RADBOUD UNIVERSITEIT NIJMEGEN

Faculteit Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica

Examenonderdeel **Semantiek en Logica 2** Deeltentamen over het logicadeel,
woensdag 23 januari 2007, 15:30–17:30 uur
Het maximaal aantal punten dat per opgave behaald kan worden staat in de kantlijn.
(Maximaal 100 punten in totaal.)

---

1. In deze opgave willen we het volgende bewijzen m.b.v. resolutie

$$\forall x\, R(g\, x, g\,(f\, x)),\ \forall x, y\,(R(g\,(g\, x), g\, y) \to R(g\, y, y)) \\ \vdash \\ \exists u, v\, R(g\, u, f\, v)$$

(10) (a) Schrijf dit probleem als een resolutieprobleem en wijs in uw oplossing aan wat een *programma clausule*, wat een *feit* en wat een *doel* is.

(15) (b) Geef een resolutie-afleiding en de bijbehorende meest algemene antwoord-substitutie.

(15) 2. Schrijf de volgende formule om tot een conjunctie van clausules.

$$\exists x((\forall y\, R(x, y) \vee \exists z\, R(z, x)) \to \forall v\, P(x, v))$$

Doe dit door een equivalente *prenexvorm* te vinden, dan te *Skolemiseren* en de formule dan in *conjunctieve normaalvorm* te brengen. Vergeet niet de uiteindelijke clausules!

(15) 3. Bekijk de volgende clausule C

$$P(x, a) \vee P(x, b) \leftarrow$$

Geef het Herbrand universum van C en geef drie Herbrand modellen van C. Laat zien dat C geen kleinste Herbrand model heeft. (Je kunt bijv. als interpretatie van $P(x, y)$ nemen: er is een pijl van x naar y.)

ZOZ

4. We bekijken het volgende logische programma

$$
\begin{aligned}
P(a,b) &\leftarrow && (1)\\
P(x,c) &\leftarrow P(x,b) && (2)\\
P(y,z) &\leftarrow P(x,y), P(x,z) && (3)\\
P(z,x) &\leftarrow P(x,y), P(y,z) && (4)
\end{aligned}
$$

Als doel nemen we $\leftarrow P(c,a)$. We gaan dit doel met SLD-resolutie oplossen.

(20) (a) Teken een deel van de SLD-resolutieboom (minstens 3 niveaus). Geef aan welke rekenregel u gebruikt. Geef aan wat de succestak is. Geef ook een oneindige tak aan, als die er is.

(10) (b) Geef het Herbrandmodel van het logische programma. (Bijv. door een graph te tekenen met als interpretatie van $P(x,y)$: "er is een pijl van x naar y".)

(15) 5. Welke van de hieronder gespecificeerde Turing machines bestaan? Motiveer je antwoord. (φ gaat over eerste orde formules, PA staat voor de axioma's van de Peano rekenkunde, Prov is het "bewijs" predicaat uit de onvolledigheidsstelling.)

$$
\ulcorner\varphi\urcorner \longrightarrow \boxed{\;M_1\;} \begin{array}{lll} \longrightarrow & 1 & \text{als } \vdash \varphi \\ \longrightarrow & 0 & \text{als } \nvdash \varphi \end{array}
$$

$$
\ulcorner\varphi\urcorner \longrightarrow \boxed{\;M_2\;} \begin{array}{lll} \longrightarrow & \uparrow & \text{als } \varphi \text{ is consistent} \\ \longrightarrow & 1 & \text{als } \varphi \text{ is inconsistent} \end{array}
$$

$$
n, \ulcorner\varphi\urcorner \longrightarrow \boxed{\;M_3\;} \begin{array}{lll} \longrightarrow & 1 & \text{als PA} \vdash \text{Prov}(n, \ulcorner\varphi\urcorner) \\ \longrightarrow & 0 & \text{als PA} \vdash \neg\text{Prov}(n, \ulcorner\varphi\urcorner) \end{array}
$$

EINDE