VI

VI

J Royce. Transactions of the American Math. Society. VI. (2.3.) p. 353.

Vivanti-Gutzmer. Eindeutige analytische Functionen (Publications non-périodiques)

Jourdain. Archiv d. Math. u. Ph. Bd 10.

Schur. Mathem. Ann. 27 en 55 en 51. en 39.

Padoa l'Enseignem. Math. 5.

Hilbert l'Enseignem. Math. 3.

~~Francesca~~ ~~Mathem. Annalen~~ 55.

J Keyser. Bull. of the American Math. Soc. 2. IX p. 424, 1903

F Klein Erlanger Program.

A. Schoenflies.
~~C. Jordan~~. Göttinger Nachrichten 1902
Jahresbericht der Deutschen
Math. Ver. Bd 8, 2 ~~S. 115~~

W. Killing. Die Mechanik in den nicht-euklidischen Raumformen.
Crelles Journal 98 (1885)

F. Klein. Math. Annalen 43.

C. Jordan. Cours d'Analyse 2 Aufl. Bd 1.
S. 9?.

D. Hilbert. Archiv der Mathem. u. Physik.
3e Reihe I (1, 2) (3, 4) 1901.

H Poincaré. Bulletin de la Société physico-mathém. de Kasan série 2, t. XIV nº 1
(zie ook tome X sect. I en II)
section I.

D. Hilbert. Göttinger Nachrichten 1902.
en 1900. (3,4)

R. Dedekind. ~~Abhandl.~~ Göttingen. série 2.
Festschrift nº 2.

D. Hilbert. Annales de l'école normale supérieure. série 3. t. 17
Jahresber. der Deutsch. Math. ver. VIII, 1.

L'enseignement mathématique VIII 1(?)
([illegible] Revue de Métaphys. nov. 1905 – jan. 1906)

H. Poincaré
L'enseignement mathématique. VI 1904
p. 257 - 283.

P. Mansion
Annales de la société scientifique de Bruxelles. 29. (3,4)
Mathesis 2e série tome II p. ~~?~~ 207

Heb ik gevonden de functie $V = V_1 - V_2$ $\left\{\begin{array}{l}(V_1-V_2)_1 = (V_1+V_2+2V_3)_1 \\ (V_1-V_2)_2 = (-V_1-V_2-2V_3)_2\end{array}\right\}$ op de hypersfeer $(H_n) = f(\alpha)\cos\omega$.

(ω van 0 tot 2π, of van 0 naar $+\pi$ en van 0 naar $-\pi$ loopend

α van 0 tot π),

dan kan ik die potentiaal beschouwen als te zijn gecomponeerd uit de volgende potentiaal om een enkel agenspunt: $-\int f(\alpha)d\alpha$ $(=\vartheta(\alpha))$. Dus is het veld van twee gelijke en tegengest. agenspunten op eindigen afstand van elkaar, in bipolaire coörd. ~~$f(\alpha)$ $f(\beta)$~~ $\vartheta(\alpha)-\vartheta(\beta)$ of $\vartheta(\alpha_I)-\vartheta(\alpha_{II})$.

Dus div. $\vartheta(\alpha_I)$ = div. $(V_I) + Z$, waarin Z een divergentiedistributie, onafhankelijk van de ligging van I op de hypersfeer; die aan den anderen kant ten opzichte van elk punt op de hypersfeer geometrisch aequivalent moet liggen; Z is dus een constante, en $\vartheta(\alpha_I)$ is de functie, die in het punt I en het tegenpunt daarvan een gelijke positieve divergentie heeft, welke functie wordt gecompenseerd door een over de hypersfeer (homogeen) gedistribueerde negatieve divergentie.

De diff. vgl. van ϑ is: $\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha\,\frac{d\vartheta}{d\alpha}\right\} = a\sin^{n-1}\alpha$. (a willek. const.)
en in de opl. de constanten zoo te kiezen, dat voor $\alpha = \frac{1}{2}\pi$: $\frac{d\vartheta}{d\alpha} = 0$.

~~Analoog~~ als we bij $V = V_1 - V_2 = f(\alpha)\cos\omega$ invoeren $\vartheta(\alpha) = -\int f(\alpha)d\alpha$, voeren we bij V_1 $(=F(\alpha)\cos\omega)$ in: $\eta(\alpha) = -\int F(\alpha)d\alpha$.

Ook van η is de diff. vgl.: $\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha\,\frac{d\eta}{d\alpha}\right\} = a\sin^{n-1}\alpha$, maar nu zijn in de opl. de constanten zoo te kiezen, dat voor $\alpha = \pi$: $\frac{d\eta}{d\alpha} = 0$.

De fictieve (even fictief als de (velden van) stroomelementen van Ampère)

[Deze is te herleiden tot $a^2 x \frac{V}{(1+x^2)^2} + \frac{dV}{dx} + x \frac{d^2V}{dx^2} = 0$. En de coëfficienten van deze lineaire vgl. zijn de afgeleiden van die van de in het vorige cahier behandelde. (t. oplossing van de functie van z, die met cos ω vastworden verm., om aan de vgl. van Laplace te voldoen.

velden η en ϑ zijn wel te onderscheiden, dan de feitelijke potentiaalvelden η' en ϑ', die komen als ~~het medium~~ de ether samendrukbaar – maar toch aan zijn plaats gebonden – is, en in een punt – resp. in twee antipodale punten – wordt een overmaat van fluidum gebracht. Dan zal door samendrukking die overmaat worden gecompenseerd, volgens div. $V = -a^2 V$. Voor η' resp. ~~ϑ~~ geldt ~~dan de~~ de diff. vgl.: $\left[\frac{d}{d\alpha}\left\{\sin^{n-1}\alpha \frac{d\vartheta'}{d\alpha}\right\} = a^2 \vartheta' \sin^{n-1}\alpha\right.$ (1) en analoog voor η'. Deze hypothese van samendrukbaarheid doet voor de beschouwde gevallen, dat toch de algebraische som der divergenties 0 is, niets aan de uitkomst af. (want een aan voorwaarden gebonden potentiaal, die een minimum van energie moet geven, voert als het niet nodig is, op zijn vrij gebied geen divergenties in.) Maar aan de diff. vgl. (1) hebben we ook die hypothese niets, want daar geldt niet meer de additiviteit van twee velden. We kunnen overigens zoo'n veld div. $V = a^2 V$ nader bekijken.

Energie $= \int d\tau \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)^2\right] + \cdot \int d\tau . V . \mathrm{div} . V .$
(door band aan plaats) (door samendr. in zichzelf.)

?

Voor het geheele probleem zou men nu ook achteraf kunnen zijn uitgegaan van de diff. vgl. voor ϑ en η. ~~Voor~~ Men behoeft er slechts $\frac{d\vartheta}{d\alpha}$ resp. $\frac{d\eta}{d\alpha}$ uit op te lossen, want daarmee is het dubbelpunt al bekend, en daaruit zijn alle reëel voorkomende gevallen te integreeren. Neem weer eens voor H.

(1) $$\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{a\int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi + b\right\} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi - \int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi\right\}$$

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\left\{\int_0^{\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi - \int_0^{\alpha}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi\right\} = \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\int_{\alpha}^{\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi.$$

$$\left(\cos^{2n}\beta.\ \cancel{\sin^{2n}\alpha}\right) 2n\cdot\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \frac{3.\cdots(2n-1)}{2.\cdots(2n-2)}\beta + \sin\beta\left\{\cos^{2n-1}\beta + \frac{2n-1}{2n-2}\cos^{2n-3}\beta + \frac{(2n-1)(2n-3)}{(2n-2)(2n-4)}\cos^{2n-5}\beta + \cdots \frac{(2n-1)\cdots 3}{(2n-2)\cdots 2}\cos\beta\right\}$$

$$\frac{\cos^{2n}\beta}{\cancel{\sin^{2n}\alpha}}\cdot\frac{2.4.\cdots(2n-2)2n}{1.3.\cdots(2n-1)}\cdot\frac{d\vartheta}{d\alpha} = \beta + \sin\beta\left\{\cos\beta + \frac{2}{3}\cos^3\beta + \cdots \frac{2.4.\cdots(2n-2)}{3.5\cdots(2n-1)}\cos^{2n-1}\beta\right\},$$

hetgeen overeenstemt met den vroeger gevonden factor van $\cos\omega$ voor de dubbelpuntspotentiaal. Voor een oneindig aantal afmetingen is $\int_{\alpha}^{\pi}\frac{\sin^{2n}\varphi}{\sin^{2n}\alpha}d\varphi = f(\alpha)$ niet alleen oneindig, maar ook is $\frac{f(\alpha_2)}{f(\alpha_1)}$ oneindig voor $\alpha_2 > \alpha$, Er is dus niets van een veld te bespeuren. Krachtwerking breidt zich slechts uit ten gevolge van de beperktheid van het aantal afmetingen.

Heb ik in een R_n: twee-vectoren [d.i. dus ook $(n-2)$-vectoren] gedistribueerd, dan kan ik in elk punt zetten: 1e een $\binom{3}{n-3}$-vector met componenten $\frac{\partial_2 X_3}{\partial x_1} + \frac{\partial_3 X_1}{\partial x_2} + \frac{\partial_1 X_2}{\partial x_3} = Y_{123}$ 2e een

(dit voldoet aan: $\frac{\partial Y_{123}}{\partial x_4} + \frac{\partial Y_{214}}{\partial x_3} + \frac{\partial Y_{134}}{\partial x_2} + \frac{\partial Y_{234}}{\partial x_1} = 0$.)

($\mathfrak{X}$ was hier eigenlijk te schrijven $X_{3 \dots n}$)

$\binom{n-1}{1}$-vector met componenten: $Z_1 = \frac{\partial_1 X_2}{\partial x_2} + \frac{\partial_1 X_3}{\partial x_3} + \dots - \frac{\partial_1 X_n}{\partial x_n}$.

(en dat bij ~~dezen~~ vector niet dependentie ...) ~~(van dezen vector zien we, dat de div. = 0 is.)~~

(Andere analoge vector-bepalingen zijn niet mogelijk, immers de richting van differentieering moet eenduidig zijn toegevoegd aan de indices van X_2, dat is 12 of 3---n; en nu is alleen in R_3 een richting toegevoegd aan den 2-vector en in R_{n-1} aan den (n-2)-vector.

De diff. 2-vector ~~kan ik~~ heeft over een willekeurige gesloten kromme 2-ruimte met 2-indicatrix een integraal, die gelijk is aan de integraal van Y over een willekeurige 3-ruimte daardoor.

