1

Die singulariteiten, die wij met onze algebraische krommen krijgen, bewijzen, hoe slecht wij die willekeurige natuur met ons intellectueele bouwen kunnen benaderen. (Althans wat de in het algemeen eenvoudigste functies gaat betreft.) (wel op een beperkt gebied maar willen we het algemeen laten gelden, m.a.w. de inductie toepassen, dan stooten we direct tegen singulariteiten.

Bij de algemeene bepaling van distr. uit zijn tweede afgel. in Niet-Eukl. moet op analoge wijze als in Dictaat pot. theorie de stelling van Green worden gebruikt.
Men bedenke, dat in R_n een V_p en een V_q twee producten hebben: een V_{p+q} (of als $p+q > n$: V_{2n-p-q}) en een V_{n-p+q} (of als $n-p+q > n$: V_{n+p-q})

Bij de stelling v. Green wordt gewerkt met $\int_{\omega_\pi} (\nabla V)\,dk$ voor een ${}_0V$. Dit nu eerst te veranderen voor een ${}_2V$.

Moet ik hier misschien met het $\sin_\pi$ werken? M.a.w. met ~~dit~~ het product van die normaal (uit V_p en V_{n-p}), die integraal heeft t. langs geslotene R_h ~~[illegible]~~ ?

Waarschijnlijk niet, want het ω_π is niet het prod. van 2 planivectoren, maar van lijn- en planivector.

Hoe werkt de mistiek op het artiestengemoed? Als een ziekelijke idée fixe, waaraan zeer veel menschen lijden. Maar ook dat gezicht van den artiest is eenzijdig, want hij ziet als zuiver leven dat van een mensch in zijn eigen tijd, en niet met den vloek van den arbeid, die drijft ~~tot~~ het zich opsluiten in een idée fixe (waar dan tegen een zwakke plek van het bestaan gestreden wordt.)

(1) of zich behaupt wiskundig werken met altaal, in haar eindig aantal woorden.

Uit het feit dat we met "alle eindige getallen" (essentiele) werken(1), volgt dat we impliciet al het werk der mathem. logica gedaan hebben, n.l. werken met in eenheden afgegrensd gedefinieerde axioma's, waar niets oneindigs meer in voorkomt.

De hyperb. mult. is de mult. op de bol van de punten met zuiver imag. voerstraal van uit den oorsprong.

Het volgt uit de afbeelding op Eucl. ruimte, dat voor de hyp. R_2 er zoowel vector dist. zonder rot. en div. met eindige energie zijn, als je wil. In hoogere hyp ruimten echter zijn ze er niet!

Heb een n^e element A en zet in elk punt een aangehecht m^e element B, dan komt een $m+n^e$ element, waarvan de begrenzing bestaat uit 1e. alle elementen B, opgericht in de begrenzing van A. (samen een $(m+n-1)$ ruimte)
2e. de $(m+n-1)$-ruimte, waarin men kan voortgaan in een der richtingen van A of langs een begrenzing van een der B's.

De beide lijn-afgeleiden van een scalardistr. (en dus ook de 2 soorten van bv. scalardistr., die b.v. in een sferische ruimte duidelijk uit komen) doen vectoren met negatieve (of aantal $> n$) dimensies aan de hand.

Bij elke wetenschap en ook bij elke daad kun je vragen: Zoo? En wat dan nog?*

Het mathematisch substraat van de logica (van de fijnste logische algemeenheden) is óf van eindige puntverzamelingen óf [redacted] een aanl. aftelbare lijn of vlak.

De verbindingslijn" van 2 punten, die het (de punten van) platte" vlak in twee groepen verdeelt, schijnt logisch ook te zijn te krijgen, door de rechte lijn te nemen als een „relatie dezer punten" of een „vereeniging der twee punten" ten opzichte waarvan een derde punt of links of rechts kan liggen.

De ~~rechte~~ lijn is de mysterieuze matrix van al die puntverzamelingen; het oppervlak de mysterieuze matrix van al die krommenstelsels, die zich continu in elkaar door „beweging" vormen.(2) Maar de matrices zijn primair.

(2) en dan zoo meer het heele opperv. genereeren.

Het axioma van Archimedes"; wel, door wat ik zelf heb opgebouwd(1) (van het opgebouwde standpunt) spreekt het van zelf. Het axioma zegt iets van den vorm: „niet nog boven dien dat"; met hetzelfde recht kan ik er aan toevoegen: „niet nog boven dien een koe."

(1) d.i. de reële getallen met hun opt. en verm. en uit de continu. geb. de Zahlenraum.

Maken jullie van het continuum niets, dan een relatiesysteem tusschen een groep van punten: des te beter voor degenen, die dat heele systeem uit een enkele intuïtie afleidt.

Wij kunnen de punten van het lineair continuum niet noemen, maar aannemen (of althans zijn er ..., dat ik ze aanneem); ~~[illegible]~~

4

Het complex-continuum van 2 of meer dimensies is ongespecificeerd, niet intuïtief.

~~[illegible]~~

Ik kan met de Punktmengen wel zeggen, dat ik het continuum opbouw, alleen kan ik niet spreken van de „machtigheid" er van, (in kan opbouw niet in deeltjes gewoon die zich laten klassen, onder abstracties) want dan opvatting is immers statig"

~~[illegible]~~

Intusschen kan ik alleen het eendim. cont. gebruiken om op te bouwen (dat is de intuïtie van den tijd, die primair is), het meerdim. vooralsnog, niet zelf te kunnen bouwen. (het is de ruimte, het volmaakt buiten mij, geen verzinnelijking van mij zelf.)

