

Formeel Denken 2013
Toets 4: Discrete wiskunde
(2/12/13)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel! Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste tien punten zijn gratis. Deze toets is gesloten boek, en je mag geen rekenmachine gebruiken. Veel succes!

1. Geef een graaf met kleurgetal drie, die geen graaf isomorf aan de K_3 als deelgraaf bevat. Verklaar je antwoord. (15 punten)
2. Geef een graaf die een Hamilton-circuit heeft, en die wel een Euler-pad maar geen Euler-circuit heeft. Zorg er verder voor dat deze graaf een minimaal aantal punten heeft voor deze drie eigenschappen, dus dat geen enkele graaf met minder punten al deze drie eigenschappen kan hebben. Verklaar je antwoord. (15 punten)
3. We definiëren twee rijtjes getallen, a_n en b_n :

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_{n+1} &= 10a_n + n + 1 \quad \text{voor } n \geq 0 \\ b_n &= \frac{1}{81}(10^{n+1} - 9n - 10) \quad \text{voor } n \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Welke van deze twee definities is/zijn recursief? Verklaar je antwoord. (5 punten)
 - (b) Geef de waardes van a_9 en b_1 , en verklaar hoe je deze waardes hebt berekend. (10 punten)
 - (c) Bewijs met inductie dat $a_n = b_n$ voor alle $n \geq 0$. (15 punten)
4. Er zijn 256 verschillende bytes (= rijtjes nullen en enen met lengte acht).
 - (a) Hoeveel van deze bytes hebben precies vier enen? (10 punten)
 - (b) Hoeveel van deze bytes hebben een even aantal enen? (10 punten)
 - (c) Geef aan waar je de antwoorden van de vorige twee opgaven in de driehoek van Pascal kan vinden. Geef hiertoe een voldoende groot deel van de driehoek van Pascal. (10 punten)