De (n-2)-vector heeft over een willekeurige gesloten kromme (n-2)-ruimte met (n-2)-indicatrix een integraal, die gelijk is aan de integraal van Z (als (n-1)-vector) over een willekeurige (n-1)-ruimte daardoor.

In de componenten der Y's treden op de diff. quot., waar de index v.d. noemer niet in den teller voorkomt; in die der Z's juist de overschietende.

Is een distributie mogelijk, waarbij Y en Z zonder uitzondering wegvallen? Zoo niet, dan is ook de kwestie onder aan de volgende pagina opgelost.

~~Voor een 1-vector is direct duidelijk, dat niet allebei zijn afgeleiden kunnen wegvallen; voor een 2-vector is het niet zoo direct duidelijk.~~

Omgekeerd kunnen ~~[illegible]~~ uit een 1-vector (waarvoor ~~[illegible]~~ weggevallen.) een 2-vector afleiden. Is nu die 1-vector bepaald door zijn div. en de Σ van zijn 2-vector? (Wat het aantal gegevens betreft, komt dit uit; want de Σ is enkelvoudig beperkt door de voorwaarde, dat haar div. = 0 moet zijn.)

Deze pot. theorie ~~kent geen~~ is onafh. van singulariteiten, is dus zuivere meetkunde onafhankelijk van de arithmetiek, haar afbeeldingen en de daarbij optredende singulariteiten. Ze geldt ook voor niet-continue en niet-differentieerbare velden.

(Is in 5 afm. b.v. nu geen algebra mogelijk met imag. eenheden i. j. k. l. m. zoo, dat i.j.k. = ~~l.~~ m. enz.; i.j.k.l. = m; i.j.k.l.m. = −1. Verder zijn er allemaal versch. eenheden: i.j; j.k; l.j. enz. l.m.k. enz.)

Ook in R_n moet in lijnvector distrib. bepaald zijn door ~~[illegible]~~ haar div. en de planaire distrib. harer rotatie. (Immers was hij daardoor niet bepaald, dan bestond een verschildistrib. zonder div. of integraal langs gesloten krommen, en dat is onmogelijk.)

~~[illegible]~~ Neem nu als eenheid ~~voor vector met~~ alleen rotatiedistr. ~~[illegible]~~ (in de punten) ~~[illegible]~~ van een oneindig klein bolletje H_{n-2} in een H_{n-1}, in den oorsprong. ~~Hij is dan bepaald door de~~ loodlijn op die H_{n-1} (is alleen in de punten van den bol, en geïndiceerd volgens) (geïndiceerd) En de rotatiedistr. is het volkomen loodrechte normale vlak op het bolopppervlak.

Het is nu nog alleen maar de vraag, of de algemeene rotatiedistr. ~~[illegible]~~ als P_{n-2}-vector door over zulke bolletjes is te verdeelen, of in 't algemeen homogeen over een R_{n-2} (elementaire-gesloten) oppervlak is te verdeelen.

Noem ∇ die geheimzinnige operatie, die uit een V_1 afleidt een V_0 en een V_2; uit een V_2 een V_1 en een V_3 enz. Voor een V_2 zonder V_3 is $\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}+\frac{d^2}{dt^2}+\dots$; voor een V_1 zonder V_0 is evenzoo:

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}+\frac{d^2}{dt^2}+\frac{d^2}{du^2}+ \dots$$

Het is waar, dat een lijn zonder div. kan worden beschouwd als ∇ van een vlak. Is het ook waar, dat een vlak zonder ∇ kan worden beschouwd als rot. van een lijn?

Heeft de V_2 wel een V_3 dan blijkt de ∇^2 van de V_1 $= \frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+ \dots - \overline{\nabla}$ de V_2 van de V_3

Dus als $\nabla V_2 = \{V_1 + V_3\}$ met V_2, dan $\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\dots$ (voor V_2)

Willen we in 3 afm. rot. (d.i. integr. langs gesloten kromme) van een lijnvector die bv. alleen aanbrengen op enkele bijzondere punten (om elementairwervels te vormen), dan moeten we minstens nemen een gesloten kromme lijn (anders zouden er ~~uit de integraal~~ oppervlakken van 2 afm. zijn, waarover de integraal niet 0 was.

d.w.z. als de kromme een lacune had

Analoog in n afmetingen moeten we minstens aannemen een gesloten ruimte van n−2 afm.

(En in 2 afm. moeten we minstens twee verschillende punten aannemen.)

De plaatsvector moet dan loodrecht op dat oppervlak gericht zijn (want anders zou voor een kringstroom op het oppervlak een oneindige integraal komen.), en constant van sterkte. (dit om de integraal over willekeurig gesloten oppervlak 0 te maken.)

Een p-vector is voor een deel afgeleid van een (p-1)-vector, hetgeen wordt uitgedrukt door een andere (p-1)-vector, voor een ander deel determineert hij een (p+1)-vector (en wel zoo een, die geen (p+2)-vector determineert.)

Hilbert bouwt in zijn Festschrift niet op, maar bewijst feitelijk alleen minimiteit van een groep; ~~kiest axioma's uit de lucht vallen, die dan verwonderd worden aangetoond.~~

(Lord Kelvin 1905). Een gewone Helmholtz'sche wervelring bevindt zich in labiel evenwicht.

wervel/ring ?

Het invoeren van (nieuwe) getallen (en elke vervolkoming van het rekenmechanisme) is een jodenstreek.

Een willekeurig mechanisme (onder gegeven krachten) is te beschouwen als een vectordistributie (levert te schijnen niet als V maar als [illegible] dan, de arbeidscoëff. bij ..) over een oppervlak van willekeurige kromming: levende kracht = boogelement in 4 kwadraat.

Neem bij een willekeurige (ruimte, of opp. waarin de vectordistr. wordt beschouwd) [redacted] van deze (enkel) inten vector ~~rotatievector~~ het elementairveld (d.i. het ~~[illegible]~~ op dezelfde wijze afgeleide veld, als de potentiaal uit een enkele divergentie. Kunnen we dat veld dan als vectorpotentiaal beschouwen?

[redacted]

(Daar we als div. element altijd een elem. magneet nemen, moeten we hier ook [illegible] van twee gelijke en tegengest. rotatievectoren, op eenige afstand van elkaar gelegen.)

(Het veld van een elementair (voor een homogene ruimte) rotatievering is gelijk aan het veld van een elementair-magneet?)

In elk geval kunnen we den elementair-rotatievering vervangen door $\rightleftarrows$ en $\leftrightarrows$, wat betreft de vorming van het elementairveld er uit. We hebben dus maar na te gaan, of het daaruit gevormde veld werkelijk kan worden beschouwd (voor de elliptische ruimte) als vectorpotentiaal van de magn. inductie bij een elementairmagneet.

[illegible]

Zij het elementairmagneetveld: $y f(r)$. Dan wordt de vermeen.. de vectorpot. $X = -y f(r)$ en) $Y = x f(r)$. (de ~~vectorpotentiaal~~ rotatie daarvan

$$Z = -2 f(r) - \frac{(x^2+y^2)}{r} f'(r)$$

$$X = \frac{xz}{r} f'(r).$$

$$Y = \frac{yz}{r} f'(r).$$

Terwijl het veld van een elem. magneet volgens de Z-as is: $Z = f(r) + \frac{z^2}{r} f'(r)$

$$X = \frac{xz}{r} f'(r)$$

$$Y = \frac{yz}{r} f'(r)$$

De voorwaarde dat de stelling opgaat is dus:

$$f(r) + \frac{z^2}{r} f'(r) = -2f(r) - \frac{(x^2+z^2)}{r} f'(r).$$

$$-3f(r) = r f'(r).$$

$$f(r) = \frac{1}{r^3}.$$

De stelling gaat dus alleen op voor de gewone Euclidische ruimte!

In de gewone ruimte is de kracht door een stroomelement, gelijk gedistribueerd, als de vectorpot. door een elementairmagneet, n.l. bereik volgens $\frac{\sin\varphi}{r^2}$.

Om in een ellipt. ruimte een vectorpot. te vinden, hebben we slechts de geconjugeerde functie (1) van de gewone potentiaal te zoeken, en die te deelen door een factor, evenredig met het omwentelings-boogelement. (wat vermenigvuldigd met dat boogelement geeft de vectorpot. eerst de geconjugeerde functie in het meridiaanvlak, d.w.z. de krachtstroom door de meridiaan zone)

(1) d.w.z. de krachtstroom door een zone, die ontstaat door een kleine wenteling van $P_1 P$

P_1 P

in orde

De bedoeling is nu nog:

a) Te vinden voor het elementairmagneetveld in ell. ruimte een vectorpotentiaal (zie vorige pagina voor de manier).

b) Te vinden het veld van een stroomelement, ~~uit~~ een ~~scalairpotentiaal~~ (zie pag. 10) daaruit als kracht, [illegible] 'Verder uit (a) de kracht ~~uit den vectorpotentiaal;~~ [illegible] de ~~[illegible]~~ beide krachten zullen verschillend zijn. ~~vinden [illegible]~~

~~vinden we bij elk een verschillende~~ ~~kracht.~~ Het verschil van die twee krachten wordt een distributie, die langs een gesloten kromme telkens opheft. ~~De [illegible] kracht [illegible] [illegible] te verwaarloozen zijn~~.

Om voor die laatste kwestie voorbereid te zijn, zullen we haar eerst voor de Eucl. ruimte behandelen.

Hoe vinden we overigens in de Eucl. ruimte de kracht van een stroomelement uit die van een stroom? Wel, die kracht is de potentiaal (van een gesloten stroom in een bep. richting) (zoo gericht) in die richting, is de pot. van een elem. magneet, is de pot. van de gesloten stroom in het veld van een elem. magneet. Dus de kracht door een stroomelement in een bepaalde richting, is de pot. van ~~het~~ stroomelement door een dubbelpunt volgens die richting, is de ontbondene van de vectorpot., teweeggebracht door het dubbelpunt in de richting van het stroomelement. En die is, als φ de hoek van stroomelem. en verbindingslijn

ψ " " " elem. magneet " "

κ " " tusschen vlak {stroomelem. verbindingsl.} en vlak {elem. magn. verbindingsl.}

$$\frac{\sin\varphi \sin\psi \sin\kappa}{r^2}$$

{$= \frac{1}{r^3}$ volumeprod. van verbindingslijn en elem. magneet en stroomelement}

Hierbij nog te bewijzen, dat de energie van een [redacted] veld 2 in een veld 1 $= \int V_1 \, d\varphi_2$. Dit met behulp van het theorema v. Green.

