

Berekenbaarheid 2007, toets 3

maandag 7 mei, 11.45–12.30

Er zijn 3 onderdelen die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. Je mag bij elke opgave gebruiken dat de functies in de lijst op de achterzijde van dit blaadje primitief recursief zijn.

1. De functie f is gedefinieerd door

$$f(x) = \text{de som van de eerste } x \text{ priemgetallen}$$

(Dus $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $f(2) = 5$, etc.) Schrijf de functie f in de vorm $\text{primrec}(g, h)$, met g en h functies uit de lijst op de achterzijde van dit blaadje, of composities van zulke functies.

2. De functie k is gedefinieerd door

$$k(x) = \begin{cases} 1 & \text{als } x \text{ een derdemacht is} \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Laat zien dat k primitief recursief is.

3. Laat l een primitief recursieve functie zijn. De functie m is gedefinieerd door

$$m(x) = \begin{cases} 1 & \text{als er } y, z \geq x \text{ bestaan met } y > l(z) \text{ en } z > l(y) \\ \uparrow & \text{anders} \end{cases}$$

Laat zien dat m een μ -recursieve functie is.

Primitief recursieve functies

$$\text{id}(x) = x$$

$$z(x) = 0$$

$$s(x) = x + 1$$

$$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$$

$$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$$

$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$	$\text{eq}(x, y) = \text{als } x = y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$
$\text{add}(x, y) = x + y$	$\text{ne}(x, y) = \text{als } x \neq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$
$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$	$\text{max}(x, y) = \text{het maximum van } x \text{ en } y$
$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$	$\text{min}(x, y) = \text{het minimum van } x \text{ en } y$
$\text{exp}(x, y) = x^y$	$\text{quo}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } \lfloor x/y \rfloor \text{ anders } 0$
$\text{sg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{rem}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } x \bmod y \text{ anders } x$
$\text{cosg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 0 \text{ anders } 1$	$\text{divides}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ en } y \mid x \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$
$\text{lt}(x, y) = \text{als } x < y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{even}(x) = \text{als } x \text{ even is dan } 1 \text{ anders } 0$
$\text{gt}(x, y) = \text{als } x > y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{prime}(x) = \text{als } x \text{ priem is dan } 1 \text{ anders } 0$
$\text{le}(x, y) = \text{als } x \leq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{pn}(x) = \text{het } x\text{-de priemgetal}$
$\text{ge}(x, y) = \text{als } x \geq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	(dus $\text{pn}(0) = 2$, $\text{pn}(1) = 3$, etc.)