

Reflectie en Lambda Calculus

Herman Geuvers
Radboud Universiteit Nijmegen
Slides en cursusopzet: Henk Barendregt

1. Reflectie

Reflectie

Actoren: actieve objecten

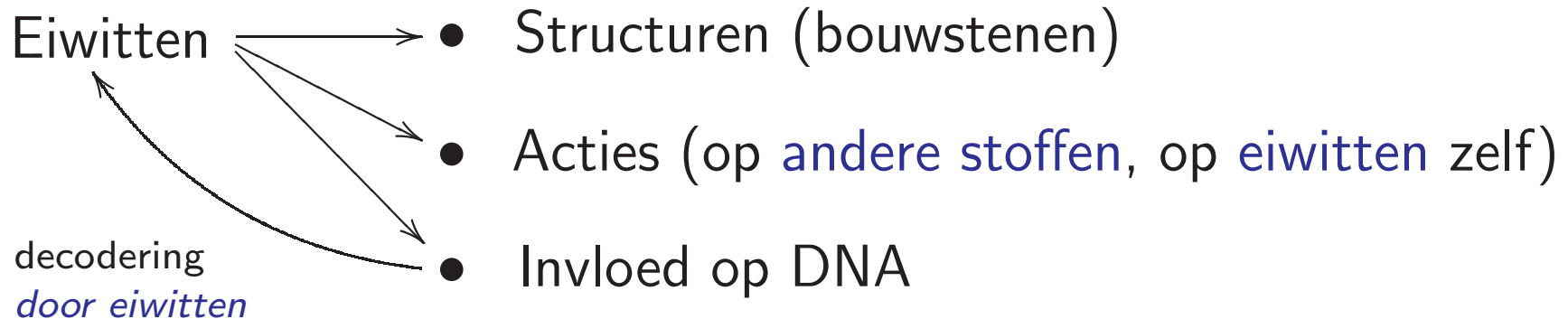
Codes: zelf meestal passief; decodering tot actoren

Interactie: actoren $\longrightarrow$ codes

decodering

Onderwerp	Actoren	Codes
Biologie	eiwitten	DNA
Taal	zinsdelen	'citaten'
Wiskunde	uitspraken	'citaten'
Informatica	berekenbare functies	programma's
Meditatie	bewustzijnsinhouden	opmerkzaamheid

Reflectie in biologie



Eiwitten beïnvloeden DNA voor

- correcties
- duplicatie
- decodering

en hebben dus invloed op zichzelf (essentieel voor het leven)

Reflectie in taal

Taal is actief Zij: Kom je vanavond?
 Hij: Ik kom. Tenzij het regent.

Taal heeft een coderingsmechanisme (Tarski [1933])

- Maria is een lief meisje
- 'Maria' bestaat uit vijf letters

Interactie

Moeder, wat is de betekenis van het woord 'nieuwsgierig'?

Van belang voor taalverwerving, taalanalyse en taaluitbreiding

De zin 'Ik ben droevig' heeft op zich zelf geen emotionele waarde omdat ik hem niet beweerd heb

Reflectie in de wiskunde

Bekijk wiskundige uitdrukkingen

niet op grond van hun *betekenis*
maar op grond van hun *syntactische vorm*

⟶ sterkere resultaten

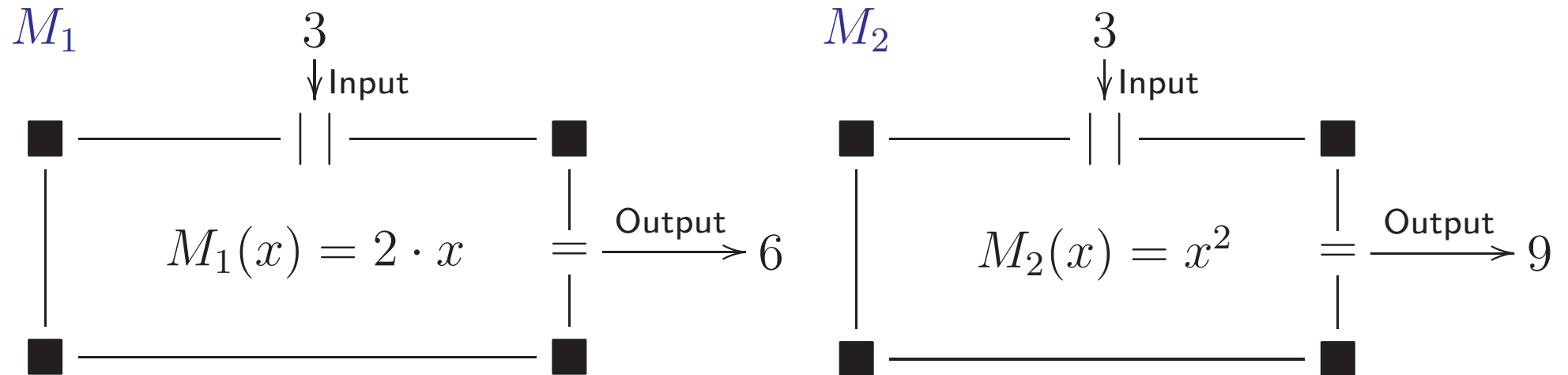
Voor **kwantitatieve** uitdrukkingen: algebra