Het vraagstuk van de kracht door een stroomelement in de ell. ruimte zal dus ook zijn opgelost, als we hebben gevonden de [redacted] vectorpotentiaal van een elementairmagneet in de ell. ruimte.

Zoeken we dus de geconjugeerde functie van de pot. van het dubbelpunt $P_1 P$, d.i. voor een punt P de totale krachtstroom door (die zoom bij) den cirkelboog $P_1 P$. Die krachtstroom, gedeeld door het cirkelboog-elementje in P moet de vectorpotentiaal geven.

Hoe kunnen we een scalarpotentiaal vinden bij een stroomelement in de Euclidische ruimte?

We zeggen dan: de potentiaal in den oorsprong door een solotimestroom is de krachtstroom van

$$\underline{A} = \frac{x}{r^3}{}_x + \frac{y}{r^3}{}_y + \frac{z}{r^3}{}_z$$ door die stroom.

De potentiaal in den oorsprong door een stroomelement is dus de (absolute waarde van) vectorpot. van $\underline{A}$ × cos(vectorpot. van A, stroomelement).

We vinden bij het zoeken van die vectorpot. (zie aanteekenpapier in Maanw. II)

$$\xi = \frac{z^2 - y^2}{r^5} \qquad \eta = \frac{x^2 - z^2}{r^5} \qquad \zeta = \frac{y^2 - x^2}{r^5}.$$

$$\int \xi\, dy = y\,\frac{3z^2(x^2+z^2) + y^2(z^2-x^2)}{3r^3(z^2+x^2)^2} \qquad \int \xi\, dz = -z\,\frac{3y^2(x^2+y^2) + z^2(y^2-x^2)}{3r^3(y^2+x^2)^2}$$

$$\int \eta\, dz = z\,\frac{3x^2(y^2+x^2) + z^2(x^2-y^2)}{3r^3(x^2+y^2)^2} \qquad \int \eta\, dx = -x\,\frac{3z^2(y^2+z^2) + x^2(z^2-y^2)}{3r^3(z^2+y^2)^2}.$$

$$\int \zeta\, dx = x\,\frac{3y^2(z^2+y^2) + x^2(y^2-z^2)}{3r^3(y^2+z^2)^2} \qquad \int \zeta\, dy = -y\,\frac{3x^2(z^2+x^2) + y^2(x^2-z^2)}{3r^3(x^2+z^2)^2}$$

$$\underline{H} = \int\zeta\, dx\, dy = \int dy \int \zeta\, dx = \int dy \left\{ \frac{x y^2}{r^3(y^2+z^2)} + \frac{x^3 y^2}{3r^3(y^2+z^2)^2} - \frac{x^3 z^2}{3r^3(y^2+z^2)^2} \right\}.$$

Hierin is voor part. integr. ~~...~~ te nemen: $\dfrac{-2y\, dy}{(y^2+z^2)^2} = d\,\dfrac{1}{y^2+z^2}$.

en: $\dfrac{x^2}{r^3(y^2+z^2)^2} = \dfrac{1}{r(y^2+z^2)^2} - \dfrac{1}{r^3(y^2+z^2)}$. De uitkomst $\dfrac{x}{3}\left\{\int \dfrac{dy}{r^3} - \dfrac{y}{r(y^2+z^2)}\right\}$ schijnt fout.

Tot het vinden van de vectorpotentiaal.

Vectorstroom door zone $\int \frac{2\cos\varphi(1+\beta\,tg\,\beta)}{\cos^2\beta}.\cos\beta\,d\varphi.\cos\beta\sin\varphi_z$

$= \sin^2\varphi.(1+\beta\,tg\,\beta.)$

Vectorpotentiaal is: dit, gedeeld door $\cos\beta\sin\varphi$ of:

$$\sin\varphi \times \frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.$$

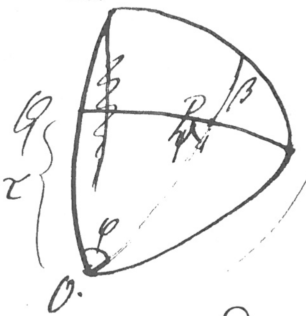
~~In 't algemeen dus~~ Dus ook: kracht van een stroomelement (in een bepaalde richting):

$$\sin\varphi\sin\psi\sin\kappa \times \frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.$$

Bij wijze van proef zullen we hieruit integreren de kracht door een gesloten stroom in oorsprong ⊥ de wentelingsas uitgeoefend in punt $P(\beta,\varphi)$ in de β-richting en in de φ-richting. We hebben daartoe te sommeren:

a) De kracht van ⊥ — H. De meridiaan, waarin P ligt, gaat door OH, (⊥ vl. van teek.) Beide stroomelementen geven een kracht:

Meridiaan



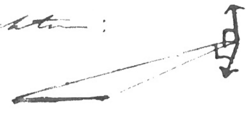
$$\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}$$

De resultante is in 't meridiaanvlak ⊥ OP naar beneden gericht, en $= \cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}.\frac{1}{\sin\tau}$

Dus ontbonden in β-richting: $\frac{\sin\psi}{\sin\tau}.\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta} = \cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}$

ontbonden in φ-richting: $\frac{\cos\psi}{\sin\tau}.\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta} = \sin\beta\sin\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}.$

b) De kracht van ↓ o ↑ — H. In het meridiaanvlak komen twee krachten:



, die door hun verschil geven de volgende ontbonden in de φ-richting:

$$-\sin\varphi.\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}\right\} = -\sin\varphi\frac{2\sin\beta\cos\beta+\beta(1+\sin^2\beta)}{\cos^3\beta}$$

en die door hun hoek geven de volgende ontbonden in de β-richting:

$$-\frac{\cos\varphi}{\sin\alpha}\left\{\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos\beta}\right\} = -\cos\varphi.\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}.$$

Dus totale ontb. in de β-richting: $-2\cos\varphi\,\frac{1+\beta\,tg\,\beta}{\cos^2\beta}$

totale ontb. in de φ-richting: $-\sin\varphi\,\frac{\beta+\sin\beta\cos\beta}{\cos^3\beta}$

En dit is juist ~~het [illegible]~~ de kracht van een dubbelpunt in den oorsprong volgens de wentelingsas.

(Maar het teeken van de vectorpot. hadden we anders moeten nemen; daarop te letten bij de afleiding van 3 en 4 pag. vroeger.

(1) Kan elk boogelement wel in dien vorm geschreven worden? Een van const. kromming in elk geval wel.

Bewijs der stelling van lijnintegraal en oppervl.-integraal voor een willekeurig gekromde ruimte.

Zij $ds^2 = A^2du^2 + B^2dv^2 + C^2dw^2$. (1)

En zijn de coörd. op het oppervl. α en β, en zij de vectordiels. volgens u, v, w: X, Y, en Z.

Projecties van par. $d\alpha$ en $d\beta$ op de coörd. vlakken hebben de inhouden: $\left(\frac{B\,dv}{d\alpha}\cdot\frac{C\,dw}{d\beta}-\frac{B\,dv}{d\beta}\cdot\frac{C\,dw}{d\alpha}\right)d\beta\,d\alpha$, enz.

Reken nu uit de oppervlakte-integraal van:

$\frac{1}{BC}\left\{\frac{d(YB)}{dw}-\frac{d(ZC)}{dv}\right\}$ + analoog langs andere richtingen;

Dit geeft:

$$\int\left(\frac{dv}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}-\frac{dv}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\right)\cdot\left\{\frac{d(YB)}{dw}-\frac{d(ZC)}{dv}\right\}d\beta\,d\alpha\,+$$ twee analoge termen.

Nemen we samen de termen met ZC:

$$-\frac{d(ZC)}{dv}\left\{\frac{dv}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}-\frac{dv}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\right\}+\frac{d(ZC)}{du}\cdot\left\{\frac{dw}{d\alpha}\cdot\frac{du}{d\beta}-\frac{dw}{d\beta}\cdot\frac{du}{d\alpha}\right\}$$

$$-\frac{d(ZC)}{dw}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}+\frac{d(ZC)}{dw}\cdot\frac{dw}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}$$

Dit geeft $\int d\beta\,d\alpha\left\{\frac{d(ZC)}{d\beta}\cdot\frac{dw}{d\alpha}-\frac{d(ZC)}{d\alpha}\cdot\frac{dw}{d\beta}\right\}$

Integreer de eerste term partieel naar β, de tweede naar α, dan ~~komt de lijnintegraal~~ vernietigen de supplementaire dubbele integralen elkaar, en er blijft de lijnintegraal $\int Z C\, dw$ langs den omtrek.

Vectorpot. van ~~elem.~~ magneet voor ellipt. R_{2n+1}.

~~Stel~~ het zone-element van n-2 afmetingen $\varepsilon . \sin^{2n-1}\alpha \sin^{2n-1}\varphi$

Kracht in β-richting:

(uitpotentiaal: $\cos\varphi \cdot \frac{1}{\sin^{2n}\alpha}\int_\alpha^{\frac{1}{2}\pi} \sin^{2n}\varphi\, d\varphi$)

$$\cos\varphi\left\{1+\frac{2n\cot\alpha}{\sin^{2n}\alpha}\int_\alpha^{\frac{1}{2}\pi}\sin^{2n}\varphi\, d\varphi\right\} = \cos\varphi \times F(\alpha)$$

~~Kracht binnen voor zone: $\int^\varphi$~~ Geconjugeerde functie:

$$\int_0^\varphi \underline{\cos\varphi F(\alpha)} \cdot \underline{\varepsilon \sin^{2n-1}\alpha \sin^{2n-1}\varphi} \cdot \underline{\sin\alpha\, d\varphi} =$$

$$= \varepsilon \sin^{2n}\alpha\, F(\alpha)\int_0^\varphi \sin^{2n-1}\varphi\cos\varphi\, d\varphi = \frac{\varepsilon}{2n}\sin^{2n}\alpha\, F(\alpha) . \sin^{2n}\varphi.$$

Vectorpotentiaal: $\frac{F(\alpha)}{2n} . \sin\alpha \sin\varphi$.

Zoodat ook hier weer de kracht door een stroomelement kan worden voorgesteld door een volumproduct.

Vectorpot. voor kuul. R_n. Zone-element: $\varepsilon r^{n-2}\sin^{n-2}\varphi$.

(ongelet de constantefactor)

Kracht in r-richting: (uitpot.: $\cos\varphi . r^{-(n-1)}$) $\cos\varphi . r^{-n}$

Geconj: functie: $\int^\varphi \underline{\cos\varphi . r^{-n}} . \underline{\varepsilon r^{n-2}\sin^{n-2}\varphi} . \underline{r\, d\varphi} =$

$= \frac{\varepsilon}{r}\int_0^\varphi \sin^{n-2}\varphi \cos\varphi\, d\varphi = \frac{\varepsilon}{r}\sin^{n-1}\varphi$. Vectorpot.: $\frac{1}{r^{n-1}} . \sin\varphi$.

