

RADBOUD UNIVERSITEIT NIJMEGEN

Faculteit Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica

Examenonderdeel **Semantiek en Logica 2** Deeltentamen over het lambda calculus + type theorie deel,

maandag 26 november 2007, 15:45–17:30 uur

Het maximaal aantal punten dat per opgave behaald kan worden staat in de kantlijn.
(Maximaal 100 punten in totaal.)

1. In deze opgave zijn **K** en ω de bekende termen $\mathbf{K} := \lambda xy.x$, $\omega := \lambda x.xx$. Verder is **A** de volgende term $\mathbf{A} := \lambda xy.y(xxy)$

- (15) (a) Bepaal de reductiegraaf van

$$(\lambda y.(\lambda x.xyyy)\mathbf{K})\omega$$

- (15) (b) Laat zien dat de volgende term geen normaal vorm heeft

AAK

- (10) 2. Voor M een lambda term definiëren we het begrip M heeft een λ -normaalvorm als:

Er is een variabele x en een term P zodat $M \rightarrow_{\beta} \lambda x.P$

Bewijs dat als $N =_{\beta} M$ en M heeft een λ -normaalvorm, dan heeft N ook een λ -normaalvorm.

3. In deze opgave zijn **true** en **false** de bekende termen $\mathbf{true} := \lambda xy.x$, $\mathbf{false} := \lambda xy.y$

- (10) (a) Bepaal een λ -term G zodat voor alle λ -termen M geldt

$$G \mathbf{true} M =_{\beta} M(G \mathbf{false} M)$$

$$G \mathbf{false} M =_{\beta} G \mathbf{true} MM$$

- (15) (b) Bepaal een λ -term die de functie $\max : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$ berekent: $\max(n, m) := n$ als $n \geq m$ en $\max(n, m) := m$ als $n < m$

ZOZ

4. Bepaal de *most general unifiers*

(5) (a) van $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$ en $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$

(5) (b) van $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$ en $\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$

(10) 5. Vind een term M van type

$$((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$$

(15) 6. Laat $P := \lambda xy.(\lambda p.x(yp))(\lambda z.xzz)$.

(a) Bepaal een verzameling type gelijkheden die je moet oplossen om een type voor P uit te rekenen.

(b) Bepaal het *principal type* van P of laat zien dat P niet typeerbaar is.

EINDE
