# FM2009

13 april 2010 in Hfml0220 10:30-12:30.
Het maximum aantal punten dat per opgave is aangegeven, 100 punten in totaal.

—

## 1(45)

Beschouw de volgende zinnen in eerste orde predicaten logica.

1. $\forall x.C(x) \rightarrow \exists y.R(y) \wedge D(x,y)$.
2. $\forall x.R(x) \wedge B(x) \rightarrow S(x)$.
3. $\neg\exists x\exists y.C(x) \wedge R(y) \wedge S(y) \wedge E(x,y)$.
4. $\forall x.(C(x) \wedge \exists y.(R(y) \wedge D(x,y) \wedge \neg E(x,y)) \rightarrow F(x)$.
5. $(\forall x.R(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall y.C(y) \rightarrow F(y))$.

Bewijs 5 uit 1-4 met resolutie.
(Hint: $\Gamma \vdash G$ desda $\Gamma, \neg G \vdash \bot$)
Zet eerst iedere formule om naar een clausule (**25pt**).
(Hint: Prenex normaal vorm, Skolem en CNF).

## 2(25)

Bekijk het volgende logische programma:

$$\begin{array}{rcl} E(0) & \leftarrow & \\ O(sx) & \leftarrow & E(x) \\ E(sx) & \leftarrow & O(x) \end{array}$$

a) **(10)** Geef de SLD-boom voor de goal $O(x) \leftarrow$ en beschrijf alle mogelijke antwoord-substituties voor $x$.

b) **(5)** Beschrijf het Herbrand universum.

c) **(10)** Geef het kleinste Herbrand model en een ander model op het Herbrand universum.

## 3(15)

3. Bekijk de volgende clausule $C$,

$$P(x,a) \vee P(x,b) \leftarrow$$

Geef het Herbrand universum van $C$ en geef drie Herbrand modellen van C. Laat zien dat C geen kleinste Herbrand model heeft. (Je kunt bijv. als interpretatie van $P(x,y)$ nemen: er is een pijl van x naar y.)

## 4(15)

Welke van de volgende Turing machines bestaan? Motiveer je antwoorden.

De input is steeds de code $\lceil\varphi\rceil$ van een formule $\varphi$ in de taal van Peano rekenkunde.

PA zijn de axioma's van de Peano rekenkunde. Prov is het 'bewijs' predicaat uit de onvolledigheidsstelling.

1.
$$M_1(\lceil\varphi\rceil) = \begin{cases} 1 \text{ desda} \vdash \varphi \\ 0 \text{ desda} \nvdash \varphi \end{cases}$$

2.
$$M_2(\lceil\varphi\rceil) = \begin{cases} 1 \text{ desda } \varphi \text{ is inconsistent} \\ \uparrow \text{ desda } \varphi \text{ is consistent} \end{cases}$$

3.
$$M_3(n, \lceil\varphi\rceil) = \begin{cases} 1 \text{ desda PA} \vdash \text{Prov}(n, \lceil\varphi\rceil) \\ 0 \text{ desda PA} \vdash \neg\text{Prov}(n, \lceil\varphi\rceil) \end{cases}$$