

Formeel Denken 2005
Uitwerkingen Toets 3: Talen

1.
$$((a \cup b)^* a (a \cup b)^* b (a \cup b)^*) \cup ((a \cup b)^* b (a \cup b)^* a (a \cup b)^*)$$

of

$$(a \cup b)^* ((ab) \cup (ba)) (a \cup b)^*$$

2.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSc \mid B \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \end{aligned}$$

3.

$$S \rightarrow aaS \mid bbS \mid \lambda$$

4. De contextvrije grammatica heeft de invariant

$$P(w) := \begin{array}{l} w \text{ bevat minder dan twee symbolen uit } \Sigma \text{ of} \\ \text{de eerste twee symbolen uit } \Sigma \text{ in } w \text{ zijn niet } aa \end{array}$$

Dit geldt voor het startsymbool S (want dat bevat *nul* symbolen uit Σ), en het is eenvoudig in te zien dat iedere productieregel de invariant behoudt. Maar de invariant geldt niet voor $aabb$.

5. Nee.

Voor iedere taal L geldt dat $\lambda \in L^*$. Hieruit volgt dat $\lambda \notin \overline{L^*}$ en dat $\lambda \in \overline{L^*}$. Dit laat zien dat voor geen enkele taal geldt dat $\overline{L^*} = \overline{L^*}$.

Het maakt dus niet uit welke taal je kiest als tegenvoorbeeld. Neem bijvoorbeeld $L = \Sigma^*$ en $w = \lambda$.