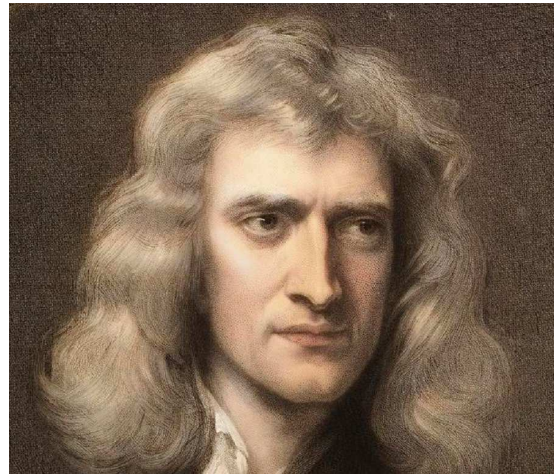


Mysterie & Inzicht

Wetenschap en de wil tot begrijpen

Henk Barendregt
Faculty of Science
Radboud Universiteit
Nijmegen

1. Newton Demystificatie van het wereldbeeld (aanzet)
2. Turing Demystificatie van het denken (aanzet)

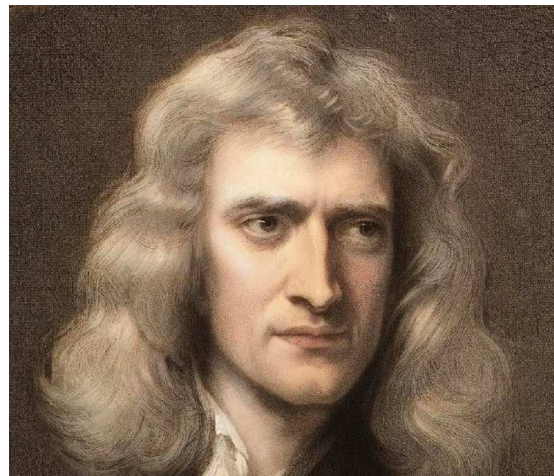


Newton



Turing

1. Newton Demystificatie van de **buitenwereld** (aanzet)
2. Turing Demystificatie van de **binnenwereld** (aanzet)



Newton



Turing

“Is dat altijd zo?” en “Waarom dan?”

Kind van ± 3 jaar:

Waarom? Waarom? Waarom? Waarom? Waarom? Waarom? Waarom? ...

Aristoteles (384-322 vChr.)

Oneindige teruggang $\Rightarrow$ we hebben axioma's nodig

Wetenschap geeft geen absolute zekerheid, maar is de
meest betrouwbare methode om tot kennis te komen:

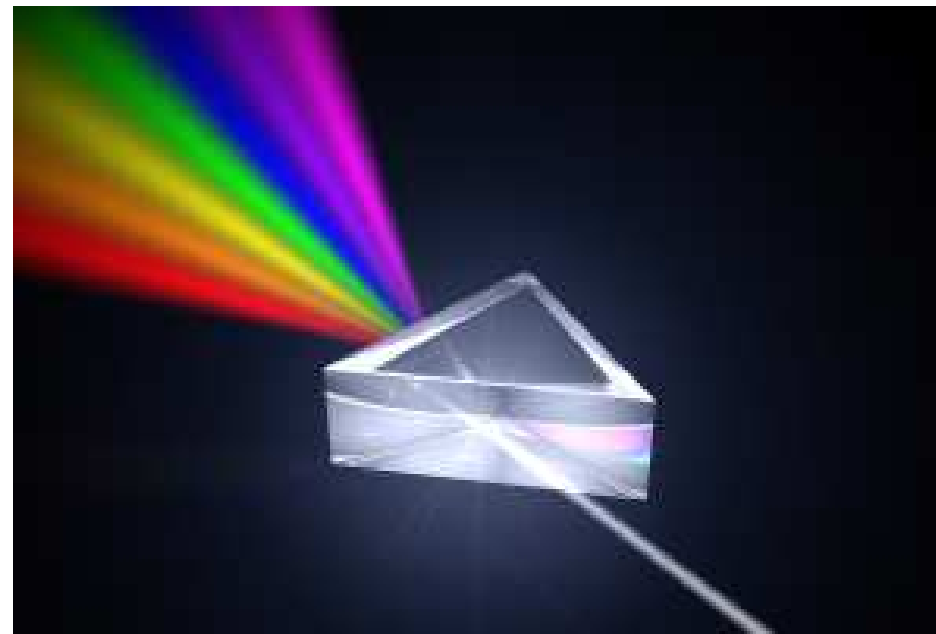
iedere uitspraak mag tegengesproken worden