En zoo ook, als ik mij zelf tegen de ruimte verzinnelijke, breng ik er eendim. coördinaten op aan (eendim. continua veranderende verschijnselen, b.v. maat, maar ook b.v. hoek, of ~~temperatuur~~ luchtdruk der plaats), en voer die in als coördinaten [redacted]

~~Dit~~ geraamte v. h. vlak volgen Schoenflies heeft de vrije beweeglijkheid. [redacted] volgen, Schoenflies maar niet volgens Hilbert Beschouwingen als men dat [redacted] Geraamte maar zich als aglomeraat van alle punten met rationale coördinaten.

Kunnen de draaiingen van het planetenstelsel niet het gevolg zijn van de geleidelijke omkeeringen der excentriciteiten bij rondgang door de perihelia?

De determinantsinhoudsformule van het simplex, d.w.z. de verhouding van den vector (de volgorde der hoekpunten) v.h. simplex tot den vector $X_1 X_2 X_3 \dots X_n O$. (als 1 2 3 … n de volgorde der coördinaten in de determinantformule is.)

De „Endenrechnung" der hyperbolische meetkunde van Hilbert en Schur gaat voor het platte vlak goed; omdat de tweedegraadsbijeenvoeging (isodimensionale) hier homoform is met de eerstegraadsuitbreiding (aantal met rechte lijnen) dus de projectiviteit op beide een analoge rol speelt. Maar dat gaat voor hoogere dimensies waarschijnlijk niet.

Wiskunde bedrijven — op zichzelf — leidt minder van het centrum af, dan natuurkunde bedrijven — op zichzelf.

Je komt vooruit in de wereld:
1e door de rol van valschheid, kliekgeest en vleierij
2e door de rol van naïeve royale eerlijkheid.
(die intuïtief alleen kan worden gedragen door een grond-algemeene valschheid, die weer alleen kan bestaan door een domme valschheid tegen zichzelf.)

6

De Universiteit dient de basis te zijn (naar haarzelf) tot geheel de wetenschap en haar doel voor de menschheid.

[voorwaarde gesteund op de voorwaarde van minimum energie.

Van aanl. v.d. veldeigenschap der hyperbolische Ruimte. [Voor eindige energie zou ook nog in uitzonderingsomstandigheden (kleine gedeelten) op het boloppervlak de potentiaal anders dan 0 kunnen zijn. Maar neem we die functie d., dan gaat ook voor de d.-~~functies doordat~~ stelling der pot.-functies, dat er geen mogelijk is met nergens divergentie.

En die eenig mogelijke d.-functie voor gegeven veldvoorwaarden van ~~[illegible]~~ rot. en div. blijkt dan achteraf toch een met de veldeigenschap te zijn.]

Maar bewering niet te leren in het dagel. leven; daar storen ze.

Tot de vereenvoudiging van jezelf door rechtlijnige daden, hoort het lichtzinnig postuleeren van "gewoonten" in de natuur (en zich dan in zijn attentie ~~tot~~ die dingen van de natuur te beperken), en toekennen aan die gewoonten van wetten volgens je eigen vereenvoudiging (1) (eventueel ~~teleo~~ voorwaarde, mechanische verklaring), om ze op grond van die wetten te kunnen beheerschen of behandelen.

[die, daar jij ze wilt zien, er natuurlijk zijn.

1) zooals Michel Angelo in een stuk marmer een beeld voorzitend, "natuurlijk" is dan een medium tot eigen daad; zoo ziet een mensch het rechtlijnig substraat in de natuur om dat te versterken tot zijn eigen "rechtlijnige" vereenvoudiging.

De functies der natuur postuleeren we alle continu en dat is ~~ons~~ menschenverstandelijkheid.
Maar dat na-bouwen uit onze eigen schepping: de "analytische" functies, is (Faraday) physisch zonder waarde.

Dat wij merken, dat in de natuur in 't oneindig kleine de continuiteit niet blijft, doet er niet toe. Onze verstandelijkheid is nu eenmaal, ons geen plotselinge sprongen te kunnen denken, maar continue segmenten van verandering en dimensielooze punten zonder verandering. De oneindig kleine deeltjes geven weer ~~[illegible]~~ toch weer op nieuw kleine afmetingen die continu verloopen.

Een axiomatisch systeem is een wiskundig systeem van combinatoriek. Maar het intuitieve wiskundige systeem is veel eenvoudiger.

(Hilbert Festschr. §3) Het bestaan van het 3de punt moet toch eerst nog worden bewezen.

Er is een bewegingsgroep der rationale punten: neen maar die lineaire bewegings-transformaties, die reëele coefficienten hebben.

Beschouw de molecuulhypothesen als middel om uit niet eenvoudige relaties door die met de groote getallen eenvoudige af te leiden.

In het betoog van het krachtveld der hyperbolische ruimte ontbreekt een schakel, n.l.:

Heeft een $X_{rot.}$ de veldeigenschap, dan heeft ook haar $\int \nabla . T_{\frac{1}{2}}(r)$ de veldeigenschap. (Immers anders kon het door de rotatie eenduidig bepaalde veld, wel iets anders zijn dan de $\int \nabla . T_{\frac{1}{2}}(r)$, die er door een inwendige bolfunctie van zou verschillen. ~~[illegible]~~) Die schakel is waarschijnlijk te leggen aan te vullen (zie 4 prog. verder).

~~Want een inwendige bolfunctie heeft waarschijnlijk steeds oneindige energie. En een „veld" heeft eindige energie. [illegible] Tevens als [illegible] alle veldvoorwaarden [illegible] 3 stellen: alle krachtcomponenten van lager orde dan e^{-r}~~

Om de consequentie van rot. en div. voor de inw. bolf. der Euclidische ruimte te trekken, wordt er het best beschouwd als limiet van een hypersfeer.