(Weer een volumproduct.)

De distributie in Eucl. R_3 voor vectorpot. van stroomelement = stroomelement is een der distributies, die de juiste distributie voor een gesloten stroom geven; maar er zijn ook andere mogelijk (zie Appell II pag. 256)

Zij ∇ de operatie, die uit 0-vect. maakt 1-vect. of uit 1-vect. 0-vect.
Ω „ „ „ , „ uit 1-vect. „ 2-vect. „ „ 2-vect. 1-vect.
Dan is voor Eucl. ruimte: Ω^2 1-vect. $= \nabla^2$ 1-vect.
Hierin wordt verstaan onder $\nabla(ai+bj+ck)$: $i\nabla a+j\nabla b+k\nabla c$.
Deze stelling kan voor een niet-Eucl. ruimte geen zin hebben, omdat we de operatie ∇, die op een scalar hoort te worden toegepast, hier niet kunnen uitbreiden tot toepassing op een vector.

Voor ellipt. R_3: Tc vind een vector V, alleen afh. van β (niet van φ), en gericht volgens de getransporteerde oorspronsrichting (d.w.z. in meridiaanvlak denzelfden hoek makend met voerstraal, als de elementrichting in oorspr.), die kan fungeren als vector pot. van stroomelement.

α

Dan moet: $\underbrace{\sin\varphi \times \frac{1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta}{\cos\beta}}_{\text{Kracht v. stroomelem.}} \times \underbrace{\sin\alpha\, d\alpha\, d\varphi}_{\text{oppervl. elem.}} =$

$=$ lijnintegraal v. vectorpot. ~~om~~ oppervl. elem. =

$$= \frac{d}{d\varphi}\{V\cos\varphi . d\alpha\}\,d\varphi + \frac{d}{d\alpha}\{V\sin\varphi\sin\alpha\, d\varphi\}\,d\alpha.$$

Dus diff. vgl. in V als functie van α:

$$-V + \frac{d}{d\alpha}\{V\sin\alpha\} = 1+\beta\,\mathrm{tg}\,\beta. \text{ Stel } V = \frac{4}{\cos^2\frac{1}{2}\alpha}.$$

VI - 17

~~Dan~~: $2\,tg\tfrac{1}{2}\alpha\cdot\frac{dy}{d\alpha} = 1+\beta\,tg\beta = 1+\frac{\beta}{tg\alpha} = 1+\frac{\beta}{2}\cdot\frac{(1-tg^2\frac{1}{2}\alpha)}{tg\frac{1}{2}\alpha}.$

$$tg\tfrac{1}{2}\alpha\cdot\frac{dy}{d(\frac{1}{2}\alpha)} = 1+\frac{\frac{1}{2}\beta}{tg\frac{1}{2}\alpha} - \tfrac{1}{2}\beta\,tg\tfrac{1}{2}\alpha$$

$\frac{dy}{d(\frac{1}{2}\alpha)} = \cot\tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{2}\beta\cot^2\tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\beta$; hieruit na uitdrukking van β door α:

$$y = \left\{-\tfrac{1}{4}\pi+\tfrac{1}{2}\alpha\right\}\left\{\cot\tfrac{1}{2}\alpha+\tfrac{1}{4}\pi-\tfrac{1}{2}\alpha\right\}$$

$y = -\tfrac{1}{2}\beta\left(\cot\tfrac{1}{2}\alpha+\tfrac{1}{2}\beta\right)$; $V = -\frac{1}{\cos\frac{1}{2}\alpha}\left\{\frac{\frac{1}{2}\beta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}+\frac{\frac{1}{4}\beta^2}{\cos\frac{1}{2}\alpha}\right\}$

$$V = -\frac{\beta}{\cos\beta} - \frac{\frac{1}{2}\beta^2}{1+\sin\beta}.$$

Nog onderzoeken of deze, geïnterpreteerd als V van een kringstroompje, ook is de V-pot. van een kringstroompje, m.a.w. dan weer divergentie is.

Natuurlijk is, dat volgt uit de afleiding, ons hebben, ... de potentiaal van stroomen elementen gerecht de pot. van 2 stroomelementen als $\cos\varepsilon\, f(\beta)\, ds\, ds'$.

(zie Manuscr. II p. 46)

Deze vectorpotentiaal is in de niet-Eucl. ruimte echter niet de fraaie uitbreiding van de scalarpotentiaal, die ze in de Euclidische is.

N.B. Voor n afm. komt: [illegible]

In een hypersfeer of ell. n-ruimte is de $(n-1)$-ster in A als volgt [redacted] congruent naar de $(n-1)$-ster in B over te brengen. AP komt in BQ, als ~~...~~ BQ ligt in het vlak BAP en denzelfden hoek met AB maakt, als AP.

Uit deze overbrenging volgt dan direct de omzetting van de vectorpot. van een elem. magneet in de kracht van een stroomelement.

(de fictieve pot. van 2 lijnvectoren: zoo hebben we reeds gevonden ~~de [illegible]~~ potentiaal van 2 puntscalars.) Zoo kunnen we ook die van $R_{\cdot}$-vectoren opgaan. In de Eucl. ruimte worden al P die formule gelijk.

Wat is de vergelijking der krachtlijnen op den gewonen bol, als we het dubbelpunt in het tegenpunt denken?

Is de ~~eendimensionale~~ 1-dimensionale empirische wiskunde (de meetkunde langs een touw) empirisch of aprioristisch? Wel, ~~de Getallen~~ het continuum is aprioristisch. Nu kunnen op het continuum verschillende schalen (~~puntgroepen~~ worden) geconstrueerd; voor die puntgroepen geldt dan ~~de arithmetiek~~ (ordinaal), de (ordinaal) arithmetiek is aprioristisch maar, dat ze geldt, is empirisch. (dat n.l. als houtje AB is te leggen op CD, dat dan ook, als ik AB verdeel in 3 aaneengesloten stukjes hout, ik die complex van 3 ook aaneengesloten kan leggen op CD; zoo blijkt, dat de meetkunde zich dekt met der arithmetiek) voor elke schaal.

~~[illegible]~~

De planimetrie is even aprioristisch als coörd. geom.; empirisch blijkt, dat ze geldt volgens Helmholtz. Lie-Hilbert.

meetkunde zelf is immaterieel, n.l. beweging van het eene materieele lichaam, relatief het andere.

[Men kunnen ook zeggen: Empirisch blijkt langs een touw de groep te gelden bij benadering [illegible] geometrie [illegible] alleen de [illegible] nog niet de groep.) Dit blijkt het eerst, dat elk de versch. schalen aan [illegible] kaarsvoorschrift voldoen.

~~[illegible]~~

De (beide) elementaire $^{p}_{(n-p)}$-vectordistributies (n.l. met de eenheid van $(p-1)$-afgeleide (combin.) en met de eenheid van $(p+1)$-afgeleide (combin.)) in R_n aldus te krijgen: zoo bij op de beide rgl. van beide afgeleiden $\neq 0$ voor een meridiaan R_2 toe te passen een richting uit een R_p en een uit de R_{n-p} daar loodrecht op. De vector bevat dan de onbekende richting uit (de meridiaan) R_2 en de $p-1$ richtingen uit $R_p \perp R_2$ (de loodvector dus de loodlijn in R_2 en de $n-p-1$ richtingen uit $R_{n-p} \perp R_2$)

Uit 2 lijndistr. in R_n is te componeeren een vlakdistr. (n.l. het zinnsprod.) Zijn nu de beide afgeleiden van de resultante niet licht af te leiden uit de 2 paren afgeleiden der componenten? Zoo ja, dan is hieruit misschien te bewijzen, dat ook voor een vlakdistr. niet beide afgeleiden 0 kunnen zijn. Vgl. overigens voor die kwestie: Klein, Nicht-eukl.: de parametervoorstelling der 6 Plückersche lijncoördinaten.

kersche

dis

De homogeniteit der ruimte, is in 't geheel niet apriori: ze blijkt empirisch. Een homogene exterioriteit, als exterioriteit zonder meer, waar Russell van uitgaat, is onzin; ze kon apriori niet onbestaanbaar zijn. En we kennen ons haar niet denken als translatie-exterioriteit.

exsterioriteit

Zoo min als de contradictie van Russell reden is, om de logica te verwerpen, zoo min is de kromme zonder afgeleide van Weierstrass reden om het intuitieve continuum te verwerpen voor empirische krommen.

intuitieve

Dat ten slotte de werkelijke bewegingen van verschillende rationale schalen zich Hilbertsche axioma's en even weinig a priori (op het eind aan ...)

dekken, is even vreemd, als dat de bewegingen van de eene rationale maatstokken zich volgens de juiste tusschen wetten blijven bewegen tusschen die van de andere.

Van het fictieve continuum geldt:

1e Elk element is Hoofdelement

2e Bij elke fundamentaalreeks is een grenselement.

Maar kan ik me dat voorstellen?

Een fundam. r. kan ik alleen aangeven (bepaalde) een oneindige decimaalbreuk kan ik (in volgenden) niet aangeven; ik kan alleen sommige decim. breuken ~~aanduiden~~ definieeren als identiek met het, op andere wijze aangegeven, grenselement door zijn grenselement. Ik kan dus niet spreken van elke fundam. reeks, onafh. v. een grenselement. Maar wel is een intuitief axioma v. h. intuitief continuum, dat elk punt door een gegeven schaal te benaderen is. (Zie 1e).

~~De eigenschap v. h. intuitieve continuum is, dat bij elke willekeurige schaalconstructie tusschen elke 2 schaalpunten weer een intuitief continuum overblijft.~~

Een "waarheid" van beroemde mannen (beroemde mensen) is een uiting van tevredenheid, afstekend als tegenstelling tegen de duisteren afgeslotenheid der woorden, waarin de waarheid wordt uitgedrukt.

Een stil kristal tusschen de voldoende beweging der anderen.

Tusschenkunst is het schoone plezier van bouwen, dat toevallig ook practisch nut kan hebben.

De Euclidische meetkunde is een overzicht van zekere verschijnselen hier in de buurt (beweging van vaste lichamen).