Wetenschap:

groot aantal verschijnselen terugbrengen tot kleiner aantal

Keats (1795-1821): Blake (1757-1827): “Keep us from Newton’s sleep”

“Newton heeft alle poëzie van de regenboog afgenomen door deze tot het kleureffect van een prisma te reduceren.”



Integendeel: het **mysterie** *verschuift*, de **schoonheid** blijft, en begrijpen verhoogt beide ervaringen

Vaste sterren lijken om de aarde te bewegen
maar niet ten opzichte van elkaar



Grote beer



Orion



Ziggoerat Ur

De Babyloniërs noteerden de sterren heel nauwkeurig
Ze waren goed in wiskunde

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sommige sterren bewegen ten opzichte van de vaste sterren
Dat zijn de zogenaamde *dwaalsterren*
Deze zijn ook veel helderder dan de vaste sterren



Hun bewegingen zijn verrassend
meestal in een oostelijke richting
maar soms gaan ze de andere kant op
Mars (verloop in 10 maanden)

In de klassieke oudheid vormde de beweging van de
dwaalsterren een uitdaging: *beschrijven* en *begrijpen*

Verklaring van de lussen: epicykels

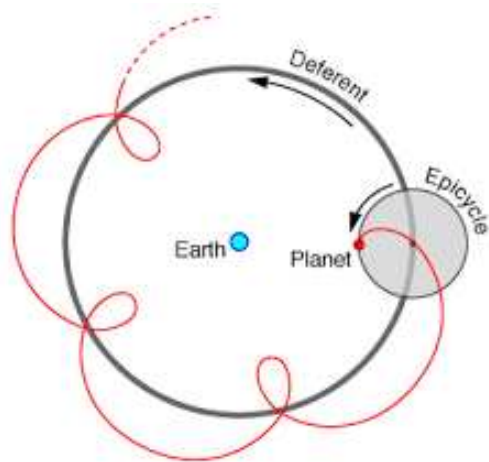
waarschijnlijk door de Pythagoreërs (ca. 540 vC)

Appolonius ± 262 vC rekent ermee; **bestudeert ellipsen**

Hipparchos 190 vC beschrijft nauwkeurig beweging van de zon en van de maan

Ptolemeus 100 nC nauwkeurig voorspellend model van alle astronomische verschijnselen met epicykels (en een andere truc)

Almagest (*ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΤΑΞΙΣ*: de mathematische compositie)
(high-tech!)



Copernicus (1473-1543)

geïnspireerd door Aristarchus (310-230 vC)

Heliocentrisch wereldbeeld (1543):

centrale zon, planeten in cirkels eromheen

Eenvoudiger model, even precies als dat van Ptolemeus

Theologisch voorbehoud (voorwoord door Osiander):

“De auteur heeft alleen de aan een astronoom toevallende taak willen volbrengen, met behulp van hypothesen de hemelbewegingen berekenbaar te maken. Maar het opstellen van die hypothesen houdt helemaal niet in dat de beweringen ook waar, zelfs niet, dat zij ook waarschijnlijk zijn.”