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Voor **kwalitatieve** uitdrukkingen:

De functie $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ is continu

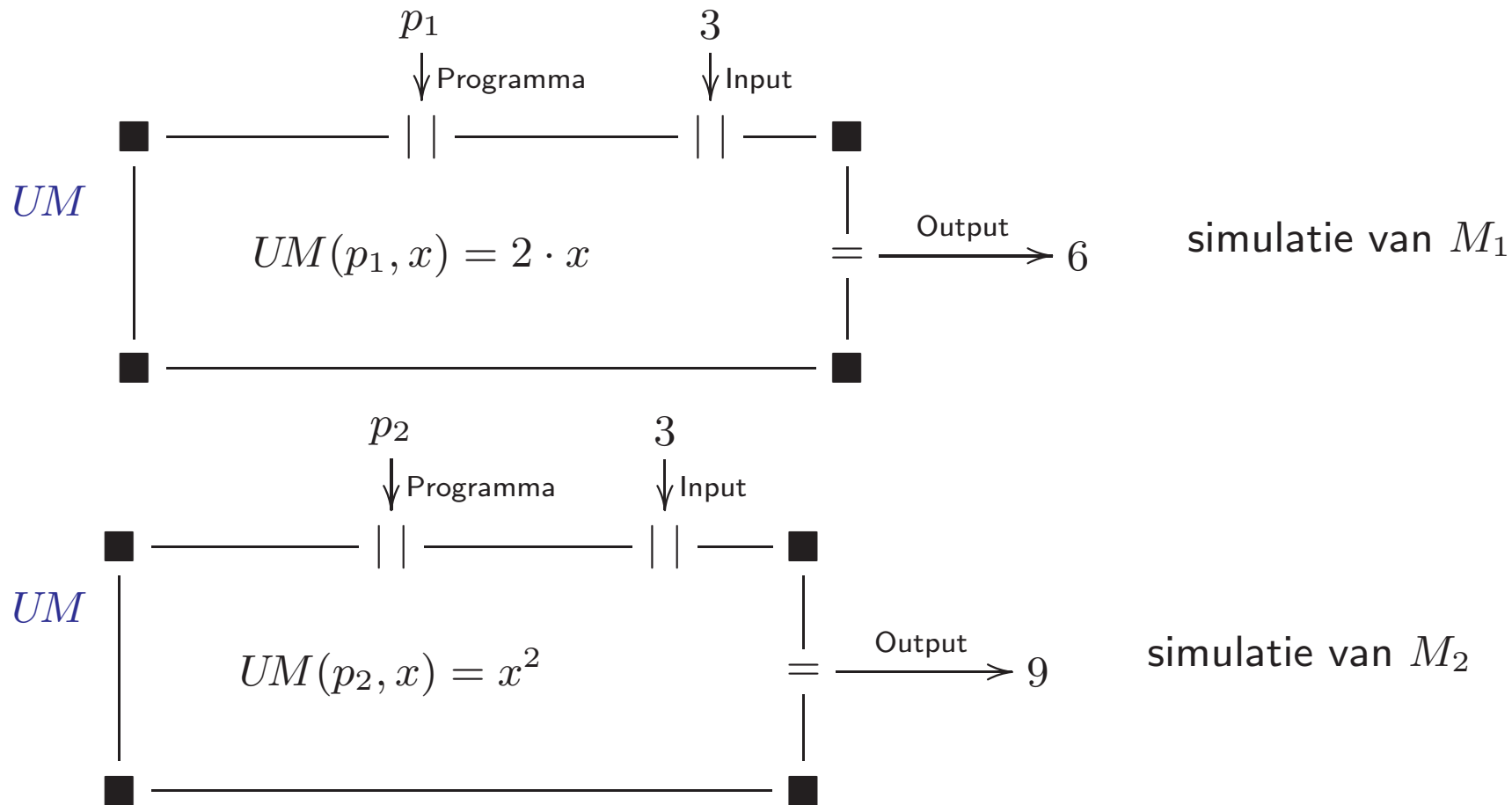
Reflectie in de informatica



Twee *ad hoc* machines:

