Berekenbaarheid 2015
Toets 2
6 oktober 2015

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de vier opgaven, plus nog 1 gratis punt. In alle opgaven mag je ervan uit gaan dat een universele Turing-machine U al gegeven is: die hoef je dus verder niet te definiëren. Veel succes!

1. Gegeven dat U een universele Turing-machine is zoals op het college is behandeld, dus waarbij de output van U de output van de gesimuleerde machine is. Geef expliciet een woord $w_1 \in \{0,1\}^*$ met $U(w_1) = 101$, en leg uit waarom dit zo is. ($2\frac{1}{2}$ punten)

   Zie de achterkant van dit blaadje voor een relevant citaat uit het boek van Sudkamp over codes van Turing-machines.

2. Het probleem H_M is het halting probleem voor een specifieke Turing-machine M. Hierbij is de input van het probleem dus niet $R(M)w$, maar alleen de input w, en de vraag is of de vaste machine M stopt met input w. ($2\frac{1}{2}$ punten)

   Geef een machine M_2 waarvoor dit probleem H_{M_2} beslisbaar is, leg uit waarom dit zo is, en geef een Turing-machine die dit probleem beslist.

3. Geef een machine M_3 waarbij het probleem H_{M_3} zoals beschreven in de vorige opgave *on*beslisbaar is, en bewijs deze onbeslisbaarheid. (2 punten)

   (Hint: denk aan één van de opgaven van het werkcollege!)

4. Het probleem H_w is het halting probleem voor een specifieke input w. Hierbij is de input van het probleem dus niet $R(M)w$, maar alleen de code van de machine $R(M)$, en de vraag is of M stopt met vaste input w. Zo is bijvoorbeeld het probleem H_λ het blank tape probleem B. (2 punten)

   Laat zien dat H_w onbeslisbaar is voor ieder woord $w \in \{0,1\}^*$.

(Relevant stukje van p. 355 van het boek van Sudkamp:)

A Turing machine M is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$, where $q_i,\ q_j \in Q$; $x, y \in \Gamma$; and $d \in \{L, R\}$. We encode the elements of M using strings of 1's:

Symbol	Encoding
0	1
1	11
B	111
q_0	1
q_1	11
$\vdots$	$\vdots$
q_n	1^{n+1}
L	1
R	11

Let $en(z)$ denote the encoding of a symbol z. A transition $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginnning and end of the representation are designated by three 0's.