1. Parallax

Als de aarde om de zon beweegt, dan moet je aan de andere kant van de zon een ster vanuit een andere iets hoek zien, maar dat is niet waargenomen (Toch wel: door Bessel in 1838)

2. Kleine epicykels: Copernicus had ze toch nog nodig

(Kan beter: planeten hebben elliptische banen, Kepler 1609)

3. Beweging aarde onmerkbaar. (Toch wel: Foucault slinger, 1851)

4. Oorzaak beweging van de aarde? (Newton 1687)

- **Valwet:** de weg w (in meters) die een voorwerp aflegt na s seconden vallen is onafhankelijk van het gewicht $w = \frac{1}{2}gt^2$, met $g = 9,8$
- **Ontdekkingen** manen van Jupiter, bergen op de maan, fasen van Venus



⇒ verdedigt heliocentrische wereldbeeld ('hypothese' Copernicus)

Om deze laatste reden organiseerde het Vaticaan een proces tegen Galileo waarin hij kon kiezen zijn uitspraken te herroepen of gefolterd te worden

Galileo koos ervoor (met tegenzin) zijn uitspraken te herroepen

Zijn werk en ook dat van Copernicus werd gecensureerd

II.7 Reacties op Galileo proces Vaticaan (1992): Eerherstel Galileo 10/24

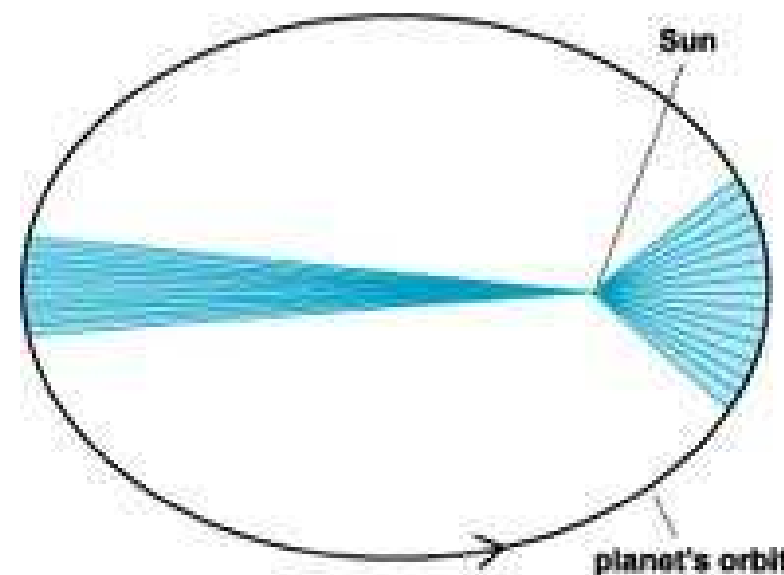
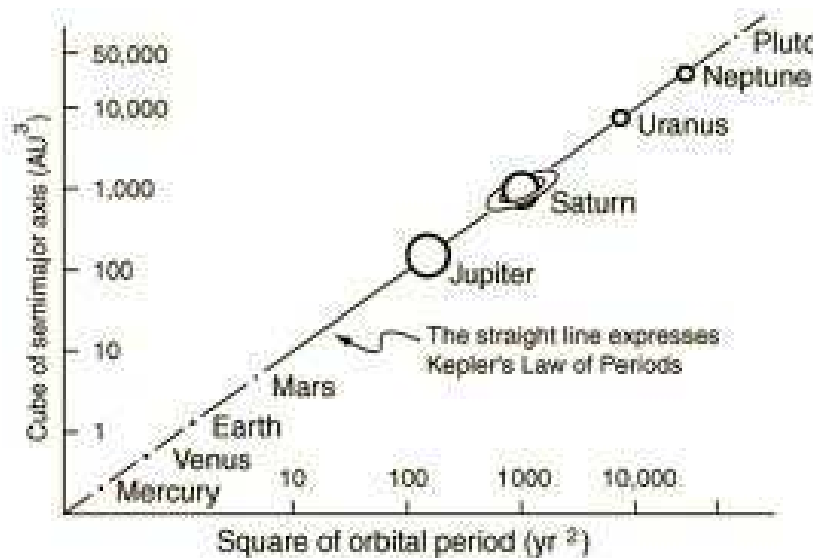
Brecht (1938): Toneelstuk “Het leven van Galileo”

Musil (1952): “De katholieke kerk heeft een ernstige fout begaan toen ze deze man onder bedreiging met de dood tot herroeping dwong in plaats van hem zonder veel plichtplegingen uit de weg te ruimen; want uit de wijze waarop hij en zijn geestverwanten naar de dingen keken, zijn daarna—binnen de kortste keren, wanneer men in historische tijdmaten rekent—de dienstregelingen van de spoorwegen, de automaten, de fysiologische psychologie, en de morele corruptie van deze tijd ontstaan, waartegen zij niet meer opgewassen is.”