~~Alle gaan dan ter van vectordistr. in hoeveelheden~~ ~~(d.w.z. [illegible])~~ ~~met de [illegible]~~ ~~voor Eucl. en hyp. ruimten, [illegible] geapplic. in de distr. volgens de voerstraal, en loodr. op de voerstraal, een kijkje, in hoeverre elke dier distr. iets geeft als $\int \nabla . F$ ~~[illegible]~~ (dat zijn de [illegible]) ~~[illegible]~~. Genoeg om te zien, dat [illegible] is de ontbrekende schakel bewezen~~

~~Men stelle eens dat dit voor was, dat deze $\int \nabla . F(r)$ minder eenvoudig is dan V. Dan zou deze $\int \nabla V . F(r) = V'$ [illegible] tot [illegible] als $\int \nabla . F$, maar dan toch zeker ook wel $\int$ de [illegible] nog eenige oneindig kleine voorbeelden V. Maar dan is ook $V - \int \nabla . F(r)$~~

[Je kunt altijd twee ~~[illegible]~~ bollen in hyperb. ruimte met hun oppervlak tegen elkaar gelegd denken en zoo een gesloten ruimte vormen. De limiet hiervan wordt twee volledige hyperb. ruimten tegen elkaar aan.]

~~Het [illegible] in [illegible] 4 [illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible] rotatie [illegible]~~
~~[illegible] in 4 eindige~~
~~2e [illegible] in 4 eindige~~
~~3e [illegible] veldfunctie in 4~~
~~En dit zou een [illegible] krachtbuizen [illegible]~~
~~veld 3e [illegible] kunnen [illegible] veld~~

Van een distr. met alleen ~~[illegible]~~ rotatie (die gene ages in 4 eindige of bolhulling in 't oneindige) zijn alle krachtbuizen in 't eindige gesloten, ook al is er ~~[illegible]~~ oneindig veel nog rotatie: om de distr. bij die oneindig vele rotatie te volgen, moet ik krachtbuizen nog veel oneindig maal zoo veel volgen, maar den bol in 't oneindige bereik ik nooit.

~~Wil ik dus voor Eucl. of hyp. ruimte een formule opstellen onafhankelijk van de veldeigenschap, dan moet ik drie termen nemen. Het is nu maar de vraag of ook de term onder 3e is te splitsen in elementairs.~~

~~stellen / Bolvlakgeval gaat het door extrapolatie / volgt de vergelijkingen.~~

~~stel ik heb een Vrot., dan zonder agens of zonder bolbelegging in 't oneindige (die zich in 't eindige zou kunnen doen gevoelen) dan heeft de som van al de geisoleerde vectoren daarvan ook geen bolbelegging in 't oneindige; dus ook de som (niet) van de niet de geisoleerde vectoren afgeleide (rotatie)distributie (immers niet of er niet afgeleid afgeleidt wordt (1)) Deze laatste kan dus niet anders een irr. bolfunctie van de Vrot. verschillen, moet dus zijn = Vrot.~~

~~Hiermede is de paragraaf, gedeelte 3 pagina's vroeger aangevuld.~~

~~Maar tevens is gebleken dat men, hetzelfde over Vrot. allen gezegd kunnen zijn, als we de veldeigenschap stellen, die het uitspreekt dat er geen bolbelegging in 't oneindige mogelijk is die in 't eindige invloed heeft. (2)~~

~~Voor hoogere hyperb. ruimten is hieraan waarschijnlijk voldaan; voor de hyperbolische~~

~~(1) volgende de gewone potentiaaltheorie op grond van de veldeigenschap is de laatste distributie [illegible] en [illegible] geen niet afgeleide distributie.~~

~~(2) Deze moet je maar een nieuwe voorwaarde stellen, die volledig en deze laatste eigenschap daarmee uitsluit.~~

~~Eenig is dat [illegible] volgt uit het theorema van Green. Alleen voor R_2 niet: daar kunnen de elem. velden wel agens in 't oneindige aan[illegible]~~

R_2

De elementairvelden voor hoogere (hyp.) ruimte dan R_2 hebben geen agens in 't oneindige. Zie van R_2 velden.

12 [Intusschen is ook de volgende redeneering juist:
Hyp. R_n voor $n \geq 3$) Een vectorveld = som van zijn geïsol. vectoren = som van zijn elementaire velden ~~van~~ div. + som van zijn elem. velden van rot. $= \nabla \int \nabla . \frac{T}{1}$ (waaronder het agens ook dat in 't oneindige moet worden geteld) $+ \nabla \int . \nabla . \frac{T}{2}$ (waaronder ~~de~~ rotatie ook die in 't oneindige moet worden geteld); ~~maar die kunnen we ook weglaten, want velden met alleen rot. in 't oneindige zonder div. in 't oneindige zijn er niet; de velden van rot. in 't oneindige worden dus ook bij de velden met opie. in 't oneindige weggeteld)~~ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

(De rot. is ∞ oneind. van de vectorontbonden ⊥ voerstraal wordt (natuurlijk) een stroomelement in ∞ oneindige loodrecht op die vectorontbonden)

Is de volgens $\nabla \int \nabla . T$ uit de afgeleiden in ∞ oneind. van een veldfunctie gevormde kracht in ∞ eindige oneindig klein?

~~[illegible]~~

Ja en hiermee is de zaak afgedaan. FL

Immers agens in ∞ oneind. p. opp. eenh. v. orde $< \frac{1}{r}$

rot. " " " " " " $< r^{-2}$

Totaal agens in ∞ oneind. v. orde $r^{-1} e^{(n-1)} r$

Totale rot. " " " " " $e^{(n-2)} r$

Maar demping agens v. orde $e^{-(n-1)} r$, dus werking v.h. agens in ∞ oneind van orde $< r^{-1}$ (voor pot., van orde $< r^{-2}$ voor kracht). Dus is die werking 0.

