dezelfde verzameling talen wanneer je voor iedere standaard Turing machine een atomaire Turing machine kunt vinden die dezelfde taal herkent, en vice versa.

- Om van een standaard Turing machine een atomaire Turing machine te maken die dezelfde taal herkent: vervang transities van de vorm



en idem voor transities naar links.

Beschrijving in wiskundige stijl:

Gegeven een standaard Turing machine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$.

Definieer

$$Q' = Q \cup (Q \times \Gamma)$$

$$\Sigma' = \Sigma$$

$$\Gamma' = \Gamma$$

$$q'_0 = q_0$$

$$F' = F$$

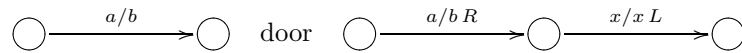
en laat δ' de partiële functie zijn zodat

$$\delta'(q_i, a) = [[q_i, a], b] \quad \text{als} \quad \delta(q_i, a) = [q_j, b, d]$$

$$\delta'([q_i, a], b) = [q_j, d] \quad \text{als} \quad \delta(q_i, a) = [q_j, b, d]$$

en δ' niet gedefinieerd in de overige gevallen. Dan accepteert de atomaire Turing machine $M' = (Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q'_0, F')$ precies de taal $L(M)$.

- Om van een atomaire Turing machine een standaard Turing machine te maken die dezelfde taal herkent: vervang transities van de vorm



waarbij de tweede transitie gelabeld is voor alle $x \in \Gamma$ (waarbij Γ dus het tape alfabet van de atomaire machine is). Vervang verder transities van de vorm



en idem voor transities naar links.

Beschrijving in wiskundige stijl:

Gegeven een atomaire Turing machine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$.

Definieer

$$Q' = Q \cup (Q \times \Gamma)$$

$$\Sigma' = \Sigma$$

$$\Gamma' = \Gamma$$

$$q'_0 = q_0$$

$$F' = F$$

en laat δ' de partiële functie zijn zodat

$$\begin{aligned} \delta'(q_i, a) &= [[q_i, a], b, R] && \text{als } \delta(q_i, a) = [q_j, b] \\ \delta'([q_i, a], x) &= [q_j, x, L] && \text{als } \delta(q_i, a) = [q_j, b] \\ &&& \text{voor alle } x \in \Gamma \\ \delta'(q_i, a) &= [q_j, a, d] && \text{als } \delta(q_i, a) = [q_j, d] \end{aligned}$$

en δ' niet gedefinieerd in de overige gevallen. Dan accepteert de standaard Turing machine $M' = (Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q'_0, F')$ precies de taal $L(M)$.

Opmerkingen:

- De ‘beschrijving in wiskundige stijl’ is *niet* nodig voor een volledig goed antwoord. Hij is alleen in deze uitwerkingen opgenomen om te laten zien hoe zoiets er uitziet. Omgekeerd is het zeer aanbevelenswaardig altijd een plaatje te tekenen, als uitleg van wat er precies gebeurt.
- Bij het emuleren van een atomaire Turing machine met een standaard Turing machine kun je er niet vanuit gaan dat de atomaire transitie alleen in de combinatie van een schrijf-transitie en een beweeg-transitie voorkomen.
- Bij het emuleren van een stap van een standaard Turing machine in een atomaire Turing machine moet je *eerst* schrijven en dan pas bewegen, want anders schrijf je op het verkeerde vakje.
- Als je alleen laat zien dat een standaard Turing machine geëmuleerd kan worden door een atomaire Turing machine, en dus niet omgekeerd, dan heb je niet laten zien of atomaire Turing machines misschien niet krachtiger zijn dan standaard Turing machines.
- Ook als je niet weet hoe de vertaling van het ene soort Turing machine naar het andere soort zou moeten, schrijf in ieder geval het schema van het bewijs op, zodat we kunnen zien dat je wel weet wat de globale aanpak van het probleem is.
- In ‘de Turing machine M die de taal L accepteert’ schrijf je ‘accepteert’ met een ‘t’ en niet met een ‘d’.