~~[illegible]~~

Een rationale getal is op het intuïtieve eendim. continuum ~~[illegible]~~ experimenteel te construeeren, b.v. door te trachten telkens het staafje te vinden, dat p maal ~~[illegible]~~ verschoven, een ander staafje afgelegd heeft.

intuïtieve 1-dimensionale

~~[illegible]~~

(voorloopig voor meerdim. (ruimte

Het continuïteitsidee ~~[illegible]~~ (materieele) verschijnt ons, als we het wiskundig bekijken, als beweging) van een stukje vast lichaam; dit is een directe voor eendim. continuüm: we worden er ons niet van bewust, van de ~~contin.~~ wijze, die de contin. is, dan door beweging, en daar we (materieel) geen punt in beweging kunnen denken, kunnen we ons alleen een brokje in beweging denken. Maar hetzelfde geldt voor het tijdcontinuum:

intussen
Intuïtief het vage wiskundig systeem, dat men op de materie toe „past", kent wel de gelijk bewegende punten.

het bewegende staafje is hier een physisch waargenomen verschijnsel, een ~~klokslag~~ ingesloten; dit verschijnsel ~~intuïtief~~, b.v. ~~de eligentijd van een blokje maar dat het~~ staafje wordt tevens als de wisseling zelf waargenomen, waarbij ~~de...~~ we ~~...~~ ons een ander verschijnsel ~~intuïtief~~ ingeplantst kunnen denken, dat zijn tijd de „Ausdehnung" aan de vergelijking met het eerste verschijnsel dankt.

(Russell § 64) Grandeurs? We spreken alleen van puntenparen van gelijke grootte, geheel willekeurig, alleen beantwoordend aan de wetten der „Anordnung." We voeren geen nieuw begrip grootte in.

Ik kan wel spreken van: „als een punt ligt op een lijn", maar niet van: alle punten van een lijn (een klasse van eenheden)

De slotsom van het leven is: óf retireeren óf rondkijken met groote oogen en maar steeds weten, hier niet op zijn plaats te zijn.

De wiskundige beelden zijn intuïtieve beelden, zooals de andere; maar ~~...~~ (ze zijn ze) de speciale verwerkelijking van de menschen in (in de wereld) hun strijd om het bestaan; en verder hebben ze de eigen eigenschap, dat de menschen elkaar ten opzichte van die deelziening volkomen begrijpen.

De algebra der logica is nooit exact in haar toepassingen. Bijv. lees in a < b: een roos is rood. Voor een ander mensch kan dat niet waar zijn. Of lees: licht komt niet voor zonder electriciteit: dit is een empirische waarheid, die door wonderen steeds kan worden gelogenstraft. Alleen uit de wis..

kunde, die we zelf opbouwen, kunnen grondoordeelen met volkomen exactheid worden opgesteld.

Het analytische ~~synthetische~~ oordeel verbindt twee verstarde ~~eenzijdigheden~~ in twijfel in een intuitivum. intuïtivum

Het is niet geoorloofd te onderscheiden van een intuitief inzicht b.v. een roos is rood van „wie liegt, heeft geen vaste oogen."

Het dorre empirische feit verbindt twee eenzijdigheden met verwondering; de eenheid kan dan alleen gevonden worden (want van de eenzijdige vastheid in de beide elementen wil men geen afstand doen, dus het ~~intuitivum~~ is niet terug te vinden) in een wiskundig systeem (d.i. uit eenheden en continua opgebouwd: de inhoud van welke eenheden een of ander intuitivum blijft, maar buiten het wiskundig systeem staat.

(behalve bij de wiskunde natuurl. b.v. eenvoudigen ...)

Alleen bij het empirische feit kan men spreken van oordeelen a < b, die zin hebben; er wordt met die oordeelen logisch gewerkt, om te helpen in het vinden der wiskundige hypothese (d.i. het eenvoudigst wiskundig systeem, dat de empirische ... moet vereenigen.[1]

(in dien zin dat ze willen gesteld zijn in een nog niet ... wiskundig systeem, waarop ze vervulling ...)

II De gebouwen der wiskunde zijn de eigenlijke plaats voor de exacte oordeelen.

~~Het enige werkelijke~~ intuitie is partieering en causale continuiteit die buiten daarvan in de praktische worden gebruikt.

Een ~~[illegible]~~ „synaesie" (bij een empirisch oordeel" wordt bedoeld) is altijd gesteld voor zekere bijzondere gevallen, die ~~men~~ alleen beschouwd wenscht te ~~zien~~; anders heeft niet alleen haar ontkenning maar ook zijzelf welbeschouwd geen zin.

(1) Vooral van de zijde der veelheid wil men geen afstand doen. (of men wil geen afstand doen, om dat men die eenzijdigheden in „theorie" toepast.)

(3), d.i. nog andere exactheid, dan hun eigen teekenfiguur.

(1) In het wisk. gebouw, moeten dan als bij 2. conclusies die empirische feitoordeelen optreden.

Dit heft „remmit" „loopen op een wiskundig systeem (als het wereldmechanisme)" is noodig, om te begrijpen dat die de contradictien opheffen (Russell §35), de formal implication (§40 en §77 p. 79 boven); uit de „formal implication" komt dan de „material impl." door te stellen ... vragen: „als het wereldsysteem zich in den toestand bevindt, die de actuele is onder de vele mogelijke."

VI 25

(1) waarvan het intuïtieve wordt vervangen door een doodt wiskundig symbool.

(Men rekent stilzwijgend allerlei dingen vast, b.v. dat de zon morgen zal opgaan, en wie weet wat al niet.) En die bij z. gevallen worden al, „leen dan vast", m.a.w. de zin der hypothese eerst dán scherp (men weet eerst wat men zegt, al is dat ook waardeloos), wanneer men het b.v. geval heeft aangegeven door eenige entiteiten(1) met relaties als punt van uitgang.

Voor een ontkennende praemisse geldt dat nog veel sterker, b.v.

als er geen electriciteit is, is er geen magnetisme.

Wat denkt men bij die praemisse? Toch steeds een restant, dat wel blijft, en ten opzichte ~~van welk~~ encadrement het geldt, dat, als dat encadrement zonder ~~electriciteit~~ is, dan ook zonder magnetisme. Welk ~~encadrement~~ dan weer alleen dan scherp kan ~~stemmen~~ (treden in de taal, dus) tot verstandhouding ~~tusschen 2 menschen~~, wanneer men zich bepaalt ~~tot het wiskundig substraat~~ ervan.

(1) bij een positief oordeel kan men nog ~~tot~~ het encadrement in 't vage laten, maar bij een negatief is ondersteld, dat het heele encadrement is afgesneden. al is dat ook niet zuiver

M.a.w. het invoeren der negatie (negatie van a = a') in de logische algebra bepaalt die logica eerst ~~recht tot~~ (krachtig) toepassing op wiskundige gebouwen.

Wie logisch redeneert, redeneert over ~~...~~ wiskundig geabstraheerde aanschouwingen, volgens geheel en deel. De algebra der logica is niets dan de algebra van geheel en deel. En de directe aanschouwing van geheel en deel geeft de algebra der logica. ~~...~~ Want haar axioma's zijn uit de directe geabstraheerde aanschouwing

~~Dat opgeheven altijd het beeld is? is het niet [illegible] de bewegingsgroep van het intuitief [illegible] continuum, waarvan we kunnen zeggen dat een willekeurig stuk v.h. platte vlak zoals zij ontdekt [illegible] ? Bijv. dat de groep van een [illegible] en door [illegible] die van een andere [illegible] [illegible] ?~~

Volgens Couturat (R. d. Metaph. 19. 2 p. 211) geeft Hilbert 18 axioma's voor de arithmetiek; Peano klaar was met 5 Padoa (1902) met 4.

Maar Peano en Padoa geven de axioma's waaraan een klasse moet voldoen, om te kunnen heten „een klasse ω"; Hilbert geeft de axioma's, waaraan een getallensysteem moet voldoen, om te geven de rij der reële getallen met hun bewerkingen.

Couturat zegt: we houden ons niet op met epistemologie ?, Maar dan spreken ze ook in de lucht.

Couturat (l. c. p. 213) hij verdedigt de logistiek toch alleen als werkmethode, niet als middel tot inzicht. – Bij het verdedigen ontneemt hij haar alle bijzonders; ze zal dus alleen maar hebben te tonen, wat ze als methode vermag.

De „contradictie" van Russell berust op de verwarring van als iets het geval is en de klasse van (al) de dingen, waarbij dat het geval is. Stel je maar eens een eindig getal dingen voor en vorm daaruit alle klassen; er zijn er daaronder, die niet zelf een van hun elementen zijn. Wel b.v. de klasse uit (o1 o2 o3) 4, bestaande uit 4 elementen, waarvan een de klasse is van de andere. Die bedoelt Russell. Vormen uit een eindig getal groepen en groepen van groepen. En de paradox loopt er over, of de kritische groep al of niet zijn element heeft, dat de klasse is van alle andere.

27

Bij het opbouwen van telkens groepen van hooger orde uit die van lager vormt zich de kritieke groep nooit; ik kan alleen spreken van groepen die a priori zijn aan te wijzen; blijf niet trachten te spreken; tot alles is opgebouwd, wat juist op te bouwen is.

Gedaandy

Het criterium der klassen is natuurlijk onafhankelijk (op dat criterium gegrond.) ~~uit hun~~ vereeniging ~~tot~~ een nieuwe klasse, Vereeniging (tot de nieuwe klasse) is een nieuw concept, dat uit de oude moet worden afgeleid, dan kan ik het bestaan van die vereeniging intuïtief voelen, anders niet. Daarom mag het criterium van een klasse van klassen niet zijn: ze hoort al of niet tot haar elementen, dan bij een bepaald reeds afgerond geheel van klassen, die een zekere machtigheid kunnen hebben, maar in elk geval bepaald gedeeld wiskundig voor oogen staan.

Is de opl. misschien de groep $\omega^{\omega^{\omega}}$ hoort wel bij de kritieke groep; niet de groep $\omega^{\omega^{\omega}}$. Neen, dit doet de paradox dubbel scheppen uit komen.

Ik moet zeggen: ik kan die groep niet overzien: dus spreekt het criterium niet voor mij; het criterium ontleent zijn kracht aan een overzicht onafhankelijk daarvan, maar kan zijn kracht niet aan zichzelf ontleenen.

5 0 2 8 31

Cout. ib. p. 236 Wat wel bij zich rechtvaardigen moet: "J'en déduis tous les théorèmes de l'Arithmétique classique; vous n'y avez jamais trouvé la moindre contradiction, lorsque vous les faisiez reposer sur de vagues et confuses intuitions; pourquoi voulez-vous qu'il y en ait davantage aujourd'hui?" (sic!)

