Formeel Denken 2006
Inhaaltoets

Iedere opgave is achttien punten waard. Het eindcijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien, waarbij de eerste tien punten gratis zijn. Veel succes!

1. Is het zo dat voor iedere propositielogische formule geldt dat $\models f \leftrightarrow g$ dan en slechts dan als $\models f$ en $\models g$ allebei waar of allebei onwaar zijn? Verklaar je antwoord. Als je antwoord nee is, geef dan ook een voorbeeld van een f en g die laten zien dat dit niet zo is.

2. Een mens is *monogaam* als hij van precies één ander mens houdt. Formaliseer in de taal van de predicatenlogica met gelijkheid:

   Monogame vrouwen houden van monogame mannen.

   Gebruik in je formalisatie de domeinen M en V voor mannen en vrouwen, en het predikaat $H(x, y)$ voor 'houden van'.

   Als je de zin ambigu vindt, geef dan ook in woorden aan welke interpretatie je hebt gekozen. Kies in dat geval voor de meest zinnige interpretatie.

3. Gegeven de volgende contextvrije grammatica:

   $$S \quad \rightarrow \quad aSb \mid bSa \mid \lambda$$

   Bewijs met behulp van een invariant dat de string *abaabb* niet in de taal van deze grammatica zit.

4. Bewijs met inductie dat een niet-lege boom met n punten altijd precies $n - 1$ lijnen heeft. Je mag zonder bewijs gebruiken dat een niet-lege boom altijd minstens één punt met graad 1 heeft.

5. Bewijs met behulp van automatentheorie dat voor iedere reguliere expressie r er een reguliere expressie r' bestaat zo dat $\mathcal{L}(r') = \overline{\mathcal{L}(r)}$.

   (In de syllabus staat op blz. 24 als 'eigenschap' van de klasse van reguliere talen dat als een taal L_1 regulier is dat dan ook $\overline{L_1}$ regulier is, maar dat mag je natuurlijk niet gebruiken want de vraag is nu juist om dat te bewijzen.)