Demping rot. v. orde $r e^{-(n-2)} r$, dus werking v.d. rot. ~~uit agens~~ in ∞ oneind van orde [illegible] $< r$ voor vectorpot.; van orde 0 voor kracht.

De bedoeling van den beweging is, om met eindpunt de pot. potentiaal, veroorzaakt door de afgel. in ∞ oneind. weg te kunnen laten.

Voor R_3 in de 2 d [illegible]

Intusschen blijkt nu meteen, dat (1) voor voldoening het voldoende is voor ontb. volgens voerstr., dat zij $< r$ wordt. Dus de potentiaal mag zelfs ∞ worden (in t eind. [illegible] ook, maar < orde r), als maar < orde r^2.

Dus juist de voldoeningsvoorw.: { ontb. volgs voerstr. $< \frac{1}{r}$; " ⊥ voerstr. $< \frac{1}{r^2}$

(1) Tenminste als ook kan worden aangetoond, dat geen inw. bolf. mogelijk is, in ∞ oneind. < r wordt.

Het is wel waar, dat de wiskundige logica niet veel anders is, dan doorredeneeren op grond van enkele axioma's als gewone symbolen; maar de wiskundige intuïtie heeft daarmee niets te maken.

het geen misschien wel ergens anders een uitgebreide discussie v. d. vgl. van Laplace is te vinden.

Ik moet nu ook kunnen aantoonen, dat de Euclidische pot. formule (in R_3 b.v.) doorgaat voor elke pot. functie, die in ∞ oneind. wordt < orde r. Ten minste, als het waar is, dat er ook geen inw. bolfunctie mogelijk is, waarvan de pot. in ∞ oneindige < orde r wordt. Het laatste is waarschijnlijk waar (2). Maar dan moet ook het eerste wel precies zijn aan te toonen, en daarmee kunnen we dan meer het laatste streng bewijzen.

(2) Het is natuurlijk niet van ∞ naar elkaar gelopen vectorstroom en pot. niveau's in te zien. [illegible]

14

2^{ω} is het ord. get., volgend op alle getallen $2^{\aleph_0}$; het heeft als card. get. ... Maar $2^{\aleph_0}$ is zelf een cardin. get., en volgt niet direct op de cardin. getallen $2^{\aleph_0}$.

~~Door een insufficient [illegible] [illegible] zich [illegible] [illegible] [illegible] door een [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] wiskunde.~~

(we spreken physica of meteorologie)

(Naar aanl. van Zermelo's bewijs) Het is niet waar, dat er een natuurwet ~~denkbaar~~ mogelijk is, die in elke Teilmenge een element uitkiest. Je zou toch zeggen: (als ik) een levend individu een Teilmenge voorleg, en ik vraag hem er een element uit te kiezen, dan neemt hij er een (volgend uit zijn hersenstructuur), maar 1e geldt dit alleen voor de definieerbare Teilmengen, en 2e is het niet zeker, dat hij hetzelfde voorbeeld zou nemen, als ik hem dezelfde Teilmenge in 2 verschillende talen voorlei.

~~Alle Cantorsche getallen der ~~eerste~~ tweede getalklasse kan ik opschrijven met een eindig aantal teekens. Maar die teekens zijn de nieuwste vormen symbolen met behulp van het „en dat en zoovoorts", zoo b.v. stel $\omega^{\omega^{\omega}} = \omega_1$; en het algemeen te vormen symbool bestaat uit een oneindige reeks van te vormen ~~teekens~~ achter elkaar. (Immers hebben we een ~~fundamentaal~~ reeks van symboolvormingen, dan hoort ook het grenselement van die reeks tot onze symboolvormingen. We hebben dus die grens-symboolvormingen tezamen die tweede machtigheid. Dus ook de met een eindig aantal van zulke symbolen geschreven getallen der tweede getalclasse.~~

~~Geeft iets van het specifieke continuum het Zermeloschen-axiom, dan volgt daaruit, dat het niet aftelbaar is.~~

~~Geeft het cont. volgens 2-tallig stelsel~~
~~symboliseeren de~~
~~de 2de getalclasse " de 2 voortbrengende operaties.~~
~~Dan kan ik beide op elkaar afbeelden en het continuum raakt zóó welgeordend." ("loopende geordend").~~
~~Zoo moet dan ook zijn op te geven het kleinste getal van: 0,1 / 0,01 / 0,001 / 0,0001 / enz. — omgekeerd +1, omgekeerd van ω, en herhalen — $\omega+1$ / $\omega+2$ / $\omega+3$ / $\omega+4$ / enz.~~

~~en van: 0,1 / 0,11 / 0,111 / 0,1111 — $\omega+1$ / $\omega^{\omega}+1$ / $\omega^{\omega^{\omega}}+1$ / $\omega^{\omega^{\omega^{\omega}}}+1$.~~

~~Maar hier heb ik niet veel aan: ik beeld van beide zoo maar een klein deel af, en, de wat ik van de beide hoeveelheden zoo kan krijgen, blijft aftelbaar.~~

~~Beide (cont. en 2de classe) bestaan uit de veelheid~~
~~vrij tot~~
~~van "prendre au hasard" (en elk "prendre à hasard" is weer iets verschillends), en het bouwen op elk genomen element van een aftelbaar getallen lichaam. (bij 1e bijvoorb. een rationaal systeem, bij 2de een systeem volgens de Cantorsche normaalvorm)~~
~~Maar nadere aanduiding van het "prendre au hasard" is niet mogelijk, anders zou het vallen in een oud aftelbaar getallen lichaam. De ordening van de verschillende "hasards" op het continuum, die ik achteraf empirisch maak volgens de oneindige decimaalbreuken, mag ik bij mijn gelijkheid of analoge "hasard" bij de 2de getalclasse willekeurig niet zoo als bij zijn partner in het continuum postuleeren. Daarmee is dan alles gezegd.~~

