Formeel Denken 2011
Inhaaltoets
(10/01/12)

Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien, de eerste tien punten zijn gratis. Zorg ervoor dat je geen onderdelen van een opgave vergeet. Veel succes!

1. Bewijs uit de definitie van logische equivalentie (dus zonder je op de wetten van de Morgan te beroepen), dat voor alle formules f en g van de propositielogica geldt dat:

   $$\neg(f \wedge g) \equiv \neg f \vee \neg g$$

   (15 punten)

2. Gebruik het volgende woordenboek

M	domein van de mensen
b	Abel
d	Adam
v	Eva
$O(x, y)$	x is een ouder van y

   en geef een formule van de predikaatlogica, met haakjes volgens de officiële grammatica uit de syllabus, die het best de betekenis benadert van de zin:

   Omdat Abel nageslacht had, hadden Adam en Eva meer dan twee kinderen.

   (20 punten)

3. Geef een contextvrije grammatica van de reguliere expressies over het alfabet $\{a, b\}$. Het alfabet van deze grammatica moet $\Sigma = \{a, b, (,), *, \cup, \lambda, \emptyset\}$ zijn, er zijn dus acht verschillende symbolen. Zorg ervoor dat je grammatica voldoende haakjes bevat, zodat je reguliere expressies geen ambigue parseringen hebben. Als voorbeeld moeten de reguliere expressies $((aa)a)$ en $(a(aa))$ (allebei woorden met lengte zeven) door de grammatica geproduceerd worden.

   Laat vervolgens met een invariant zien dat het woord $*$ (een woord met lengte één) geen element van de taal van je grammatica is. (20 punten)

4. Geef alle 6 verschillende cykels in de K_3. Laat vervolgens zien dat het aantal verschillende cykels in een graaf *altijd* even is. (15 punten)

5. Geef twee verschillende LTL Kripke-modellen $\mathcal{M}_1$ en $\mathcal{M}_2$ zodat voor $i \in \{1, 2\}$ geldt dat:

   $$\mathcal{M}_i \models \mathcal{G}(a \vee b) \wedge \neg\mathcal{F}((a \wedge \mathcal{X}a) \vee (b \wedge \mathcal{X}b))$$

   (20 punten)