

Exercises Lambda Calculus (Proeftentamen 2)

1. Voor welke van de volgende onderdelen bestaat er een F zodat voor alle X de uitspraak geldt? Je mag ervan uitgaan dat $\mathbf{true} \neq_{\beta} \mathbf{false}$.

- (a) $FF = F$.
- (b) $FX = F$.
- (c) $FX = X$.
- (d) $XX = F$.

2. Laat $P \triangleq \lambda xyz.zxy$, $U_k^n \triangleq \lambda x_1 \dots x_n.x_k$, $Y \triangleq \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))$, en $\Omega \triangleq (\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$. De termen I, K en S moet je kennen.

Van de volgende drie termen reduceert eentje naar S (een normaalvorm), eentje naar Y (die een head normaalvorm heeft) en eentje naar Ω (die geen head normaalvorm heeft). Toon voor iedere term aan welke van deze drie eigenschappen deze heeft door genoemde reducties weer te geven.

- (a) SPYKKY Ω ;
- (b) SKIPU $_2^4$ KISS Ω ;
- (c) SPIKU $_2^3$ KYSI.

3. Construeer een λ -term F zodat het volgende geldt.

$$\begin{aligned} F^{\lceil \lambda x.x^{\lceil} \rceil} &= \mathbf{true}; \\ F^{\lceil \lambda x.xx^{\lceil} \rceil} &= \mathbf{false}. \end{aligned}$$

[Hint. Ter herinnering

$$\begin{aligned} \lceil x^{\lceil} \rceil &= \lambda e.eU_1^3xe \\ \lceil PQ^{\lceil} \rceil &= \lambda e.eU_2^3\lceil P^{\lceil} \rceil \lceil Q^{\lceil} \rceil xe \\ \lceil \lambda x.P^{\lceil} \rceil &= \lambda e.eU_3^3(\lambda x.\lceil P^{\lceil} \rceil)xe. \end{aligned}$$

Zorg dat $F^{\lceil \lambda x.P^{\lceil} \rceil} = H^{\lceil P^{\lceil} \rceil}$ voor geschikte H , door te nemen $F \triangleq \langle\langle B_1, B_2, B_3 \rangle\rangle$.]