~~Immers ik wil bij anderen vinden, dat de waarlijk vrije keuze zich laat uitbreiden tot het „prendre au hasard" (bij het continuum). Dus moet het dat ook verdragen bij de 2de getalklasse.~~

en de werkelijkheid is de wereld ... [illegible]

De wetenschap is een vage aanvoeling van de natuur ~~[illegible]~~, waarop we onze [illegible], die toepassend op deelen der natuur, waarmee we een geheele natuur-architectuur op te bouwen toepassen, en zoo krijgen we valsche illusoire beelden, die alleen onze hoovaardij laat bestaan?

~~De Wohlordnung der 2de getalklasse bestaat in een Wohlordnung der verschillende lichamen er van; maar die is bij het continuum ook direct aanwezig.~~

~~Wordt het „prendre au hasard" geprojecteerd op een aftelbare hoeveelheid, dan kan het niet anders dan door een (empirische) eindige kan oneindige decimaalbreuk nooit, want dan zou het hasard niet (indefiniete) vrij zijn, en hadden we onze eigen vrije schepping.~~

[illegible]

[illegible]

't Is niet op te afte beelden door een eindige wet; maar 't komt ook niet klaar door een eindig werk; maar, 't vormende in oneindigen tijd, blijft het onder haar vorming steeds op te afbeeldbaar. En dat is het eenige wat ik kan zeggen. 't Is niet de aard der zaak dat:

Was e met de 2e klasse afgerond, dan zoude men door e moeten kennen zien als afgelopen (opgebouwd) (vgl. Bernstein in Jahresb. 1906 beloofdheid); maar dat gaat niet, want ik construeer zoo alle [illegible] ... alleen van [illegible] ... de bekend „[illegible]" ... in het c in intuitie en kunnen nergens meer in worden gebruikt

is af (door de math. intuitie, die in ons is).

Het bewijs (Cantor Begründung §16 D) spreekt van äffe (perfecte) fund.-reeksen: die allen hebben grenselementen, en die ook tot T hooren (§15, c). Hij bewijst dat alleen: de äffe T kan niet door een äffe fund.-reeks worden voorgesteld. Maar T is niet af, de kwestie zou dus over niet-äffe fund.-reeksen moeten loopen, maar die kennen wij niet, die staan buiten onze [illegible].

~~Intusschen kan ik mij T afdenken, als ik de probabiliteitszaak postuleer, dat ik een getal van T kan benaderen, door achtereenvolgens zijn decimalen van rechts naar links te bepalen, te weten eerst het deel tusschen 1 en ε_0, dan tusschen ε_0 en de ε_0 van de machtigheden der ε-getallen. Zoo krijg ik een achtereenvolgende T benaderings-termen. Maar nu is dan T niet meer loopend geordend en gaat ook haar machtigheidsbewijs niet meer door.~~

Wij hebben intuïtief het „naast elkaar" (continuum) van eindige getallen in de intellectueele ruimte (tijd), en de „met" (door nemingen) af in den tijd.

Vooreerst bedoelt Hilbert niet, dat Wid. opz. l.k. alleen kan blijken uit een Existenzbeweis.

(Hilbert, Ueber den Zahlbegriff, Jahresber. 1900)

Van het volledigheidsaxioma geeft hij geen bestaansbewijs, dat al (en kan opkomend worden gegeven) niet reeds op de cont. intuitie is gegrond [.

met wijsarithmetische (d.i. zonder cont. idee) kunnenschappen, kunnen wij niet bewijzen, dat niet volledig is; maar daaruit valt niet tot de mogelijkheid van het volledige te besluiten.

Vgl. overigens Hilbert in Ens. Math. 7. Hij erkent daar wel het werkelijk bestaan van de cont. intuitie, niet v.d. inductie.

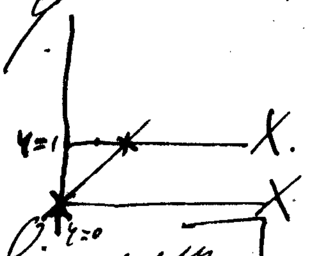
De cont. int. is primair en meetkundig; daarom moet de math. analysis ...de grond zijn.

Wij leiden dan uit I 1-6, III 1-4, II 1,2 af de meetkundige groeps van (analyt. ...) bundels: 2 parallel en een uit een punt.

1°. lijnen // Y-as, verplaatsen het X-systeem op parallelle lijnen (de lijnen // X-as)

2°. lijnen // x=y, die het X-systeem op parallelle lijnen verplaatsen na optelling van een constante

3°. (stralen) lijnen door het punt O, die het X-systeem op parallelle lijnen verplaatsen na (den bundel ... zich alleen in O snijden) vermenigvuldiging met een constante.



(Ik kan dit alles telkens slechts analytisch uitgeven, maar noem y de x, waarop die hoogte de O-... is overgegaan.

Voorlopig maar: Defin. eerst de opt. zelf, daarna afh. op de getallen dan volgt uit de distr. eig. dat prod. (x, y) voor const. x even met y en voor const. y even met x, dus prod. (x y) = cxy.

Zij dan vooreerst, dat ~~Vanzelf is dan~~ $a(b+c) = ab + ac$. ~~Hieruit~~ Hieruit volgt, dat de productfunctie is van den vorm $f(y).x$. Uit de commut. eig. volgt dan: $f(y) = c.y$ [en als we axioma I, 6 ... $=1$ en prod. $(x, y) = xy$.

