Uitwerking FD 2004, toets 1: Propositielogica

October 20, 2004

1. Schrijf de waarheidstabel op van $(a \to b) \to c$

a	b	c	$a \to b$	$(a \to b) \to c$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

2. Geef een formule die logisch equivalent is met $a \vee b$ en alleen voegtekens $\to$ en $\neg$ bevat. (Bewijs je antwoord).

$$\neg a \to b$$

Bewijs door waarheidstabel:

a	b	$a \vee b$	$\neg a$	$\neg a \to b$
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1

Kolom 3 en 5 zijn gelijk, dus formules zijn equivalent.

3. Zijn de volgende uitspraken waar? Bewijs.

(a) Voor alle formules f en g geldt: als $\models g$, dan $\models f \to g$

Stel $\models g$. Dus in de waarheidstabel van g staan alleen 1-en.
Te bewijzen: $\models (f \to g)$, dus te bewijzen dat in de waarheidstabel van $f \to g$ alleen 1-en staan.
De enige manier om $\models (f \to g)$ *onwaar* te maken (gegeven de aanname $\models g$), is als in de waarheidstabel bij f een 1 staat, en bij g een 0 (zie waarheidstabel van de $\to$).
Maar… bij g staat nooit een 0 (zie aanname). Dus deze uitspraak is waar.

(b) Voor alle formules f en g geldt: $f \models g$ of $g \models f$.
Tegenvoorbeeld: stel $f = a$ en $g = \neg a$.
Waarheidstabel:

a	$\neg a$
0	1
1	0

In dit tegenvoorbeeld geldt: niet $f \models g$ én niet $g \models f$ (zie definitie van $f \models g$). Dus deze uitspraak is niet waar.

4. Formaliseer, met behulp van het woordenboek

   (a) $D \rightarrow Z$

   (b) $L \rightarrow D$

   (c) $D \leftrightarrow L$