Dijksterhuis (1950): “Het heeft het Heilige Officie wel zeer aan hogere leiding ontbroken, toen het deze uitspraak deed. Door verband te leggen tussen natuurwetenschappelijke stellingen, die uiteraard in de toekomst even vatbaar waren voor weerlegging als voor bevestiging, en een geloof, dat per definitionem geen weerlegging hoefde te vrezen en geen bevestiging van node had, opende het de mogelijkheid dat de verdere ontwikkeling van de natuurwetenschap het geloof kon compromitteren, welke mogelijkheid al heel spoedig werkelijkheid zou worden. Men kan overtuigd zijn, dat het Galilei-proces anders verlopen zou zijn, wanneer het in plaats van door Paus Urbanus VIII door een figuur van het formaat van Thomas van Aquino was bestuurd.

Uit precieze waarnemingen van Tycho Brahe (1546-1601) concludeert Kepler (zocht eerst naar harmonie der sferen) (1609), (1619):

- I. De planeten bewegen in ellipsen ('zon' in een brandpunt)
- III. Voor de planeten geldt dat $\frac{r^3}{o^2}$ een vast getal c is met r de gemiddelde afstand tot de zon; o de omlooptijd



Vraag: waarom bewegen de aarde en de andere planeten?

De wetten van Kepler gelden ook voor de manen van Jupiter

De planeten hebben geen voorkeurspositie

Gedachtenexperiment van Newton

Stel je een kunst-maantje k voor net boven het aardeoppervlak

Dan geldt volgens de derde wet van Kepler

$$\frac{r_k^3}{o_k^2} = c = \frac{r_M^3}{o_M^2}$$

Omdat voor de echte maan M de afstand r_M en omlooptijd o_M bekend zijn

en verder ook de afstand r_k (tot het midden van de aarde)

kunnen we hieruit de omlooptijd o_k uitrekenen

Uit deze omlooptijd o_k kun je de versnelling op k uitrekenen

Dat deed Newton en deze bleek 9,8 te zijn! $\Rightarrow$ algemene zwaartekrachtswet

Mechanica (gebaseerd op Galileo en Kepler en Griekse wiskunde)

- Een voorwerp houdt zijn snelheid tenzij er een kracht op werkt
- $F = ma$ (kracht benodigd om massa m versnelling a te geven)
- $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (zwaartekracht tussen massa's m_1, m_2)

Aristoteles: $F = mv$ (snelheid van m onder kracht F)

Nieuwe wiskunde ontwikkeld door Newton: differentiaal en integraal rekening

Een massa m wordt door de aarde met massa M zo aangetrokken: $F = G \frac{mM}{r^2}$

En omdat $F = ma$ krijgt die m een versnelling $a = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$

dus onafhankelijk van m , zoals Galileo had geobserveerd!

Newton: “Met zulke eenvoudige wetten geldig op aarde en in het universum kan het niet anders dan dat God bestaat”

Naast Newton had Leibniz de differentiaal en integraal rekening op de andere manier ontwikkeld waarmee je gemakkelijker kan rekenen maar waarvan de correctheid pas 100 jaar later bewezen werd

Leibniz had een ideaal: construeer

1. een taal, waarin alle problemen precies geformuleerd kunnen worden
2. een machine die alle problemen in die taal kan oplossen

De eerste vraag die Leibniz had willen stellen aan zo'n machine

“Bestaat God?”

Beperkt tot de wiskunde zijn er machines die ver komen

Vraag: Noem een reëel getal x waarvoor geldt $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$?