[en nu is tevens de assoc. eig. verzekerd).

Ik kan de punten v. h. continuum niet als geheel definieeren, want het zijn maar enkele bepaalde die ik zoo kan krijgen. (want een grens denk ik mij alleen bij een tegenstelling, m.a.w. bij een reeks.)

De meetkunde werkt in coörd. en coëff. met intuïtieve continua, is dus de zuiver intuïtieve grond voor de ~~meetkunde~~.

Bewijs, dat elke (gedachte) deelverz. v. h. cont. is óf aftelbaar, óf v. d. machtigheid C. Wat ik opbouw is aftelbaar. Ga ik nu het continuum afdeelen in segmenten van niets en niet, dan moet ik een van die segmenten uitkiezen, b.v. A, opbouwen. B is dan de rest. ~~Hebben A en B beide een inhoud, dan hebben ze de machtigh. C. Maar heeft A een inhoud bij~~ 1ᵉ geval. A is loopend geordend opgebouwd. Dan hebben A en B de machtigh. ~~A~~ of C, naarmate ze geen of wel inhoud hebben. (of volgens een type dat ontstaat door splitsing van elementen der überall dichte reeks)

2ᵉ geval. A is überall dicht opgebouwd. Dan is ook B überall dicht. ~~Wie~~ inhoud heeft, is zeker van machtigheid C. Maar ~~ieder~~ inhoud heeft, ~~...~~ is als A van machtigheid $\aleph_0$, maar als B van machtigh. C. (Immers ~~aan~~ B blijven de ~~punten, die~~ segmenten, die eerst bij de ω de decimaal geraakt worden bij opbouw van de rationale schaal; al zijn dus die segmenten slechts punten, hun machtigheid blijft C; terwijl aan A alleen die segmenten komen, die ~~...~~ bij een eindige decimaal trap worden afgezonderd.)

Intusschen kan ik het op tweeërlei manier opvatten. Feitelijk val ik in 't bovenstaande op: A zijn de segmenten, die bij een eindige decimaal bereikt worden; B zijn de segmenten die bij een ~~...~~ oneindige decimaal „niet bereikt" (als eenpuntstermen gelezen) worden. Immers ~~...~~ die toevoeging van de oneindige decimaal is het postulaat voor C. Maar de punten, die bij oneindige dec. „niet bereikt" of „wel bereikt" worden zijn dezelfde. En ik kan ze bij postulaat even goed bij A voegen. En dan wordt B van machtigheid ω of ~~B~~ (naarmate ik de grenspunten van de segmenten B tel of niet.)

Behalve in het continuum met zijn schaal van punten kan ik natuurlijk ook bouwen in de ω-rij van de kaardecimalen, die ik ook weer überall dicht kan ordenen. Maar dan is het maar de vraag: hoeveel van die decimalen laat ik over voor de vrije kas?? Zijn het eindig aantal, dan machtigheid eindig. Zijn het er ω, dan machtigheid c_0.

6

[Cantor in zijn afleiding van: machtigheid cont. = $2^{\aleph_0}$ vergat, dat hij niet alle rationale getallen mag aftrekken van alle reële getallen. Het zijn ongelijksoortige dingen: de eerste bouwdingen, de laatste zijn kansen in de natuur. En in den zin, waarin ik zonder verandering der machtigheid bij de groep der rationale getallen plus iets nog met een alle rationale getallen mag optellen zonder verandering der machtigheid: in dien ~~zin~~ kan ik nog niet een machtigheid van cont. denken.]

~~D~~Dat een rechthoekig coörd. stelsel niet in elke Mannigfaltigkeit mogelijk is, blijkt b.v. uit Minding M.A. 55.

(Poincaré Enseignement 6 p. 270) de optelling is niet te definieeren, wel de aftrekking uit de optelling

Hilbert klaagt (Ens. 7 p. 90) over de paradoxe gevolgen van Freges opvatting van gedefinieerdheid (die overigens op een [illegible] van ons niet [illegible]). Hij zegt: de logica is zeker nog niet ver genoeg. De fout hiervan is: de logica moet wachten op de wiskunde; niet omgekeerd.

(ib. p. 92) De definitie van = wekt met gelijke herinnering als de gewone begeleiding van een formule met = is. Het is dus zinloos.

Voor het bewijs van de proj. grondstelling is noodig óf het ax. v. Arch. (Klein, Der ersten Darstellung der Lob. Pr.) óf de axioma's der congruentie (Schur, M.A. 51); maar in elk geval één van beiden. (Hilbert Festschr.)

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Onafhankelijkheid van axioma's is te bewijzen, waarvoor een deel door opstellen van geometrieën, waarvoor een deel niet geldt. Afhankelijkheid is te bewijzen, door het een deel uit het andere te bewijzen. Maar dat een ingeschapen axioma-stel niet nog een deel kan vervallen (dit is iets anders, dan "niet een bepaald deel kan vervallen") kan men "daarmee" als bewezen beschouwen. Daartoe zou men eerst alle axioma's in hun elementen moeten ontleden, die in 't algemeen oneindig in aantal zijn, en is men dat gaan doen, dan is men dus teruggekomen op den opbouw der wiskunde; waarbij men dan gewoonlijk niet den eenvoudigsten opbouw heeft gekregen; en verder heeft die "axiomatische" opbouw niets bijzonders, wat haar van andere opbouw onderscheidt; elke opbouw heeft bij iedere nieuwe stap de eigenschap, dat men ook andere wegen zou kunnen uitgaan.

