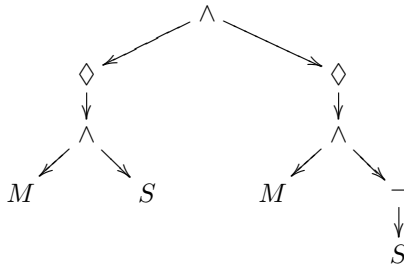


**Formeel Denken 2011**  
**Uitwerkingen toets 5: Modale logica**  
**(21/12/11)**

1.

$$(\Diamond(M \wedge S) \wedge \Diamond(M \wedge \neg S))$$



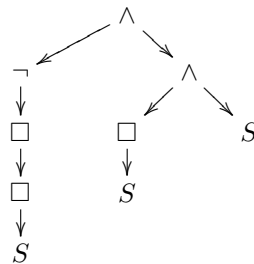
2. *Het is niet zo dat ik wéét dat ik weet dat het sneeuwt, maar ik weet dat het sneeuwt, en het sneeuwt ook.*

Dit kan waar zijn, bijvoorbeeld als je geen zelfbewustzijn hebt, zoals een dier. Dan weet je niets over wat je weet, maar je kan dan nog steeds wel weten dat het sneeuwt.

Met haakjes volgens de officiële grammatica is deze formule:

$$(\neg \Box \Box S \wedge (\Box S \wedge S))$$

En de boom is:



3.

$$\mathcal{GFM}$$

Deze formule zegt dat het altijd zo is (' $\mathcal{G}$ ') dat er een moment komt (' $\mathcal{F}$ ') waarop het atoom  $M$  waar wordt. Dit is hetzelfde als zeggen dat er geen laatste keer zal zijn dat  $M$  waar is, en dat is precies wat de zin betekent.

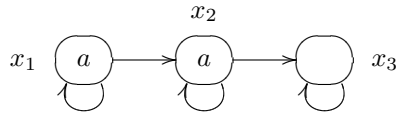
4.

$$\begin{aligned}
 W &= \{x_1, x_2\} \\
 R(x_1) &= \{x_2\} \\
 R(x_2) &= \emptyset \\
 V(x_1) &= \emptyset \\
 V(x_2) &= \{a\}
 \end{aligned}$$

De formule  $\diamond\Box\diamond\Box a$  is alleen waar in de wereld  $x_1$ , zoals blijkt uit de volgende tabel (géén waarheidstabel!):

$\Vdash$	$a$	$\Box a$	$\diamond\Box a$	$\Box\diamond\Box a$	$\diamond\Box\diamond\Box a$
$x_1$	0	1	1	0	1
$x_2$	1	1	0	1	0

5. Definieer het model  $\mathcal{M}_5$  als:



Dit is een reflexief model, want iedere wereld heeft een pijl naar zichzelf.

Volgens de volgende tabel (géén waarheidstabel!):

$\Vdash$	$a$	$\Box a$	$\Box\Box a$	$\Box a \rightarrow \Box\Box a$
$x_1$	1	1	0	0
$x_2$	1	0	0	1
$x_3$	0	0	0	1

geldt  $x_1 \not\Vdash \Box a \rightarrow \Box\Box a$  en dus  $\mathcal{M}_5 \not\models \Box a \rightarrow \Box\Box a$  en dus geldt het axiomaschema niet in  $\mathcal{M}_5$  met de keuze  $f := a$ .