

Formeel Denken 2015
Toets 3: Talen en automaten
(21/10/15)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel! Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

1. Geef een reguliere expressie voor de taal: (20 punten)

$$L_1 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s}\}$$

2. Geef een rechtslineaire grammatica G_2 voor de taal: (15 punten)

$$L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat zowel een even aantal } a\text{'s als een even aantal } b\text{'s}\}$$

3. Geef een eindige automaat M_3 bij de contextvrije grammatica G_3 : (20 punten)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aA \mid \lambda \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \end{aligned}$$

dus zo dat $L(M_3) = \mathcal{L}(G_3)$.

4. (a) Laat $|w|_a$ het aantal voorkomens van het symbool a in het woord w zijn, dus bijv. $|abccb|_b = 2$, $|S|_S = 1$ en $|S|_a = 0$. Iemand beweert dat: (10 punten)

$$P(w) := w \text{ bevat } aa \text{ en/of } 2|w|_S + 2|w|_A + |w|_a \leq 2$$

een invariant is voor de contextvrije grammatica G_4 :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BAB \\ A &\rightarrow aaA \mid \lambda \mid aBa \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \mid bBaaA \end{aligned}$$

Klopt dit? Verklaar je antwoord.

- (b) Iemand beweert dat: (10 punten)

$$\mathcal{L}(G_4) = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s}\}$$

Klopt dit? Zo nee, geef een woord dat maar in één van deze twee talen zit. Verklaar je antwoord. (Hint: kijk naar de $P(w)$ uit het vorige onderdeel.)

5. (a) We definiëren: (10 punten)

$$L_5 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ begint met een } a\}$$

Leg uit waarom:

$$L_5^* = L_5 \cup \{\lambda\}$$

- (b) Geef twee talen L en L' met alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ zodat: (5 punten)

$$L \cap L' = \emptyset \quad L^* \neq \Sigma^* \quad L'^* \neq \Sigma^* \quad L \cup L' \neq \Sigma^* \quad L^* \cup L'^* = \Sigma^*$$

Verklaar je antwoord. (Als het je niet lukt aan al deze eisen te voldoen, probeer dan zo veel mogelijk van deze eigenschappen waar te laten zijn.)