[b.v. de twee vlakke axioma's van Peano

En evenzeer als Existenzbeweis is de opbouw toch noodzakelijk. (Een eenige geschiedenis)

Geheel hiernaast staat de steeds eindige opbouw van het gebouw uit axioma's en stellingen (dat even weinig wezenlijk is, als de zelfbeschouwing van het intellect; men bouw-eigenschap moet zich niet daarop werpen). Dat is dan een opbouw, steunend op de axioma's der logische wetten; en de logische wetten zijn weer een axiomatisch opbouw, steunend weer op logische wetten, en zoo voort u.a. infinitum.

Dat ik algemeen-filosofische opmerkingen aan 't hoofd van het wiskundig systeem stel, komt niet daarvan in dien zin een stelsel op te bouwen, maar is alleen een hulp, om de noodige grondstellingen vast te houden ook bij den opbouw der wiskunde, waar ze anders licht zouden worden vergeten, maar niet mogen worden vergeten.

Het zuiver wiskundig werk is niet parasitair, want kan betrokken worden op den strijd; de logistiek wel. De eerste kan dus bloeien bij een gezond ras, de laatste alleen bij een gedegenereerd.

Schur (M. A. 55) onderscheidt 3 phasen: 1. Desargues. 2. Pappus (en de opbouw der proj. meetkunde). 3. De overgang van projectiviteit naar Metriek. Hij gebruikt geheel geen Archim. axioma en houdt in tegenst. met Hilberts ~~[illegible]~~ Festschrift steeds de hyperb. meetk. mee omsloten. Voor de phase 2 gebruikt hij de congr. axioma's. (Het Archimedische was ook mogelijk geweest.) onder uitsluiting van de omkeerbaarheid der Strecke; Schur had het gedaan onder uitsluiting v. zuivere axioma's van congruentie. (Schur gebruikt daar zuivere axioma in den vorm der omkeerbaarheid van den hoek.). Voor 3 moet hij nu nog de omkeerbaarheid van de Strecke er bij nemen (maar hij meent dat misschien dat axioma nog wel uit de andere kan zijn af te leiden.)

Overigens is het een heerlijke Begründung der congruentie van Peano-Schur-Hilbert; en springt het probleem Lie over; immers postuleert men dat bij de bewegingsgroep rechte lijnen in elkaar overgaan.

$\sqrt{2}$ onmeetbaar? Hij staat in de verm. groep tusschen 1 en 2, als in de optelgroep $\frac{1}{2}$ tusschen 0 en 1. ~~Hij~~ Zij is dus even weinig onmeetbaar als $\frac{1}{2}$. Hij halveert (voor de (eenledige) groep zelfs geheel willekeurig is die halveering te kiezen) eenvoudig een enkele uit de groep aangenomen operatie.

In Hamilton, Whewell is niet waar, dat (wiskunde) logica is (Chelis) [illegible]. (zij ligt niet in de wisk. der log., maar in haar eigen wisk.).

De meting, 2 maal achtereen, ontstaan door slechts één trans.

Formatie met de groep. De reëele groep kan door deling van de maat nog iets worden voortgezet; als wiskundig instrument om er mee te werken gebruiken we de continue eenduidige groep, d.i. de opstelling.

De groep uit ω is discontinu; en onbepaald, omdat ω zich naar de groep nog op allerlei andere manieren ordenen laat. Men bouwt de groep op; door een willek. element 1 te stellen; 2 het beeld ervan; 3 van 2 enz.

~~Opstellen van de eenduid. continue groep, dan is die, als van het gebied tusschen 2 opvolgende constante punten voor de oneindige transformatie bekende eenduidig.~~ De opstelgroep is de een-eenduidige groep. Denk nu een meerduidige groep; waar de inf. transform. zou moeten zijn: gaat aan in: dan heeft die ~~[illegible]~~ groep (ook) den vorm: gaat aan in ---- of: gaat aan in: , m.a.w. het gebied heeft een eenduidige groep, die gedeeltelijk niet het gebied wegschuift. Zoo is b.v. de groep $\log(e^x - 6)$. ~~[illegible]~~ Hiervan is ook wel een ~~[illegible]~~ schaal te construeeren, maar anders dan de opstel. groep verstaan we die van het aan beide zijden open continuum geheel in zichzelf, dus de een-eenduidige groep.

(Cantor). „Von jedem beliebigen Object muss man angeben können, ob es seiner Definition zufolge der Menge angehört oder nicht.“ [Zoo'n gedachte zijn ook de grondfouten van Russell.] Larie. De wiskunde kent geen beliebigen Objecte, daar ze zelf opgebouwd; en de definitie mag alleen zijn een bouw-operatie, waarna de intrinsieke opbouw nog mogelijk moet worden ~~[illegible]~~ uit combinaties van ζ, ω en c. Alleen is door de definitie de bouw beperkt.

Schoenflies Bericht p. 13 St. IV.

Alle aangegeven reëele getallen zijn aftelbaar oneindig.

De beste manier om de praktische onmeetbare getallen op het cont. in te voeren, is misschien aldus, steunende op het int. cont.: Er zijn allerlei statige afbeeldingen van C in zichzelf, die we kennen, ~~[illegible]~~ die voor een stuk van C een-eenduidig zijn en nu zien we direct, dat aan elk punt van C een punt van de afbeelding moet beantwoorden. (b.v. cijferteekens)

Zoo leggen we uit één schaal, dat is stelsel, nieuwe teekens definieeren, d.i. aan punten op C beantwoorden laten.

Tot als door zwakte van gebrek niet laat, der fout; terug tot dingen verdwenen is.

De wiskundige systemen (en uitbreidingen daarvan bouwpogingen) zijn werkingen van onszelf naar buiten; daarom herinneren we ons die volkomen exact; in tegenstelling met de andere inwerkingen van de buitenwereld op ons.

