

FM2009

25 januari 2010 in HG00.303 10:30-12:30.

Het maximum aantal punten dat per opgave is aangegeven, 100 punten in totaal.

1(50)

Bekijk de volgende axioma's in eerste orde predicaten logica:

1. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$
2. $\forall x\forall y(P(x, y) \wedge C(y) \rightarrow \neg\exists z(P(x, z) \wedge D(z)))$
3. $\forall x(E(x) \rightarrow \neg\exists y(P(x, y) \wedge B(y)))$
4. $\exists x(P(a, x) \wedge (C(x) \vee A(x)))$
5. $E(a) \rightarrow \neg\exists z(P(a, z) \wedge D(z))$

(a is een constante)

Bewijs 5 uit 1-4 met resolutie.

(Hint: $\Gamma \vdash G$ desda $\Gamma, \neg G \vdash \perp$)

Zet eerst iedere formule om naar een clause (**30pt**).

(Hint: Prenex normaal vorm, Skolem en CNF).

2(30)

Bekijk het volgende logische programma:

$$\begin{aligned} & \text{Min}(x, 0, x) \\ & \text{Min}(s(x), s(y), z) \leftarrow \text{Min}(x, y, z) \end{aligned}$$

- a) (**15**) Geef de SLD-boom voor de goal $\leftarrow \text{Min}(s(s(0)), y, z)$ en beschrijf alle mogelijke antwoord-substituties.
- b) (**5**) Beschrijf het Herbrand universum.
- c) (**10**) Geef het kleinste Herbrand model en een ander model op het Herbrand universum.

3(20)

Welke van de volgende Turing machines bestaan?

Een van de machines is niet volledig gespecificeerd. Welke?

Motiveer je antwoorden.

De input is steeds de code $\lceil \varphi \rceil$ van een formule φ in de taal van Peano rekenkunde.

PA zijn de axioma's van de Peano rekenkunde.

1.

$$M_1(\lceil \varphi \rceil) = \begin{cases} 1 & \text{desda } PA \vdash \varphi \\ 0 & \text{desda } PA \not\vdash \varphi \end{cases}$$

2.

$$M_2(\lceil \varphi \rceil) = \begin{cases} 1 & \text{desda } PA \vdash \varphi \\ \uparrow & \text{desda } PA \not\vdash \varphi \end{cases}$$

3.

$$M_3(\lceil \varphi \rceil) = \begin{cases} 1 & \text{desda } PA \vdash \varphi \\ 0 & \text{desda } PA \vdash \neg\varphi \end{cases}$$

4.

$$M_4(\lceil \varphi \rceil) = \begin{cases} 1 & \text{desda } \mathbb{N} \models \varphi \\ \uparrow & \text{desda } \mathbb{N} \not\models \varphi \end{cases}$$