M_1 voor verdubbeling en M_2 voor kwadrateren

Reflectie in de informatica



Eén Universele Machine UM met programma's die M_1 en M_2 simuleren
 M_2 kan werken op de code van M_1 of zelfs op die van zichzelf:

$M_2(p_1)$ of $M_2(p_2)$

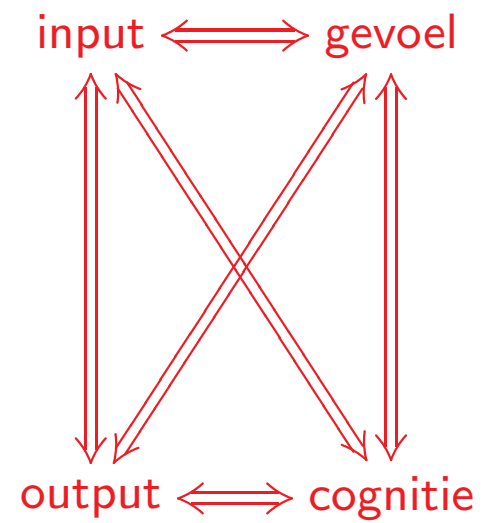
Reflectie in bewustzijn

werkelijkheid	bewustzijn
	waarneming (van kleur)
waarneming (van kleur)	<u>waarneming van de waarneming</u> 'opmerkzaamheid'

gebeurtenis $\mapsto$ droefheid

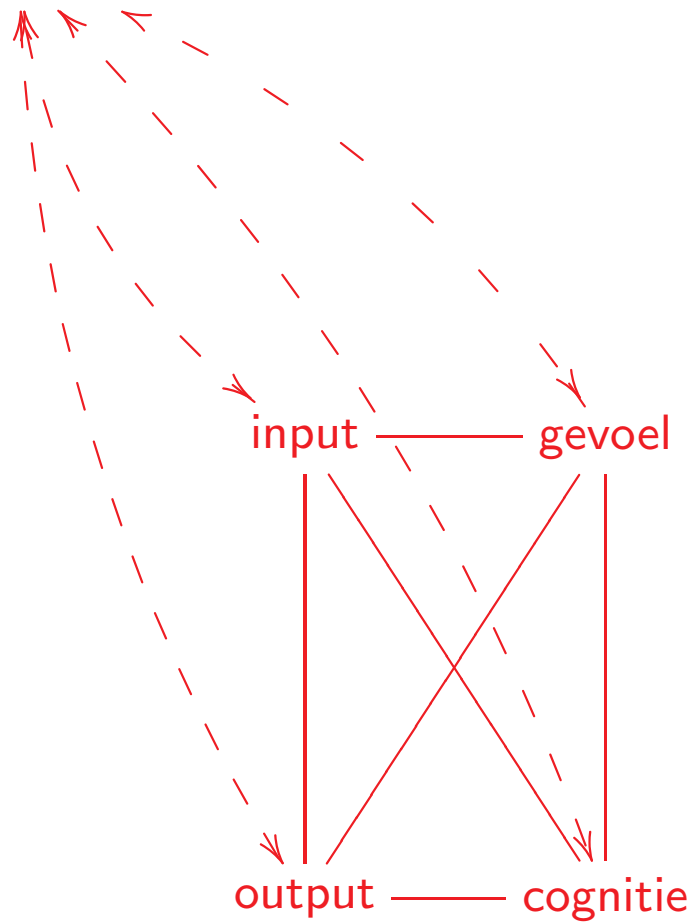
droefheid $\mapsto$ opmerkzaamheid van droefheid