Antwoord: (gedeeltelijk del Ferro (± 1500); volledig Tartaglia (1530))

Volgens programma 'Mathematica':

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{-b^3}{27a} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{2}{2a}\right) + \sqrt{\left(\frac{-b^3}{27a} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{2}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2}\right)^3}} + \\ \sqrt[3]{\left(\frac{-b^3}{27a} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{2}{2a}\right) - \sqrt{\left(\frac{-b^3}{27a} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{2}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2}\right)^3}} - \frac{b}{3a}$$

Er zijn kleine lettertjes: de vierkantswortels zijn soms complexe getallen, maar door er mee te rekenen krijg je toch de juiste reële getallen

Turing: Zelfs beperkt tot wiskundige vragen
bestaat er geen machine welke deze alle kan beantwoorden

Leibniz' ideaal kan niet vervuld worden voor de rekenkunde welke zich bezig houdt met de getallen $(0,)$ 1, 2, 3, ...

Turing: Er is een taal voor elementair rekenkundige vragen maar geen machine welke al die vragen kan beantwoorden

Niet nu, niet in de toekomst

Er is **geen** reden om aan te nemen dat Sapiens het wél kan

Hiervoor moest Turing (1937) een overzicht maken van alle mogelijke computers (beter: van berekenbaarheid)

- rijk genoeg om alle vormen van berekeningen te vangen
- specifiek genoeg om de onmogelijkheid aan te tonen



Geen beperking op (maar moet per berekening eindig zijn)

- hoeveelheid geheugen
- duur van berekening

Gedurende een berekening doet een TM M het volgende

M is steeds in een 'toestand' en op een 'locatie in geheugen' met input (inp)

* bekijkt de daar aanwezige informatie

* doet een actie, afhankelijk van die informatie en de [interne] toestand

deze actie, opgezocht in een eindige tabel, kan zijn:

** interne toestand veranderen

** informatie vervangen

** locatie veranderen

Als de machine ooit stopt is de restant informatie output (out): $M(\text{inp}) = \text{out}$

Turing maakte aannemelijk: alles wat machinaal berekend kan worden, kan door een TM gedaan worden. Verder

Stelling Er is een universele Turing Machine U die alle andere kan nabootsen

Bewijs idee. Als we machine M willen nabootsen, schrijven we een app_M en laden die als input in een hoek van het geheugen. We construeren U zo dat om op te zoeken wat er gedaan moet worden (afhankelijk van info en toestand), dat niet hoeft in de hardware (van M) maar in het geheugen (in de app). Dus: de overgangstabel gebeiteld in de hardware van M , komt nu in de software van app_M .

$$M(\text{inp}) = U(\text{app}_M, \text{inp})$$

Een TM met input kan stoppen of niet $M(\text{inp})\downarrow$, $M(\text{inp})\uparrow$.

Halting Problem Gegeven inp, geldt dan $U(\text{inp}, \text{inp})\downarrow$?

Deze vraag zal niet oplosbaar zijn door welke TM dan ook

De volgende vraag is dan ook onoplosbaar

$$U(\text{app}, \text{inp})\downarrow?$$

Anders gezegd:

Gegeven een app en een input, dan willen we weten of de universele machine met die app en input stopt

Maar dat kunnen we niet machinaal testen
(bewijs lijkt op leugenaars paradox “Ik lieg nu”)

Bewijs. Stel we kunnen het *halting problem* oplossen.

Dwz we kunnen een (Turing) machine M maken zodat

$$M(\text{inp}) = 1 \iff U(\text{inp}, \text{inp}) \downarrow$$

$$M(\text{inp}) = 0 \iff U(\text{inp}, \text{inp}) \uparrow$$

We kunnen M gemakkelijk veranderen in een M_1 met

$$M_1(\text{inp}) \uparrow \iff U(\text{inp}, \text{inp}) \downarrow \quad (1)$$

$$M_1(\text{inp}) = 0 \iff U(\text{inp}, \text{inp}) \uparrow$$

Omdat U universeel is bestaat er een app_1 met [voor alle inp]

$$M_1(\text{inp}) = U(\text{app}_1, \text{inp}) \quad (2)$$

Maar dat geeft een contradictie (vgl leugenaarsparadox):

$$M_1(\text{app}_1) \downarrow \Leftrightarrow_{(2)} U(\text{app}_1, \text{app}_1) \downarrow \Leftrightarrow_{(1)} M_1(\text{app}_1) \uparrow \text{ QED}$$

These: Iedere menselijke berekening (en dus handeling) kan ook door een TM gedaan worden

Turing (1948) Berekenen met kunstmatige Neurale Netten

Denk aan een tafel met een zeil erop. Door het tafelblad heen kun je het zeil plaatselijk met stokjes omhoog duwen en deze 'heuvels' kunnen bijgesteld worden.

