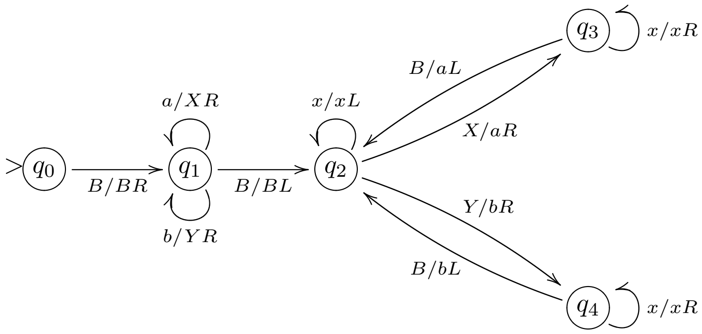
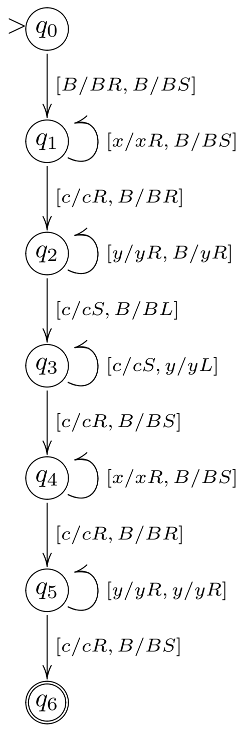
Berekenbaarheid 2007, uitwerkingen tentamen

1.

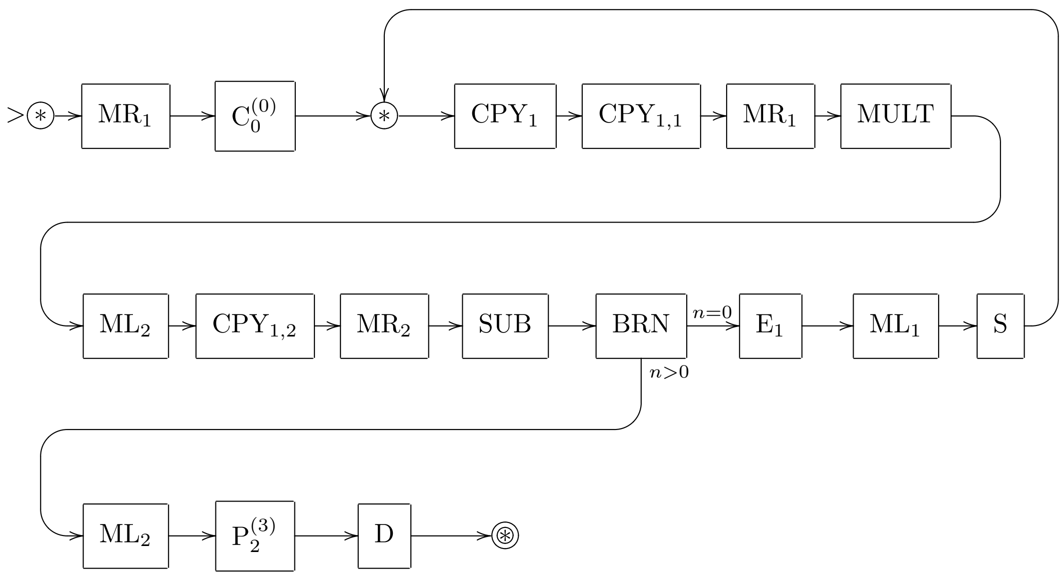
$x \in \{a, b\}$



2. $x \in \{a, b, c\}$
$y \in \{a, b\}$



3.



4.

$$e = \mathsf{sub} \circ (\mathsf{add} \circ (\mathsf{exp} \circ (p_1^{(2)}, c_2^{(2)}), \mathsf{exp} \circ (p_1^{(2)}, c_2^{(2)})), \mathsf{mult} \circ (p_1^{(2)}, p_2^{(2)}))$$

5.

$$d = \mathsf{primrec}\big(c_0^{(0)}, s \circ \mathsf{add} \circ (p_1^{(2)}, p_2^{(2)})\big)$$

6.

$$k(n) = c_1^{(1)}\big(\mu p.\, \mathsf{prime}(p) \cdot \mathsf{prime}(p+n)\big)$$

7. Een recursieve taal is een taal waarvoor er een Turing machine M bestaat die die taal herkent door eindtoestand, waarbij M stopt voor iedere input.

8. De taal van het halting probleem

$$L_H := \{R(M)w \mid M(w)\downarrow\}$$

is niet recursief. Als deze taal recursief was, dan zou hij door een Turing machine worden herkend die voor iedere input stopt, en deze Turing machine zou dan het halting probleem beslissen. Maar het halting probleem is onbeslisbaar.

9. Het blank tape probleem reduceert naar dit probleem. Daaruit volgt dat dit probleem onbeslisbaar is.

Om het blank tape probleem met dit probleem op te lossen: stel dat we van een machine M met tape alfabet $\{0, 1, B\}$ willen weten of het termineert met als input een blank tape. Definieer een machine M' door in M ieder symbool 0 door a en 1 door b te vervangen, en bij iedere toestand voor ieder input symbool $x \in \{a, b\}$ dat niet in een transitie vanuit die toestand voorkomt een transitie $x/c\,R$ naar een nieuwe toestand toe te voegen. Dan schrijft M' een c dan en slechts dan als M termineert. Het probleem uit de opgave voor M' lost dus het blank tape probleem voor M op.