Reflectie in bewustzijn



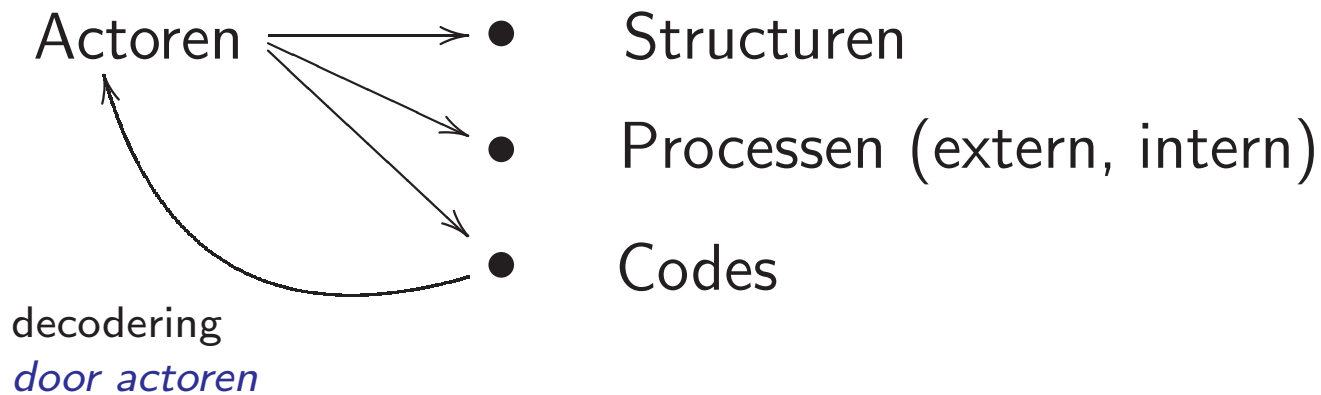
Reflectie in bewustzijn

opmerkzaamheid



Reflectie samengevat

Globale terugkoppeling



Kracht en keerzijde van reflectie

Onderwerp	'nuttig' effect	'ongewenst' effect
Biologie	leven	virussen
Taal	homo sapiens	paradoxen
Wiskunde	wetenschap	essentiële onbewijsbaarheid
Informatica	IT	essentiële onberekenbaarheid
Meditatie	zuivering	verwarring

Lambda Calculus

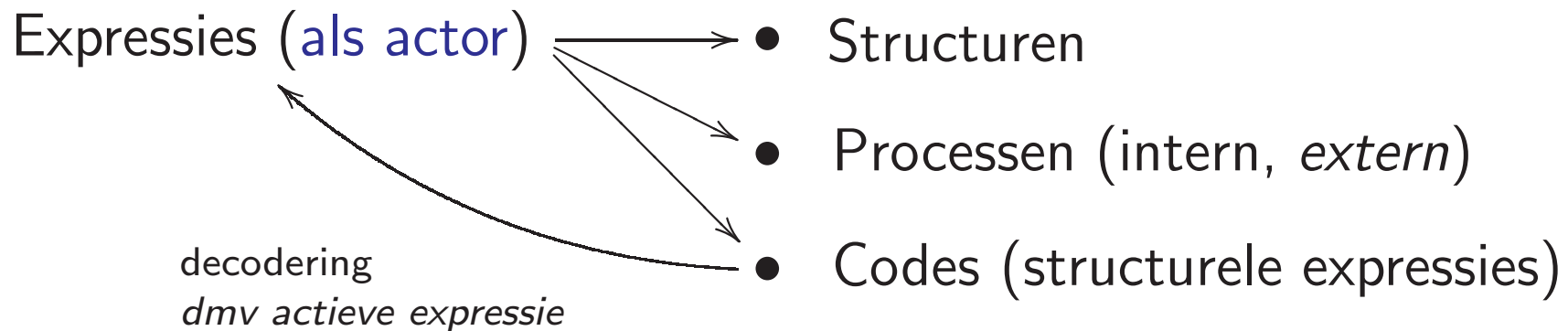
Boodschappen	twee appels en drie peren
Rekenen	abstraheer van voorwerpen $2 + 3$
Rekenkunde	abstraheer van hoeveelheid $a + b = b + a$ onafhankelijk van de waarde van a en b
Algebra	die ' $+$ ' staat nu voor verschillende operaties het gewone optellen laat je los
Logica	laat de predicaten los, zoals $=$ of $<$
Lambda calculus	abstraheer van alle betekenis en waarheid Overblijven louter vormen met operaties erop welke toch weer aan bepaalde wetten voldoen

Welke wetten?

Lambda calculus: theorie van reflectie

Expressies & rekenregels

Expressies: actoren (extern of intern) volgens de rekenregels



$$\begin{array}{ccc} (\lambda x.x \times x) \ 3 & \twoheadrightarrow_{\beta} & 3 \times 3 \\ & \twoheadrightarrow_{\iota} & 9 \end{array}$$

Lambda calculus: theorie van reflectie

Zuiver: zonder externe structuren en processen

Toegepast: met externe structuren en processen

- evolutietheorie
- taalkunde
- wiskunde
- berekenbare functies

$\lambda \longmapsto$ intuïtionistische logica en wiskunde $\longmapsto$ Computer Wiskunde

Representatie van willekeurige wiskundige objecten op een computer door middel van geverifieerde formele bewijzen

Doel: ontwikkelen van een krachtige wiskunde assistent

bestaande wiskunde leren, toepassen

nieuwe wiskunde ontwikkelen