

**Formeel Denken 2008**  
**Toets 4: Discrete wiskunde**

Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

1. Geef een planaire graaf met kleurgetal 4. Verklaar je antwoord. (15 punten)
2. Voor welke  $n$  heeft  $K_n$  een Eulercykel? En voor welke  $n$  heeft  $K_n$  geen Eulercykel maar wel een Eulerpad? Verklaar je antwoorden. (15 punten)
3. Bewijs met inductie dat iedere boom met  $n$  punten waarbij  $n \geq 1$  precies  $n - 1$  lijnen heeft. Je mag zonder verder bewijs gebruik maken van het feit dat er in iedere eindige boom met twee of meer punten er een punt van graad één bestaat. (15 punten)
4. Definieer met recursie de rij  $a_n$  door:

$$\begin{aligned} a_0 &= 3 \\ a_{n+1} &= a_n^2 - 2a_n \text{ voor } n \geq 0 \end{aligned}$$

Geef de waarde van  $a_{1000}$ . Verklaar je antwoord. (15 punten)

5. Wat is de som

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} \quad ?$$

Je hoeft niet te verklaren waarom je antwoord geldt, het geven van de formule is voldoende. Geef wel ook de expliciete waarde van deze som voor  $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ . (15 punten)

6. Hoeveel manieren zijn er om twee dagen in een week vrij te nemen? Leg uit hoe je dit aantal kunt vinden in de driehoek van Pascal. (15 punten)