Maar dat wordt gegeven door inductie

Russell zie! „La définition des nombres comme classes se recommande principalement par le fait qu'elle ne laisse aucun doute touchant le théorème d'existence." cf. ook wat volgt bij Couturat pag. 242 en Cout. Princ. p. 58 Russell Princ. p. 243 en 497.

(Russell aan 't slot van zijn boek p. 498) „Ainsi la chaîne des définitions et des théorèmes d'existence est complète, et la nature purement logique des mathématiques est entièrement établie." (alsof, wanneer het stel logisch in elkaar zit, ~~de~~ het klas ook van uitsluitend logisch karakter is!)

[illegible]

dat praat maar van classen en hun verhoudingen, als je mij nu maar zegt, wat ik bij classe moet denken.

De defin. van getal als „klas van klassen", postuleert die niet, dat ik van zoo'n klas kan spreken? M.a.w. dat het mogelijk is die spontane abstractie te doen, die wij doen met het stellen van een getal?

~~En deze defin. Cout. p. 243 van [illegible]; sluit die niet in („bevat n+1, zoodra het n bevat")~~

(Coutur. p. 244) „on peut démontrer que la classe N comprend tous les nombres qu'on obtient en ajoutant 1 à 0, à 1, à 2 ..., à chaque nombre entier déjà obtenu." Is dat soms geen principe van inductie?

~~[illegible]~~

(Poincaré over Hilbert kritiek) „Les indéterminées qui figurent dans les axiomes (en place du quelconque ou du tous de la logique ordinaire) représentent exclusivement l'ensemble des objets et des combinaisons qui nous sont déjà acquis en l'état actuel de la théorie.

En tout cas, entre Hilbert et Russell, la logique est hors d'état de décider."

VI-29

(Poinc. Rev. 14 I p. 20. XX) inductie compleet (van één dimensie) in de volgorde waarin ik mijn conclusies zal hebben toegepast.

Practisch zuiver uitgevoerde logistiek zou moeten zijn een eindig aantal regels (van symbolen) onder elkander, zonder tekst. Enz. mag er niet in voorkomen; want zelfs al had men het principe van inductie aangetoond: men mag het niet toepassen op de handeling van het symbolisch uitschrijven, alleen op de teekens, die er worden voorgesteld.

Of zullen we de logistiek helpen en nu zeggen: Zoo goed als een gewone menschelijke begeerte en beteekenis is beeldt bij een „wiskunde doen", zoo beeldt een gewoon wiskundige dingen bekijken en bij ~~[illegible]~~ opbouwen van een „stamen"; dat stamen vooronderstelt dus het leven in de wiskunde.

(Ik mag dan bij mijn Existentiebewijze alle in zuivere wiskunde d.i.: uit getal continuum en math. inductie opgebouwde systemen gebruiken, (maar geen voorbeelden uit het leven); want logica vooronderstelt wiskunde (niet omgekeerd)

Bij het wiskunde doen zonder logistiek gen in hebben

Maar in wiskundige theorieën abstraheert men van de wiskunde zelf, en alle wiskundige namen worden zelf dingen, die een symbool kunnen krijgen, en op de maat eigenaardige wijze relaties met elkaar hebben.

rust vinden in eindige wisk. systemen

Zoo is de volgorde: 1e praktische wiskunde der eindige getallen
1a. praktische logica (rust vinden in wisk. eindige systemen)
2e wiskunde der inductie en van het continuum.
3e gewone logica (de theorie van de wiskunde der eindige getallen en der elkaar gedeeltelijk bedekkende gebieden.)

4e mathem. logica: de theorie der wiskunde (die haar praktijk vooronderstelt.)

Omdat de taal der wiskunde handelt over exacte dingen, daarom kan die taal zelf ook (door de logistiek, voor een bestaand beperkt wiskundig gebied) exact gemaakt worden (en toch ~~[illegible]~~ allicht zoo'n eenzijdigheid komen, t. op. v. h. intuitief aangeschouwde) ~~[illegible]~~

Maar bouwt de wisk. zich steeds uit, dan moet ook het teekensysteem steeds worden uitgebreid. (Bijv. het ook in het beperkte gebouw, waarin alleen teekens nieuwe kleine gebouwen worden gemaakt.)

Een begin van ~~[illegible]~~ bouwen (in 't gebouw) gaat b.v. als ik aan 5 (gelijke) dingen de teekens 1, 2, 3, 4, 5 toevoeg, en die dus zoo beschouw als nieuwe (verschillende) individuen; in de practische wiskunde beschouw ik ze niet als (verschillende) individuen.
Maar dat bouwen zelf is intuitief (intuitief; kijk maar zelf); ik voel, wat ik combineer en abstraheer; ~~maar dan het~~ ook zal het gebouw voor de verstandhouding niet exact genoeg zijn, en kan het goed zijn de relaties der nieuwe elementen door symbolen vast te leggen. Het existentiebewijs van die symbolen blijft in de intuitie. (trouwens, Russell heeft ten slotte ook alleen de intuitie maar [illegible] klasse-intuitie

Trouwens, Russell heeft ten slotte ook alleen de intuitie, maar (zondige?) foutieve klasse intuitie

(die met dit bevat als klas van klassen kan ik niet overnemen)

Getal als klas van klassen is onzin; als voorwaarde voor klassen van beteekenis.

(Poincaré) (Rev. 14.1. p. 3?) La vraie définition serait: ce „Le phosphore, c'est ce morceau de matière que je vois là dans tel flacon." („Maar dat is geen definitie; trouwens definitie is onmogelijk buiten reeds bestaand wisk. systeem)

(Poinc.) ib. p. 26) „Hilbert rechtvaardigt vicieuze cirkels, door een „Bewijs" zelf alleen door postulaten te definieeren; en er een nieuw dood mathematisch element van te maken. Maar geldt dan voor dit nieuwe symbool niet, dat er een existentiebewijs of afwezigheid van mogelijke contradictie voor moet worden gegeven? En krijgt men zoo niet slechts verplaatsing van de moeilijkheid?

Maar dit staat vast, de mathem. logica werkt naar buiten en naar voren, niet in het hart terug.

Van ons standpunt is die „replâtrage" van Hilbert onnoodig.

Het is in 't algemeen te verwachten, dat, als ik in de wetten der gewone logica (die van ~~reeds op [illegible]~~ willekeurig voor axioma's voorzien (1)) dingen gelden, mijn symbolen ga zetten, ik tot contradicties zal kunnen komen. Zoo die van Burali-Forti en van Russell.

(1) op dwaze analogieën gegrond

In zichzelf komt geen enkele eenzijdigheid, mits goed consequent beschreven, tot onheil, noch de wiskundige noch een andere zoogenaamde, slechts bij „Maar men kan een anderen kant uitgaan, een tweede emanatie en dan merken, dat ze leidt tot een andere daadswil, dan de eerste, dan springt de boel. Men komt daaruit tot een Hereeniging, die er uit is te leiden. 2e kan eenvoudige wolging komen, zonder strijd.

Maar men kan een anderen kant uitgaan, een tweede emanatie (?), en dan merken dat ze leidt tot een andere daadswil, dan de eerste. Dan springt de boel.
Men komt daaruit tot een Hereeniging, die er uit is te 'leiden(?)
2e kan eenvoudige wolging komen, zonder strijd

(om b.v. te zeggen dat een zekere klasse behoort tot de klasse der bestaande classes)

Dit staat vast: redeneer ik over mijn symbolen, dan mag ik mijn gewoon verstand gebruiken; aan de andere kant, mag ik geen van mijn symbolische formules toepassen, om zijn eigen rigoureuze afleiding; alleen om de cont. wiskundige rigoureuze afleiding dirigeeren (symbolen dito) (Poinc. Rev. 13,6 p. 834, 2°) dit wordt opgeheven door mijn opvatting.

(daarom is ook Couturat's bestaansbewijs Rev. 14. 2. p. 244 in orde.) Die trouwens hij hier ook gebruik maakt van het princ. van inductie.

(Cout. Rev. 14. 2. p. 240) Het is waar, dat het getal (het eene individu), waarvoor alleen de vormingsoperatie wordt gegeven (van n op n+1), indien die vormingsoperatie tevens een of andere betrekking van n op n+1 toelaat, met zijn definitie tegelijk het principe van inductie meesleept. Toch blijven zooals Poincaré ~~opmerkt~~, formeel defin. en principe v inductie twee verschillende dingen. De formeele eenheid, die Couturat betoogt, zou alleen juist zijn, indien ik a priori al mijn dingen (compleet alle classificeering daarvan naar eigenschappen) gegeven dacht, en te midden daarvan nu die dingen ging uittrekken die den naam getal zouden krijgen (1). En werkelijk schijnt dat de stille suppositie van de heele klassenlogica van Russell te zijn. Want we moeten ons heele systeem zelf opbouwen met eindig getal, inductie, en continuum; en dat eenmaal ingezien, heeft Poincaré gelijk.

(1) m.a.w. als een deel [illegible] uitm[illegible] van een reeds bestaand wisk. systeem; maar als ik dat deel als bestaand in daarbij het princ. v. ind. al toegepast.

Stel de Russellsche contradictie als volgt (specifieke formuleering) de propositie (over ~~alle~~ (sommige) proposities): als een propositie (sommige over proposities) niet aan zichzelf voldoet. Stel nu die vraag over die propositie zelf. (voeg haar dus aan het gegeven stel proposities toe.), dan komt een paradox voor het geval, dat ik een antwoord op die vraag zou geven (wat absurd is).

Want een propositie over gegeven dingen wil zeggen een scheiding van die dingen ten opzichte van het waar of valsch zijn van bij het opbouwen van het systeem mede opgebouwde relaties; het „al of niet tot zichzelf behooren" wordt dus ondersteld te zijn om te zetten in ~~[illegible]~~ symbolen, die heel iets anders uitdrukken, dan de woorden „tot zichzelf behooren". Terwijl voor een kritieke propositie de oplossing niet van iets vreemds kan uitgaan, maar van ~~zichzelf~~ (redeneering tot ...) zou moeten uitgaan; wat widersinnig is, en niets te verzgonden, dat hij van zichzelf uitgaande, tot het tegendeel van zichzelf voert.

En voor de andere interpretatie (die we hier ook eindelijk houden). Vorm uit 3 stippen alle klassen en klassen van klassen, tot b.v. de 4^de orde. Vorm dan de klasse van alle reeds gevormde klassen, die niet zijn van den vorm . ~~[illegible]~~ Is die klasse dan van den vorm of niet? In deze vorm luidt het antwoord duidelijk: neen.

Van alle groepen uit een Menge ~~[illegible]~~ van zekere machtigheid kan ik niet spreken. Eerst als ik een zekere ordening heb gegeven, b.v. de ordening der punten v.h. platte vlak, kan ik sommige groepen aangeven, maar toch nooit alle.

