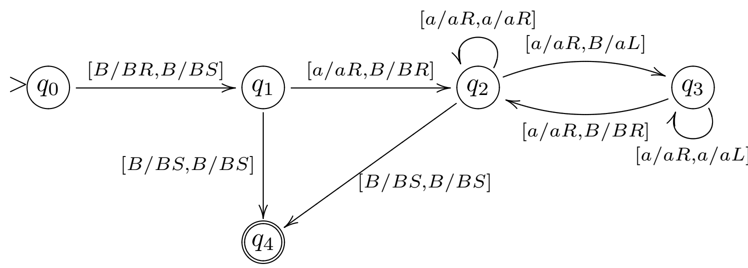
# Berekenbaarheid 2011, uitwerkingen inhaaltoets

1. Het kan ook wel deterministisch, met maar twee tapes, zonder hulpsymbolen en in $|w| + 2$ stappen:




   Om een 3-tape machine als gevraagd in de opgave te krijgen moet je bij iedere transitie nog ‘B/BS’ als derde component toevoegen.

2. De onbeslisbaarheid volgt door het blank tape probleem te reduceren naar dit probleem. Hiervoor moeten we bij een machine $M$ een machine $M'$ construeren zodat $M$ normaal termineert met als input de lege tape precies dan als $M'$ met input de lege tape links van de tape afloopt.

   De naieve constructie is om $M'$ eerst de berekening van $M$ te laten doen, en als dit stopt links van de tape af te lopen. Het probleem hierbij is dat $M$ zelf ook van de tape af kan lopen, wat *niet* geldt als normale terminatie. Dit breekt dan de equivalentie.

   Laat $M'$ daarom eerste een # op het eerste vakje schrijven en daarna de berekening van $M$ één plaats naar rechts verschoven doen. Als $M$ van de tape zou aflopen komt $M'$ op het # symbool en stopt. Als de berekening $M$ normaal termineert gaat $M'$ vervolgens (langs de #) links van zijn eigen tape af.

   Nog een probleem hierbij is dat het probleem uit de opgave over het tape-alfabet $\{B, 0, 1\}$ gaat, en $M'$ dus geen # mag gebruiken. We moeten daarom na de constructie van $M'$ nog een equivalente machine over het kleinere alfabet construeren om aan het probleem uit de opgave te kunnen geven.

3. Dit is de $\mu$-recursieve tegenhanger van de universele Turing machine $U$. Met een beroep op de equivalentie van $\mu$-recursieve en Turing berekenbare functies is het plausibel dat zo'n functie bestaat.

   Wat preciezer: bij een $\mu$-recursieve functie $f$ bestaat er een machine $M_f$ die deze functie berekent. Neem voor $x$ dan de code $R(M_f)$. Voorts correspondeert de functie $u$ met de machine $U$. $u(x, y)$ wordt dan berekend door $U$ als input $R(M_f)$ en $y$ te geven, wat inderdaad de berekening $M_f(y)$ simuleert.