Tafelkleed met heuvels staat onder uniforme regen.

De informatie waar er vijvers komen, is de output

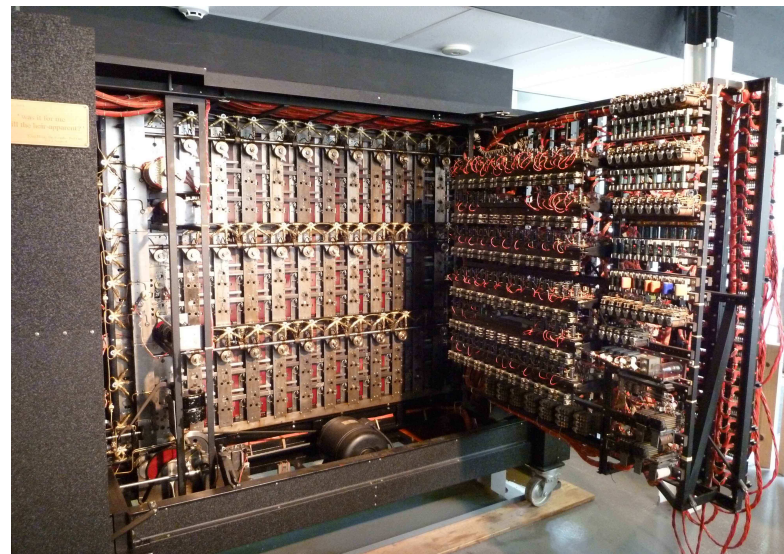
Het systeem is lerend: je kunt proefondervindelijk de resulterende locatie en groottes van de vijvers sturen.

Stelling. Een TM kan een kunstmatig NN nabootsen

De Nazi's hadden een codeer machine voor berichten
Deze 'Enigma' werd gekraakt door Poolse wiskundigen
Maar de sleutel werd steeds veranderd



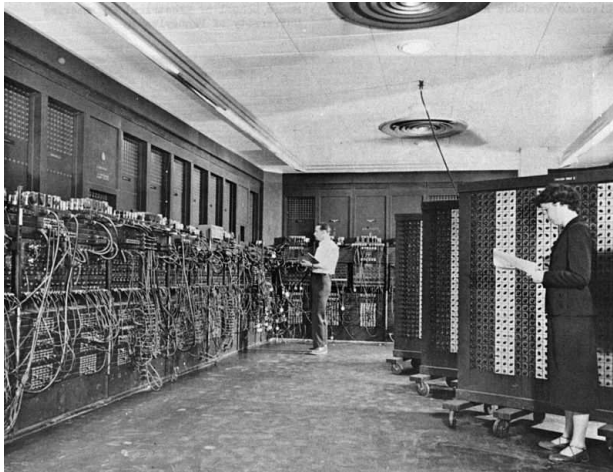
Enigma



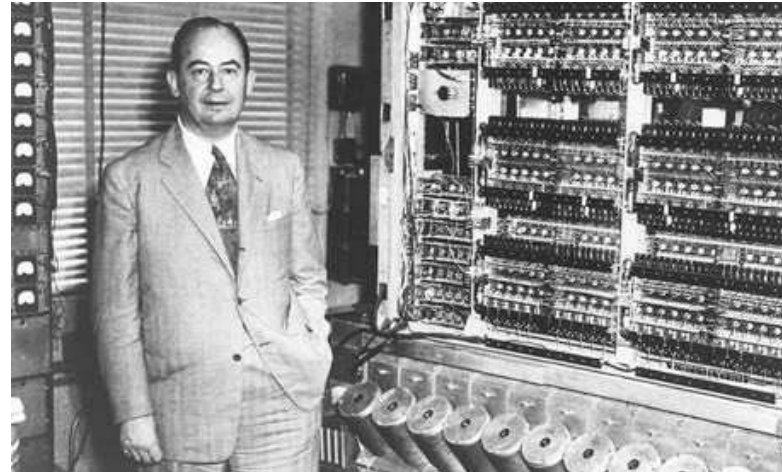
Bombe

Turing bouwde een ad hoc machine 'Bombe' (1939)
die steeds opnieuw machinaal de sleutel kon vinden

