

## Formeel Denken 2006 Tentamen

Dit tentamen is twee tentamens in één:

- Eerstejaars studenten en HBO-doorstromers die dit jaar zijn ingestroomd maken *alle vijftien opgaven*, en krijgen hiervoor de tijd van 13.30–15.30.
- HBO-doorstromers die vorig jaar zijn ingestroomd maken *alleen de eerste negen opgaven*, en krijgen hiervoor de tijd van 13.30–14.45.

Iedere opgave is zes punten waard. Voor mensen die alle opgaven maken is het eindcijfer het aantal punten plus tien gedeeld door tien. Voor mensen die alleen de eerste negen opgaven maken is het eindcijfer het aantal punten plus zes gedeeld door zes. Veel succes!

1. Gebruik de volgende interpretatie voor de atomaire proposities:

H	ik heb het warm
K	ik heb het koud
Z	het is zomer
W	het is winter

Vindt een formule van de propositielogica die hetzelfde betekent als de volgende zin:

*Ik heb het niet koud, want ik heb het warm of het nu zomer of winter is.*

2. Geef de waarheidstabel van de volgende propositielogische formule:

$$\neg a \vee b \wedge a \rightarrow b$$

3. Geldt het volgende logische gevolg?

$$a \vee b \models a \rightarrow b$$

Zo ja: verklaar je antwoord. Zo nee: geef een model dat laat zien dat dit niet geldt.

4. Gebruik het volgende ‘woordenboek’:

$C$	domein van de werelddelen
$e$	Europa
$G(x, y)$	$x$ grenst aan $y$

Formaliseer de volgende zin in de predicaatenlogica met gelijkheid:

*Er is precies één werelddeel dat aan geen enkel ander werelddeel grenst.*

5. Met hetzelfde woordenboek als in de voorgaande opgave, vertaal de volgende formule naar het Nederlands:

$$\exists x, y \in C (x \neq y \wedge \neg \exists z \in C (G(x, z) \wedge G(y, z)))$$

6. Geef een model  $M$  en een interpretatie  $I$  zodat:

$$(M, I) \models \exists x \in D \forall y \in D [R(x, y) \wedge R(y, x)]$$

Verklaar je antwoord.

7. Geef een reguliere expressie voor de taal

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ heeft even lengte}\}$$

8. Geef een rechts-lineaire contextvrije grammatica voor de taal

$$\mathcal{L}(a^*b^*)$$

9. Is er een contextvrije grammatica waarbij geen rechts-lineaire grammatica bestaat die dezelfde taal beschrijft? Verklaar je antwoord.
10. Bestaat er een boom met een Euler-pad? Zo ja: geef een voorbeeld. Zo nee: leg uit waarom niet.
11. We definiëren met recursie:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(n+1) &= \frac{1}{1+f(n)} \quad \text{voor alle } n \geq 0 \end{aligned}$$

Bereken  $f(1)$ ,  $f(2)$  en  $f(3)$ .

Bewijs voorts met inductie naar  $n$  dat

$$0 < f(n) \text{ en } f(n) < 1$$

voor alle  $n \geq 2$ .

12. Op hoeveel manieren kun je drie objecten uit vijf objecten kiezen? Leg uit wat je antwoord met de driehoek van Pascal te maken heeft.
13. Definieer door middel van een toestandsdiagram een deterministische eindige automaat  $M$  die precies de taal  $L$  herkent die gedefinieerd is door

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ heeft even lengte}\}$$

14. Schrijf de machine  $M$  uit je antwoord van de vorige opgave als een 5-tupel. Geef de overgangsfunctie als een lijst gelijkheden van de vorm  $\delta(q_0, a) = q_1$ .
15. Geef door middel van een toestandsdiagram een deterministische eindige automaat die dezelfde taal herkent als de volgende non-deterministische automaat:

