

**Formeel Denken 2009**  
**Toets 3: Talen en automaten**

Iedere opgave in deze toets is tien punten waard, en de eerste tien punten zijn gratis. Het cijfer is het aantal punten gedeeld door tien. Veel succes!

De eerste vier opgaven gaan over de taal

$$L_1 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat niet } aa \text{ als deelwoord}\}$$

Dus  $aba \in L_1$  en  $\lambda \in L_1$ , maar  $aaa \notin L_1$ .

1. Definieer een eindige automaat die  $L_1$  accepteert.
2. Geef een reguliere expressie voor  $L_1$ .
3. Geef een contextvrije grammatica die  $L_1$  beschrijft. (Hint: gebruik één van de antwoorden op de vorige twee opgaven.)
4. Geldt  $L_1^* = L_1$ ? Verklaar je antwoord.

De volgende vier opgaven gaan over de contextvrije grammatica  $G_2$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AS \mid Sb \mid \lambda \\ A &\rightarrow aA \mid \lambda \end{aligned}$$

5. Schrijf  $G_2$  als een tripel  $\langle \Sigma, V, R \rangle$ .
6. Geef een rechts-lineaire grammatica die dezelfde taal beschrijft als  $G_2$ .
7. Geef een productie die laat zien dat  $aabb \in L(G_2)$ .
8. Is

$$P(w) := w \text{ bevat niet } ba \text{ als deelwoord}$$

een invariant voor  $G_2$  die laat zien dat  $bbaa \notin L(G_2)$ ? Verklaar je antwoord.

De laatste opgave gaat over de reguliere expressie

$$r_3 := ((ba^*b) \cup a \cup \lambda \cup \emptyset)^*$$

9. Definieer een eindige automaat  $M_3$  met  $L(M_3) = \mathcal{L}(r_3)$ .