

Berekenbaarheid 2012

Toets 2

14 december 2012

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 9 onderdelen die ieder 1 punt opleveren, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. (a) Geef het toestandsdiagram van een Turing Machine M_1 die de taal

$$\{\lambda\} \cup \{0u \mid u \in \{0, 1\}^*\}$$

herkent door stoppen.

- (b) Geef een code $R(M_1)$ van deze Turing machine M_1 . (Voor de beschrijving van de codering uit Sudkamp zie de achterzijde van dit blaadje.)
- (c) Wat doet M_1 met als invoer deze code $R(M_1)$? Verklaar je antwoord.
- (d) Wat is de invoer voor een universele Turing machine U die correspondeert met de voorgaande vraag? Verklaar je antwoord.
- (e) Gegeven een machine H met de eigenschap dat voor alle $w \in \{0, 1\}^*$ geldt dat $H(R(M_1)w) = 1$ als $M_1(w) \downarrow$, en $H(R(M_1)w) = 0$ als $M_1(w) \uparrow$, waarbij M_1 de machine uit de voorgaande vragen is.

Iemand definieert een machine D die het volgende doet:

- (i) Verdubbel het woord op de tape. (Dus als er $R(M)$ stond staat er daarna $R(M)R(M)$.)
- (ii) Voer H uit.
- (iii) Als er nu 0 op de tape staat, stop. Als er 1 of nog iets anders op de tape staat, ga oneindig naar rechts.

Wat doet D met invoer $R(M_1)$? Verklaar je antwoord.

- (f) Kan H óók nog de eigenschap hebben dat voor alle $w \in \{0, 1\}^*$ geldt dat $H(R(D)w) = 1$ als $D(w) \downarrow$, en $H(R(D)w) = 0$ als $D(w) \uparrow$, waarbij D de machine uit de voorgaande vraag is? Verklaar je antwoord.

2. (a) Laat E het probleem zijn of er voor een willekeurige Turing machine M een invoer w bestaat waarvoor de berekening van $M(w)$ stopt. Kun je de stelling van Rice gebruiken om dit probleem onbeslisbaar te bewijzen? Zo ja, laat op die manier de onbeslisbaarheid van dit probleem zien. Zo nee, waarom niet?
- (b) Laat zien hoe het blank tape probleem B reduceert naar dit probleem E .
- (c) Laat $E_{\leq 100}$ het probleem zijn of er bij een willekeurige machine M een invoer w bestaat waarvoor de berekening van $M(w)$ stopt in ten hoogste 100 stappen. Is dit probleem ook onbeslisbaar?

(Relevant stukje van p. 355 uit het boek van Sudkamp:)

A Turing machine M is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$, where $q_i, q_j \in Q$; $x, y \in \Gamma$; and $d \in \{L, R\}$. We encode the elements of M using strings of 1's:

Symbol	Encoding
0	1
1	11
B	111
q_0	1
q_1	11
\vdots	\vdots
q_n	1^{n+1}
L	1
R	11

Let $en(x)$ denote the encoding of a symbol x . A transition $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginning and end of the representation are designated by three 0's.