Om de atoombom te bouwen waren berekeningen nodig
Een speciale computer was hiervoor beschikbaar
Deze moest voor iedere rekentaak herbouwd worden



Eniac



IAS machine

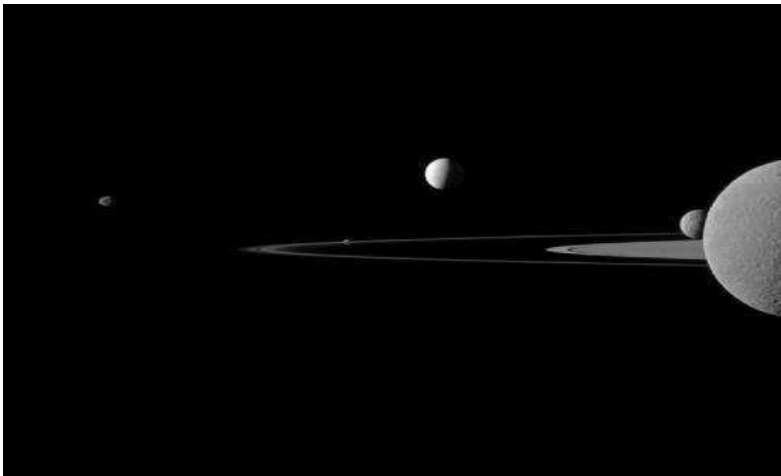
Von Neumann maakte deze universeel (programmeerbaar)
daardoor kon de hardware gehandhaafd worden

G. Dyson: Turing's Cathedral

IV.3 Toepassing. Newton en Turing samen: Cassini-Huygens 24/24

Maar ook gebaseerd op Faraday, Maxwell, Hertz, Marconi, Einstein.

Na een tocht van 7 jaar naar planeet Saturnus landt in 2005 de Huygens sonde op diens maan Titan. Metingen aan Cassini testen nieuwe zwaartekrachtstheoriën.



Toegift 1

Oresme ±1340	Ficino 1462
von Langenstein 1363	...
von Gmunden 1406	Vesalius ² 1537
Peurbach 1440	
Regio de Montanus 1457	¹ Hommel 1543
Novara de Ferrara 1483	Thau ² 1555
Copernicus 1499	Brahé 1565
Rheticus 1535	Kepler 1591
Steinmetz 1567	
Meurer 1582	³ Descartes 1630
Müller 1604	
Weigel 1650	⁴ Pascal 1643
de Volder 1660	GD Cassini 1648
Surrier 1690	J Cassini 1691
Odé 1734	de L'Isle ⁵ 1714
Lulofs 1731	

■ Wetenschappelijke voorganger
of navolger HB

■ Wetenschappelijke familielid HB

* 'Mersenne'⁴ ⁴Pascal' geeft aan dat
Pascal navolger van Mersenne is

* 'Mersenne → van Schooten'
geeft directe opvolging aan

* Mersenne } idem
Roberval }

Rond 1974 bezocht ik regelmatig Oberwolfach een 'wiskunde klooster' in het Zwarte Woud. Daar wordt iedere week een workshop gehouden over een gespecialiseerd wiskundig onderwerp. Tijdens een 'Tagung' over wiskundige logica was er een aardige collega Gisbert Hasenjaeger. Hij bood me tijdens de wandeling een drankje aan. De volgende dag werd er een voordracht gehouden over Turing en zijn decodering van de Enigma code. Na afloop stond Hasenjaeger op en zei: "Wel, aan de andere kant van het front was ik het die de code heeft gemaakt. Gelukkig was Turing intelligenter dan ik, zodat hij mijn code kon kraken."

Zie ook: https://en.wikipedia.org/wiki/Gisbert_Hasenjaeger#Comments_on_the_Enigma_Machine_weakness

