

Formeel Denken 2008 Hertentamen

Dit tentamen heeft 15 opgaven en iedere opgave is 6 punten waard. De eerste 10 punten voor deze toets zijn gratis en het cijfer is het aantal punten gedeeld door tien. Veel succes!

1. Geef de waarheidstabel van de volgende propositielogische formule:

$$((\neg a \rightarrow a) \leftrightarrow a)$$

2. Vertaal de volgende Nederlandse tekst naar een formule van de propositielogica:

*Als zij een schip op de kop proberen te tikken, kun je ze opsporen.
Maar alleen als je bevriend bent met een scheepsmakelaar.*

Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

P	zij proberen een schip op de kop te tikken
K	je kunt ze opsporen
S	je bent bevriend met een scheepsmakelaar

Is het volgens deze tekst mogelijk dat je ze kunt opsporen zonder dat je bevriend bent met een scheepsmakelaar? Verklaar je antwoord.

3. Geldt $\models a \vee \neg a$? Verklaar je antwoord.
4. Schrijf de formule van de predikaatlogica

$$\forall x \in D P(x) \wedge (\neg P(c))$$

volgens de officiële grammatica uit de syllabus.

5. Vertaal de volgende Nederlandse zin naar een formule van de predikaatlogica met gelijkheid:

Er is iemand die precies één dochter heeft.

Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

M	het domein van de mensen
$V(x)$	x is een vrouw
$O(x, y)$	x is één van de ouders van y

6. Geef een interpretatie in een model waaronder de volgende predikaatlogische formule waar is:

$$(\exists x_1 \in D (\exists x_2 \in D (\exists x_3 \in D ((R(x_1, x_2) \wedge R(x_2, x_3)) \wedge \neg R(x_1, x_3))))))$$

Verklaar je antwoord.

7. Geef een reguliere expressie voor de taal

$$\mathcal{L}(a^*b^*a^*) \cap \mathcal{L}(b^*a^*b^*)$$

Is deze taal leeg of niet-leeg? Is deze taal eindig of oneindig? Verklaar je antwoorden.

8. Geef een rechtslineaire grammatica die dezelfde taal beschrijft als de contextvrije grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aaA \mid \lambda \\ B &\rightarrow aB \mid \lambda \end{aligned}$$

Leg ook uit waarom bovenstaande grammatica zelf niet rechtslineair is.

9. Teken het toestandsdiagram van een eindige automaat die dezelfde taal herkent als de rechtslineaire grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid aS \mid bS \\ A &\rightarrow S \mid \lambda \end{aligned}$$

10. Teken vier onderling niet-isomorfe bomen met ieder zes punten. Beantwoord voor ieder van deze vier grafen de vraag: hoeveel lijnen heeft deze graaf?

11. We definiëren met recursie de rij van de *hex getallen* a_n door

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_{n+1} &= a_n + 6n \quad \text{voor } n \geq 1 \end{aligned}$$

Geef de waarde van a_3 en leg uit hoe je aan dit antwoord bent gekomen. Bewijs voorts met inductie dat voor alle natuurlijke getallen $n \geq 1$ geldt dat

$$a_n = 3n^2 - 3n + 1$$

12. Geef de waarde van de expressie

$$\binom{6}{0} - \binom{6}{1} + \binom{6}{2} - \binom{6}{3} + \binom{6}{4} - \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$$

Leg uit met welke aanpak je dit hebt uitgerekend.

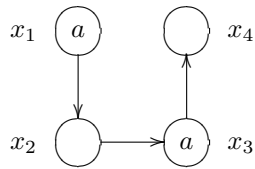
13. Vertaal de volgende Nederlandse zin naar een formule van de modale logica:

Het is noodzakelijk dat als je het vak goed bestudeerd hebt het mogelijk is het tentamen te halen.

Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

B	je hebt het vak goed bestudeerd
T	je haalt het tentamen

14. Wat is deontische logica? Hoe worden de modale operatoren \square en \diamond hierin geïnterpreteerd?
15. In welke werelden van onderstaand Kripke-model



geldt de formule $(a \leftrightarrow \diamond\diamond\square a)$? Verklaar je antwoord.