

Formeel Denken 2006 Hertentamen 21/02/2007

Dit tentamen is twee tentamens in één:

- Eerstejaars studenten en HBO-doorstromers die dit jaar zijn ingestroomd maken *alle vijftien opgaven*, en krijgen hiervoor de tijd van 10.30–12.30.
- HBO-doorstromers die vorig jaar zijn ingestroomd maken *alleen de eerste negen opgaven*, en krijgen hiervoor de tijd van 10.30–11.45.

Iedere opgave is zes punten waard. Voor mensen die alle opgaven maken is het eindcijfer het aantal punten plus tien gedeeld door tien. Voor mensen die alleen de eerste negen opgaven maken is het eindcijfer het aantal punten plus zes gedeeld door zes. Veel succes!

1. Formaliseer als een formule van de propositielogica:

Altijd is Kortjakje ziek, midden in de week maar zondags niet.

Gebruik als woordenboek:

KZ	Kortjakje is ziek
Z	het is zondag
W	het is woensdag

Verklaar je antwoord door ook in woorden uit te leggen hoe je de zin hebt geïnterpreteerd.

2. Geef de waarheidstabel van $\neg a \wedge b \vee c \rightarrow d$.
3. Geef een voorbeeld van propositielogische formules f en g zodat $f \models g$ maar $g \not\models f$. Verklaar je antwoord.
4. Formaliseer in de taal van de predicatenlogica met gelijkheid:

Er zijn ten hoogste twee studenten die het hertentamen Formeel Denken doen.

Gebruik als woordenboek:

S	domein van alle studenten
$T(x)$	student x heeft het tentamen Formeel Denken gehaald
$H(x)$	student x doet het hertentamen Formeel Denken

5. Vertaal de predicatenlogische formule

$$\exists x \in S (T(x) \rightarrow H(x))$$

naar het Nederlands volgens het woordenboek in opgave 4. Is deze zin onder die interpretatie waar? Motiveer je antwoord.

6. Geef een interpretatie I en een model M zodat:

$$(M, I) \models \forall x \in D [(\exists y \in D R(x, y)) \wedge (\exists y \in D \neg R(x, y))]$$

Verklaar je antwoord.

7. Geef een reguliere expressie voor de taal

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ bevat ten hoogste twee } c\text{'s}\}$$

8. Geef een rechts-lineaire contextvrije grammatica voor de reguliere taal L uit opgave 7
9. Is er een eindige taal die niet regulier is? Zo ja, geef een voorbeeld van een dergelijke taal. Zo nee, leg uit waarom niet.
10. Geef een graaf met zes punten waarvan ieder punt graad drie heeft. Laat vervolgens zien dat voor iedere $n \geq 2$ er een graaf met $2n$ punten bestaat waarvan ieder punt graad drie heeft.
11. Definieer met recursie de rij a_i door

$$\begin{aligned} a_0 &= -1 \\ a_1 &= 1 \\ a_{i+2} &= a_{i+1} + a_i \quad \text{voor } i \geq 0 \end{aligned}$$

Geef de waarden van a_2 , a_3 , a_4 en a_5 . Bewijs vervolgens met inductie dat $a_i > 0$ als $i \geq 3$.

12. Leg uit waarom $\binom{2n}{n} \leq 2^{2n}$ voor $n \geq 1$. Geef de getallen in deze ongelijkheid voor $n = 1, 2$ en 3 .
13. Geef door middel van een toestandsdiagram een deterministische eindige automaat die de taal L uit opgave 7 herkent.
14. Geef door middel van een toestandsdiagram een non-deterministische eindige automaat met één eindtoestand die de taal

$$\mathcal{L}((a \cup b)^*(b \cup c)^*)$$

herkent.

15. Geef een deterministische eindige automaat die de lege taal over het alfabet $\{a, b\}$ herkent. (Denk er aan dat volgens de definitie in de syllabus een deterministische eindige automaat tenminste één eindtoestand moet hebben.)