Zoo kan ik ook sommige reëele getallen aangeven (volgens de reeks $\alpha + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2^2} + \dots$), en zoo veel als ik wil, maar nooit alle. (en ook kan ik van 2 bepaalde de rangverhouding aangeven.)

Wel kan ik iedev reëel getal aanwijzen (met een eindig aantal gebaren of klanken n.l.) door gebruik te maken van de continuum-intuitie, en daarop een punt aan te wijzen."

Maar ~~Zelfs~~ kan ik (dan niet) werken met de machtigheid van de reëele getallen, door niet te spreken van alle beleggingen van alle eindige getallen ~~ke~~ met een eindig aantal b.v. 2, maar van:

Alsletwaar is, dat: {als ik kies een willekeurig (eindig) getal, kies ik erbij [redacted] een der beide get. 1 en 2}? Nu: Als dat dan eens tweemaal waar is hoe wil ik van die tweemaal {} uitmaken, of ze gelijk zijn of verschillend? [redacted]

Wel zoo goed als ik mathematisch kan bouwen en kiezen, kan ik bouwen en proeven op gelijkheid of ongelijkheid.

(Op die manier moeten dus eigenlijk ~~alle die~~ alle hoogere (niet als klassen, maar) machtigheden worden opgevat als proposities, (die alleen uit eindige- en inductie?- bestaan) die t.o.v. klassen ~~steeds~~ dan blijven moeten

[redacted]

[illegible]

(De machtigheid van alle groepen uit ω is natuurlijk 2^{ω}; omdat ik van elk eindig getal heb te kiezen tusschen 1 en 2, n.l. al of niet tot de groep behoort)

„Dat de intuitie v.h. cont. bevat wijst meer, dan de rationaal, volgt wel hieruit, dat je weet, dat je van 0 niet direct op een punt van die schaal, met hoe grooten naam ook, kunt springen!!

(Overigens roept nooit zoo'n typische suggestie te hulp, om je intuitie te verdedigen.)

Intusschen nu dat: als ik een eindig getal denk, kies ik er 1 of 2 bij — is een logische propositie, die alleen zin kan hebben in een of ander mathematisch systeem[1]. (welk systeem, kan ik dan in 't midden laten; bij de onderhavige prop. gaat het, door het int. contin. te nemen, en een punt daarop aan te wijzen"; op die manier, als n.l. het systeem van de prop. er is — zijn het onbekende (nog niet af) [redacted] twee der {} uitmaakbaar gelijk of verschillend zijn[2]; is dus de prop. mogelijk, dan zijn [redacted] de verschillende manieren ~~(eindige qualiteiten)~~

N.B. ~~Ik~~ Heb het cont. noodig; kan niet zeggen: ik kies ω maal 1 of 2, want de infinitiere inductie is alleen voor gelijke dingen, niet voor wisselende (en we kennen geen gelijke dingen;)

(1) misschien is er geen math. systeem te vinden, en dan is ze onmogelijk.

(2) Bij eventueel aanwijzing zou je direct, of ze gelijk of verschillend zijn, zien gelijk daarbij dat bewezen niet opgeleid pag 75

(III)

(materiele)
~~Onze~~ oneindige ruimte is niets als een chimerisch raam, dat bevat: alle eindige ruimtestukken; het enige, wat ons intuitief [redacted] kan worden aangevoeld dan de materiele ruimte (bv. der transfiniete getallen)

Nog eens: het is niet waar, dat ik de wiskunde kan beschouwen afgeleid uit gegeven logische relaties, omdat logische relaties pas zin krijgen, als ze zijn toegepast op een wiskundig opgebouwd systeem. Soms loopt dus een wiskundig systeem, als het logisch subtract onafh. er van zelf kan worden opgebouwd als een wisk. systeem parallel met een ander wiskundig systeem (vaak beter ~~in diffutmenting~~) maar anders is het systeem van uitspraken ook vaak nodig als Existenzbewijs v.h. logisch subtract, dat zelf geen wisk. systeem is

Want wiskunde is bouwen met elementen; maar dat "bouwen" is zelf geen element (ontleedbaar systeem), en kan in 't algemeen ook niet als zodanig worden beschouwd.

In het intuitieve cont. schrijf ik beter 0,01φ, dan 0,01; want dat eenmaal de deling precies op zou gaan, is uitgesloten; alleen kan ik zeggen, dat elke verdere decimaal, hoe ver ook, steeds 0 blijkt te zijn. Bij definitie stel ik dan 0,01φ = 0,00χ; doe ik dat niet, dan houd ik een Menge, wel perfekt, maar niet zusammenhängend. Brouwers de vgl. volgt uit de intuitie van het continuum, want ik kan mij geen verplaatsing denken, die 0,00χ zou voeren op 0,01φ. Intussen is ook een Menge, waarbij de st. niet waar zou zijn, reëel in onze zin, want ze is gelijkmachtig met het continuum, waaruit achtereenvolgens zijn weggelaten de afgesloten reeks segmenten 0,⊢⊣1 tot 0,⊢⊣2 (cijfers 0 en 2 zie Cantor Grundl. p. 26 noot 11)

~~[illegible]~~

~~[illegible] dat ik [illegible] spreken van alle elementen die [redacted] [illegible] aangewezen punt of het er tot behoort (wel soms [illegible] dat het er niet toe behoort.)~~

~~Maar toch kan ik spreken van de plaats die [illegible] bij van alle benaderingen er zijn~~

Je ~~kan~~ zoo zeggen: het cont. is intuïtief en de rationale getallen zijn aftelbaar dus intuïtief, dus ook het continuum met een rationale schaal er op. Ja juist, ~~maar~~ als ik een punt op het continuum aanwijs, kan ik niet zeggen of het tot de schaal behoort.

Alleen dát 't continuum is intuïtief, want als ik een punt kiezend, nog niets van de benadering weet, dus ook de rationale schaal niet af en geïndividualiseerd er op zie staan. Want 't, die ik gegeven heb, zie ik niet af zien staan; ik kan me alleen denken dat je proeven, en dan dáár punten zijn gang laten gaan en mij afwachten; zoo ook met de rationale schaal.

Want vooral stelle men zich niet voor, dat bij het benaderen van de tweetallige decimaalbreuk van het op het int. cont. aangewezen punt, de rationale schaal er reeds op aangeteekend staat of zoo (dán zouden natuurlijk de rationale punten ook zijn uit te zonderen; maar dat kunnen we ons niet intuïtief voorstellen). Neen, we denken ons een physisch uitg. principe van benadering, door b.v. te benaderen zoeken de verhouding der massa's in de uiteinden, opdat in het gekozen punt evenwicht zij (eerst leg ik in elk der uiteinden één massapunt, dan in 't eene 1 en 't andere 3, dan in 't eene 3 't andere 5 of in 't eene 1 en 't andere 7 enz.: zoo benader ik, werkend met geheele getallen, wat moet.)

<u>Alle</u> algebraische getallen mèt de rationale heeft zij. alleen
reële getallen
als volgt: ik denk mij den Mengen-opbouw ... afgebeeld; kiezen willekeurig uit het [illegible] continuum, en [illegible] zijn ... [illegible] Menge.
(Cantor pag. 69 Grundl.) verpflichtet, Definitionen zu geben, wodurch ihnen eine solche Bestimmtheit und eine solche Beziehung zu den älteren Zahlen wird verliehen, <u>dass sie sich in gegebenen Fällen unter einander bestimmt unterscheiden lassen.</u> Als je dit tevoren volhouden, wordt de Mengenleer nog meer beperkt.

<u>Ik kan</u> niet spreken van het cardinaalgetal [redacted] het continuum, (~~dat~~ zoo iets ligt niet in de intuitie er van); evenmin van die der oneindige decimaalbreuken, omdat op zichzelf het <u>alle</u> daarvan geen zin heeft, en via het continuum evenmin, omdat ook het continuum geen „<u>alle</u> punten" heeft.

<u>De reductibele</u> (Schoenfl. Ber. p. 68 en 69. Cantor Grundl. p. 31) Punktmengen zijn ~~[illegible]~~ zulke, als intuitief uit eindig getal en zonder continuumprincipe inductie zijn op te bouwen, [redacted]

Ik zal dus moeten kunnen aantoonen dat Cantor's Alef-eins zinloos is: {Wel bestaan zekere ... zijn, ik kan niet anders, dan bepaalde in dit. alleen: ik kan niet anders bepalen, die ik kan aanwijzen en wat, en de enkele zijn aftelbaar (een eindige reeks, afw. met 1 enz)}

~~[illegible]~~

(oneindig maal)

Behoort $\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ nog tot de tweede getalclasse?

Natuurlijk: het enzovoort (t.o.v. als eenheid een getal of bewerking, die met de tweede getalclasse (reeds behandeld, die zijn uit) is te definieeren) is de genesis der tweede classe.

Het geheel van die wetmatigheden noem ik enzovoorte en definieer de 3e classe als het geheel wat is te krijgen uit reeds gevormde getallen dier classe met behulp van enzovoorte.

[redacted] willek. getal van (II) kan ik aftellen 1 voor 1.

Het geheel van (II) kan ik aftellen met 1 en ω, en evenzoo elk getal van (III)

Het geheel van (III) kan ik aftellen met 1, ω, en Ω

(zie vorige pag.) Het is als met de reëele getallen (als decimaalbreuken); alle aanwijsbare zijn aftelbaar; maar van alle zonder meer kan men niet spreken

	Aftelbaar, de aanwijsbare	Zinloos, (een van een hoogere machtigheid) om als alle samen te vatten
Reëele getallen [redacted]	de eindige reeksen van 0 en 1, en de gedefinieerde oneindige: d.i. defin. bedoelt [redacted] afwisseling van 0 en 1.	de niet gedefinieerde (onbepaalde), oneindige reeksen.
Klasse II	de eindige reeksen uit 1 en ω opgebouwd.	De [redacted] opgebouwd.

(1) oneindig zonder een bepaalde wet, want dan konden we weer vervangen door ω, en hadden toch weer een eindige voorstelling.

Ook bij de willekeurige stetige functie, die wordt gezocht bij de var. rekening, is eigenlijk een niet een aftelbare rij [de versch. gebeurden van de tweedemachtigheid zijn m.a.w. niet onafhankelijk], immers ik denk alles geprojecteerd ~~[illegible]~~ gezochte kromme als een binnen zelf opgebouwd mechanisch systeem, en dat wordt een aftelbare menge ~~[illegible]~~ met behulp waarvan ik telkens mathematische beperkingen aan de oplossing kan stellen.