Dat zoogen. syllogisme (op wisk. systemen (te bouwen) heeft het uitsluitend betrekking), is een uitvloeisel van het wiskundig bekijken van de wiskundige redeneeringen van een ander! De laatste is gewoon aan 't bouwen, maar springt gewoon (steunend op zijn herinnering) een ~~[illegible]~~ reeds vroeger ~~[illegible]~~ ondervonden redeneerschakeling" (d.i. bemerking van een „bouwdwang" door telkens herhaald „verweven worden") over, (hij weet reeds dat uit zekere eischen (die nu ook aan zijn opgegeven gebouw gesteld zijn) een zekere bouwdwang volgt), en gaat dit nu direct ter harte nemen. (M.a.w. hij bekort de taak, en ~~dat [illegible]~~ een draag- en bouwmaar gen ziet een syllogisme.

Wanneer men nu een symbolisch gebouw opbouwt met operatieregels, dan kan het zijn, dat men kan aantoonen nooit te kunnen komen tot twee formules, die slechts verschillen door het „ontkenningsteeken" (een der teekens uit de groep. Men gebruikt daarbij alle teekens der logica en wiskunde (d.i. van bouwen); deze zijn dus bij zoo'n systeem vooronderstelde. In 't algemeen zal zoo'n systeem geen waarde hebben, dan op zichzelf; soms echter kunnen de symbolen zich min of meer dekken X met de woorden der verstandhoudingsoorten wiskunde, en de afleidingen in het symbolensysteem met de ~~[illegible]~~ woorden der verstandhouding die de vereenigingen tot bouwdwang begeleiden. Het ontkenningsteeken ~~loopt~~ dan parallel met ~~[illegible]~~ de verandering van moet in mag niet (beide gedacht in bouwdwang). Voor een symbool, dat een wiskundig bestaand ding beteekent is dan zeker niet mogelijk, de symbolische „contradictie" af te leiden; immers de zoo contradictoire bouwdwang bij het bouwen zijn gemeend, en het ding had niet kunnen bestaan. Maar omgekeerd kunnen we door een wiskundig te bouwen ding aantoonen, dat geen symbolische contradictie is af te leiden[(1)] in het symbolisch systeem, dan is het ding bestaanbaar. Immers dat ~~[illegible]~~ de klassen, (2) (dit woord heeft hier in een wisk. systeem zin, niet bij Russell) waarin volgens de versch. voorwaarden het te bouwen ding zou hooren, iets gemeenschappelijks hebben, wat anders was aan te toonen, dat uit ~~[illegible]~~ „behooren tot n-1 der klassen" volgt: „niet behooren tot de nde klasse." (3)

We spraken boven van moet en mag niet. Maar ook nog moet niet. Dit beteekent wiskundig wat? Niet het wisk. systeem (~~[illegible]~~ „mag niet"), maar de fantasie van den wiskund. bedrijver, die allerlei halfgebouwde wenschen voor zich ziet zweven. Het nadert dus tot wiskundig bekijken van het leven, zooals de droom philosophen doen.

Als je het syllogisme als wet wou opstellen, dan ~~[illegible]~~ ~~[illegible] het syllogisme (dat je eigenlijk [illegible] toch ook toepast)~~, heb je daar nog niets aan, zonder dat je toch ook nog onbewust het syll. toepast. Immers zoo:

major: het syllogisme geldt
minor: $a \supset b$; $b \supset c$
concl. $a \supset c$.

Het beste is dus maar, het dadelijk onbewust toe te passen.

Zoo ook moet je niet in willen: „a is waar," maar stil blijven bij a; en dat altijd waar denken. Want ~~[illegible]~~ onbewust pas je nu toch weer toe, dat „a is waar" waar is. Maar bovendien is „is waar" geen wiskundige gedachte, zie alles in de passie tot wiskunde doen.

~~[illegible]~~ Klassen op het cont. worden alleen bepaald ~~[illegible]~~ t.o.v. een op c bepaalde ieb. dichte schaal (als het niet bepaalde eindige of w-rijen zijn.) En al onze constructies en bewerkingen (d.i. transformatiegroepen) geven nog niets anders, d.w.z. we kennen van de punten op die schaal zelf, of een of andere wet (empirisch blijken vermeld hier) die we vergeleken willen hebben voor de benadering t.o.v. die schaal. Het is de klasse nog niet in een dien vorm voor ons, dan wel ik nog niet, op ze bestaat.

[maar de wiskundige of bouwer denkt er zelf niet aan, laat staan past het toe.

X als het zijn symbolen van wiskundig bekijken van wiskundig bouwen; als zoodanig kunnen dan ook de symbolische axioma's volledig zijn.

(1) Toe iets zal intusschen niet altijd uit te maken, want $Z(X)$ is niet door inductie te beheerschen, maar staat aan verrassingen [vernuft] steeds bloot. Evenzoo is niet uit te maken (wegens de) of ooit een contradictie in een symbolensysteem wiskunde is.

(2) deze klassen, wiskundig gedefinieerd, zijn steeds eindig, of van a of van c, nadat van dj.

(3). Wat je welgedefinieerd de klassen iets gemeen hebben, is vast, dus af te leiden; ook al moet die afleiding niet worden gehoord zoodat ze ook theoretisch niet noodig, realiseert te voeren wegens vernuft vereischte. Overigens kan ik de klassen zoo noodig [illegible] aan geven, [of tellenen uit enkele individuen

I eieren van Columbus

en zoo bij de grenzen steeds op beslissingen, kijk kan of er iets gemeen is met andere klasse. En dit alles zijn wetten.

X of [illegible] met in te vallen, maar dan toch van wetten logische en logische redeneeringen.