

## Berekenbaarheid 2006, Uitwerking inhaaltoets

1.

$$M_\emptyset : \quad \curvearrowright \textcircled{q_0} \curvearrowleft x/xR$$

waarbij  $x \in \{B, 0, 1\}$ .

(Merk op dat het hier om de lege taal  $\emptyset$  ging, en niet om de taal  $\{\lambda\}$  bestaande uit de lege string.)

2. Het bewijs van de onbeslisbaarheid van  $EQ$  bestaat uit twee reducties. Het blank tape probleem  $B$  reduceert naar het probleem uit de hint  $E$ . Het probleem uit de hint  $E$  reduceert naar het probleem uit de opgave  $EQ$ . Omdat  $B$  onbeslisbaar is, is daarom ook  $E$  onbeslisbaar, en dus ook  $EQ$  onbeslisbaar.

De reductie van  $B$  naar  $E$ : Om het antwoord van  $B$  met als input  $M$  te krijgen geef je  $E$  de machine  $M'$ , waarbij  $M'$  de machine is die eerst zijn input wist en dan  $M$  uitvoert.

De reductie van  $E$  naar  $EQ$ : Om het antwoord van  $E$  met als input  $M$  te krijgen geef je  $EQ$  de input  $R(M)R(M_\emptyset)$ , waarbij  $M_\emptyset$  de machine is die de lege taal accepteert. Deze reductie werkt omdat een machine  $M$  precies dan de eigenschap heeft dat hij voor geen enkele input stopt, in het geval dat hij de lege taal accepteert door stoppen.

3.

$$R^*(x, y) = c_1^{(1)} \left[ \mu z. \text{eq}(x, \text{dec}(0, z)) \cdot \text{eq}(y, \text{dec}(\text{gdl}(z) \dot{-} 1, z)) \cdot \text{sg} \left( \left( \prod_{i=0}^{\text{gdl}(z) \dot{-} 2} R(\text{dec}(i, z), \text{dec}(i+1, z)) \right) + \text{eq}(\text{gdl}(z), 1) \right) \right]$$

(Merk op dat het niet erg is dat de  $\mu$  operator ook getallen 'probeert' die helemaal geen legale Gödel-getallen van een rijtje zijn. De constructie  $\text{sg}(\dots + \text{eq}(\dots, 1))$  is nodig omdat anders het rijtje ter lengte 1 niet goed werkt.)