~~[illegible]~~

("toujours faux") ~~van Couturat~~ is een postulaat dat de intuitie van niets moet vervangen, maar zijn inhoud is hier ook meer dat het een stelsel van intuities of een vangers is.

~~[illegible]~~

Want ik kan geen propositioneele functie stellen, als ik haar niet als waar kan denken; is ze dus altijd valsch, dan is ze zinloos. Men moet dus denken: altijd valsch ~~binnen~~ een zeker zelf opgebouwd gebied van eenheden en relaties (of onmogelijk) en dan is Λ het teeken voor de intuitie niets.

de intuitie van twee proposities, dat zijn groepeeringen uit het bouw-werk van mijn systeem, die niet samen kunnen gaan, die elkaar uitsluiten binnen het bouw-werk en uit hoofde van dat bouw-werk, anders kunnen ze elkaar niet uitsluiten. – Het blijkt n.l. dat ik zóó kan bouwen 2 prop. dat ze elkaar uitsluiten. Stel ik ze dan toch samen, dan voer ik in de nulklas als daaraan bij defin. voldoende, en aan alle andere valsche propo. Die nulklas is een vrije schepping.

Die nulklas is een fictie, omdat ik haar als zoodanig in vrijheid schep.

(cf. Russell p. 76 boven)

nulklas

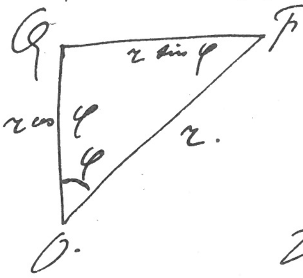
(Bij een wiskundig feit, denk ik aan alle eenheden van mijn gebouw; empirisch feit, aan een eindtal geval, nooit aan meer. En generaliseer ik, dan loop ik in vertrouwen op een niet-optimisme (dat is bedrog).)

Cout. Princ. p. 33): „On est obligé de postuler, par des axiomes spéciaux, l'existence de la somme et du produit logiques ainsi définis pour toute une classe de relations." Maar hoe weet je dat dan? Je postuleert maar, en je vergeet de wiskunde, die je tot dat postulaat heeft gevoerd. [illegible] een wiskundig systeem.

De axioma's van Euclides zijn evident: voor het zelf opgebouwde systeem, dat er al was, en dat de beweging der vaste lichamen was. Dat nu later blijkt, dat wij dat systeem, die groep, kunnen opbouwen, zoodat er andere analoge groepen logisch ook mogelijk blijken, is iets toevalligs. Wij hebben volledig als een en ondeelbaar de ruimte-intuïtie: zoo zeker, dat wij haar mogen gebruiken als eenheid tot opbouw van andere systemen, die dan ook logisch mogelijk zijn. Dat de ruimte kan worden opgebouwd uit andere ~~[illegible]~~ intuïties is een puur toevallig verschijnsel, zoo goed als dat je ~~[illegible]~~ koolzuur kunt maken uit kool en lucht. (en dan is het toch eigenlijk wat anders, dat andere koolzuur resp. die andere ruimte.)

Het vastleggen van alle eindige getallen door eindige definities, wat Russell doet, is niets bijzonders, en analoog aan het welstellen van Cantor.

In hyperbolische maatbepaling.



Absoluut oppervl.

$$x^2+y^2+z^2-4k^2t^2=0.$$

Voor $z = r\,t\cos\varphi$ absolute kegelsnede:

$$x^2+y^2-(4k^2-r^2\cos^2\varphi)t^2=0.$$

Hyperb. lengte van QT: $\frac{2k}{i}$ bg tg $\frac{i r\sin\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2\cos^2\varphi}}$

of $\frac{2k}{i}$ bg sin $\frac{i r\sin\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2}}$

In het vlak door Q ⊥ OQ sluit men een middelpunts-hoek in Q van $d\vartheta$ een boogje bij T in van: $\cancel{2k\frac{r\sin\varphi\, d\vartheta}{\sqrt{4k^2-r^2\cos^2\varphi}}}$

$$2k\,\frac{r\sin\varphi\, d\vartheta}{\sqrt{4k^2-r^2}}.$$

Hyperb. ~~Elliptische~~ lengte van OT: $\frac{2k}{i}$ bg sin $\frac{i r}{\sqrt{4k^2-r^2}}$ $\left[\frac{\frac{r}{2k}}{\sqrt{1-\frac{r^2}{4k^2}}}\right.$ $\frac{\sin\frac{ir}{2k}}{i}$.

Verder: $d_{\text{hyperb.}}\, OT = 2k\,\frac{dr}{4k^2-r^2}$.

En in het vlak van teekening sluit een middelpunts-hoek in O van $d\varphi$ een boogje bij T in van:

$$2k\,\frac{r\,d\varphi}{\sqrt{4k^2-r^2}}.$$

Het eenvoudigst geven we de coördinaten in de ell. of hyperb. ruimte t.o.v. den oorsprong door den ell. of hyperb. afstand en de sferische coörd. van de verbindingslijn.

De afstanden op den bol om O met niet-Eucl. straal α zijn dan die op een gewonen Euclidischen bol met straal $\sin\frac{\alpha}{2k}$ resp. $Sh\,\frac{\alpha}{2k}$.

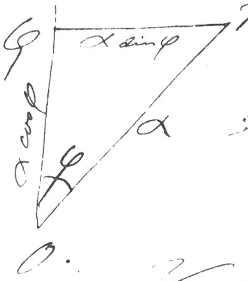
VI-c

De Diff. Vgl. van Laplace in elliptische maatbepaling

$l = K i \log \frac{...}{...}$

Geheele r. lijn $= 2K\pi$.

Neem $K = \frac{i}{2}$.



Absoluut oppervl.:

$$x^2+y^2+z^2+4K^2 t^2 = 0.$$

Voor $z = \alpha t \cos\varphi$ absolute kegelsnede:

$$x^2+y^2+(4K^2+\alpha^2\cos^2\varphi)t^2 = 0.$$

Elliptische lengte van QP: $\operatorname{bg}\sin\frac{\alpha\sin\varphi}{\sqrt{\alpha^2\sin^2\varphi+4K^2+\alpha^2\cos^2\varphi}} = \operatorname{bg}\sin\frac{\alpha\sin\varphi}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$

In het vlak door Q ⊥ OQ sluit nu een middelpuntshoek in Q van $d\vartheta$ een boogje bij P in van: $\frac{\alpha\sin\varphi\, d\vartheta}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$ } Nemen we den straal van een hypersfeer van afbeelding 2K, dan komt er een factor 2K bij.

Elliptische lengte van OP: $\operatorname{bg}\sin\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$

Opmerking als boven. } Dus $d_{ell.}(OP)$ wordt: $\frac{2K}{\alpha^2+4K^2}\,d\alpha$

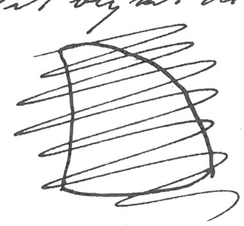
En in het vlak van teekening sluit een middelpuntshoek in O van $d\varphi$ een boogje bij P in van: $\frac{\alpha\, d\varphi}{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}$ { Opmerking als boven

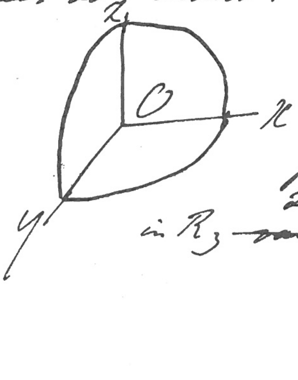
Zij V de krachtfunctie, dan zijn de krachtcomponenten:

$$\frac{\partial V}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}{\alpha\sin\varphi}$$
$$\frac{\partial V}{\partial\alpha}\cdot\frac{\alpha^2+4K^2}{2K}$$
$$\frac{\partial V}{\partial\varphi}\cdot\frac{\sqrt{\alpha^2+4K^2}}{\alpha}$$

} Op de hypersfeer met straal 2K komt hier telkens een factor 2K in den noemer.

Dit blijkt het direct ook aldus: Laat het boloppervlak in R_4 wentelen om YZ, dan beschrijft elk punt een cirkel met als straal zijn loodr. afstand in R_3 ~~van~~ tot het vlak YOZ d.i. $\sin\alpha_{ell.}\sin\varphi$.





<u>Krachtstroom naar buiten in de α-richting.</u>

$$\left(\text{uit: } d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\alpha^2 \sin\varphi}{2k}\right)$$

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\alpha^2 \sin\varphi}{2k}$$

$$+\, d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\alpha \sin\varphi}{k}$$

<u>Krachtstroom naar buiten in de ϑ-richting</u>

$$\left(\text{uit: } d\varphi\, d\alpha \cdot \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \cdot \frac{2k}{\sin\varphi(\alpha^2+4k^2)}\right)$$

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \vartheta^2} \cdot \frac{2k}{\sin\varphi(\alpha^2+4k^2)}$$

<u>Krachtstroom naar buiten in de φ-richting</u>

$$\left(\text{uit: } d\alpha\, d\vartheta \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cdot \frac{2k \sin\varphi}{\alpha^2+4k^2}\right)$$

$$d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{2k \sin\varphi}{\alpha^2+4k^2}$$

$$+\, d\alpha\, d\vartheta\, d\varphi \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cdot \frac{2k \cos\varphi}{\alpha^2+4k^2}.$$

<u>Differentiaalvergelijking voor ϑ constant:</u>

$$\alpha \frac{\partial^2(\alpha V)}{\partial \alpha^2} + \frac{4k^2}{\alpha^2+4k^2} \cdot \frac{1}{\sin\varphi} \cdot \frac{d}{d\varphi}\left(\sin\varphi \frac{\partial V}{\partial \varphi}\right) = 0.$$

(waaruit de vergelijking voor de Euclidische ruimte volgt, door een factor $\frac{4k^2}{\alpha^2+4k^2} = 1$ te stellen)

Aan deze vergelijking voldoet:

$V = \cot \alpha_{ell}$. $\qquad V = \frac{1}{\alpha}$.

$V = \cos\varphi \left\{1 + \cot^2 \alpha_{ell}\right\}$ $\qquad V = \cos\varphi \left\{1 + \frac{4k^2}{\alpha^2}\right\}$

Deze formule: $V = \cos\varphi \csc^2 \alpha_{ell}$ ~~[illegible] voor als grondformule van de potentiaaltheorie der elliptische ruimte~~ heeft als agens een dubbelpunt en een magnetische straal in het poolvlak daarvan, met maximumsterkte in het verlengde van de magnetische as van het dubbelpunt.