

Formeel Denken 2010
Inhaaltoets
(11/01/11)

Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste 10 punten zijn gratis. Veel succes!

1. De *interpolatiestelling* zegt dat er bij ieder logisch gevolg uit de propositiologica $f_1 \models f_3$ er een formule f_2 bestaat met $f_1 \models f_2$ en $f_2 \models f_3$ waarvoor geldt dat f_2 uitsluitend atomaire propoposities bevat die *zowel* in f_1 als in f_3 voorkomen (anders gezegd: $\text{atomen}(f_2) \subseteq \text{atomen}(f_1) \cap \text{atomen}(f_3)$.) Deze formule heet een *interpolant* van $f_1 \models f_3$.

Geldt het logisch gevolg $\neg(a \rightarrow b) \models b \rightarrow c$? Zo ja, geef een interpolant van dit gevolg. Verklaar je antwoorden. (20 punten)

2. Een *allemandsvriend* is iemand die bevriend is met iedereen (inclusief zichzelf) en een *niemandsvriend* is iemand die bevriend is met niemand (zelfs niet met zichzelf). Formaliseer de volgende Nederlandse zin als een formule van de predikaatlogica:

Een allemandsvriend en een niemandsvriend zijn altijd bevriend.

Gebruik hierbij het woordenboek:

| | |
|-----------|-------------------------|
| D | domein van de mensen |
| $R(x, y)$ | x is bevriend met y |

Schrijf de formule volgens de officiële grammatica uit de syllabus. Is de formula die je hebt gegeven logisch waar? Verklaar je antwoord. (20 punten)

3. We definiëren de taal L_3 door

$$L_3 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat het deelwoord } aaa\}$$

Geef een reguliere expressie voor $\overline{L_3}$. (20 punten)

4. Laat G een eindige graaf zijn zonder cykels. Dan geldt dat het aantal componenten van G gelijk is aan het aantal punten van G min het aantal lijnen van G . Bewijs dit met inductie naar het aantal lijnen van G . (15 punten)

5. Laat zien dat in LTL $\mathcal{F}a$ iets anders betekent dan $\mathcal{G}\mathcal{F}a$ door een LTL Kripke-model \mathcal{M} te geven met $\mathcal{M} \not\models \mathcal{F}a \leftrightarrow \mathcal{G}\mathcal{F}a$. Verklaar je antwoord. (15 punten)